

# موقعیت‌یابی ربات سیار با استفاده از فیلتر کالمن دوبخشی هموار

رمضان هاونگی و سیمین حسین‌زاده

از مشاهدات، بیشترین دقت را از لحاظ نظری ارائه می‌نماید [۱۱]. طراحی یک تخمین‌گر حالت بهینه و مقاوم برای سیستم‌های دینامیکی در حوزه پردازش و کنترل سیگنال حائز اهمیت است. در طی دهه‌های پیشین، تخمین‌گرهای مختلفی در زمینه تخمین حالت سیستم‌های خطی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند که از میان آنها فیلتر کالمن به‌عنوان یک راه حل بهینه در زمینه‌های بسیاری از جمله مخابرات، سیستم‌های اکتساب داده و الگوریتم‌های ردیابی هدف مورد استفاده وسیعی قرار گرفته است. با وجود این به دلیل ماهیت غیرخطی اغلب فرایندهای صنعتی، استفاده از تخمین‌گرهای خطی در عمل با محدودیت مواجه است. بنابراین استفاده از تخمین‌گرهای حالت غیرخطی به‌منظور مقابله با پیچیدگی‌های مدل‌های غیرخطی پیشنهاد شده‌اند. یکی از برجسته‌ترین تخمین‌گرهای حالت غیرخطی، فیلتر کالمن بدون رد<sup>۴</sup> (UKF) است [۱۲] و [۱۳] که به دلیل ماهیت آماری فرایند خطی‌سازی، فاقد خطاهای خطی‌سازی ژاکوبین نسبت به فیلترهای کالمن توسعه‌یافته<sup>۵</sup> (EKF) است [۱۴] و [۱۵]. فیلتر کالمن توسعه‌یافته در مقایسه با فیلتر ذره‌ای<sup>۶</sup> (PF) به دلیل حجم محاسبات پایین‌تر دارای ارجحیت است [۱۶] و [۱۷]. فیلتر UKF در شرایط ایده‌آل، امکان ارائه تخمینی دقیق از سیستم‌های غیرخطی را دارا می‌باشد؛ زیرا الگوریتم تخمین حالت در این فیلتر مبتنی بر کمینه‌سازی واریانس خطای تخمین است. اما از آنجا که UKF فیلتری مبتنی بر پاسخ ضربه نامحدود<sup>۷</sup> (IIR) است که از تمامی اندازه‌گیری‌های گذشته استفاده می‌کند، تجمع خطاهای مدل‌سازی در عمل می‌تواند منجر به واگرایی فیلتر شود. علاوه بر این، نامعینی‌های موجود در پارامترهای مدل در بسیاری از کاربردها به‌صورت عدم قطعیت بر عملکرد این فیلتر تأثیر منفی خواهد گذاشت. به‌منظور مقابله با معایب فیلتر IIR، استفاده از فیلتر پاسخ ضربه محدود<sup>۸</sup> (FIR) در بسیاری از مطالعات پیشنهاد شده است [۱۸] و [۱۹]. نخست استفاده از تخمین‌گر حالت ساختاری FIR در [۲۰] پیشنهاد شد. در ادامه در [۲۱] به توسعه فیلتر حداقل واریانس عمومی FIR<sup>۹</sup> (MVF) با فرض پایداری ورودی-خروجی کراندار و توسعه راه حل‌های مختلف برای مدل‌های خطی نامشخص پرداخته شد. پس از آن در [۲۲] فیلتر غیرارایی تکرارشونده<sup>۱۰</sup> (UFIR) برای یک سیستم خطی گسسته و متغیر با زمان معرفی گردید [۲۳]. فیلتر FIR<sup>۱۱</sup>-HGS عملکرد خود را از طریق مقایسه با EKF، PF و UKF ثابت کرده است؛ با این حال، این روش به دلیل حجم محاسبات بالا، محدودیت‌های بسیاری را در محیط‌های واقعی دارا

چکیده: مهم‌ترین مسئله برای یک ربات متحرک، جهت‌یابی است. موفقیت در موقعیت‌یابی یکی از چهار نیاز اصلی در جهت‌یابی است که شامل ادراک، شناخت و کنترل حرکت می‌باشد. چگونگی ارائه یک راه حل دقیق موقعیت‌یابی برای ربات‌های سیار در بسیاری از کاربردهای اینترنت اشیا ضروری است. برای رسیدن به این هدف در این مقاله روشی مبتنی بر فیلتر کالمن دوبخشی برای موقعیت‌یابی ربات‌های سیار پیشنهاد شده است. الگوریتم پیشنهادی شامل دو بخش است که بخش اول رگرسیون خطی آماری و بخش دوم یک فیلتر کالمن با بردار خطای حالت می‌باشد. روش پیشنهادی در مقایسه با روش جدید ترکیبی TLNF/UK در مسیرهای حرکت دایره‌ای، مستطیلی و Z شکل که همراه با نویز است، آزمایش شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهند که روش پیشنهادی قادر به دستیابی به دقت موقعیت‌یابی بهتری بوده و همچنین مشاهده می‌شود که خطاهای تخمین در روش پیشنهادی کمتر است و توانسته دقت تخمین را نسبت به روش ترکیبی TLNF/UK افزایش دهد.

کلیدواژه: ربات سیار، فیلتر کالمن، فیلتر کالمن دوبخشی، موقعیت‌یابی ربات.

## ۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، کاربرد ربات‌های سیار به‌خصوص در اینترنت اشیا (IoT) نظیر شهرهای هوشمند [۱] و ردیابی دارایی [۲] به توسعه سیستم‌های موقعیت‌یابی<sup>۲</sup> ربات و فناوری‌های متناظر با آن، مثل تجهیزات و حسگرهای اینرسی [۳] و [۴]، شبکه‌های محلی بی‌سیم [۵] و [۶]، بلوتوث [۷]، تشخیص فرکانس رادیویی [۸] و تجهیزات نور مرئی [۹] منجر شده است. از این میان، استفاده از حسگر موقعیت‌یاب نور مرئی<sup>۳</sup> (VLP) با استقبال فراوانی روبه‌رو بوده که مهم‌ترین علت این محبوبیت، هزینه پایین آن با توجه به استفاده از دیودهای نوری محوشونده (LED) و امکانات روشنایی محیطی در کنار دقت موقعیت‌یابی بالایی آن می‌باشد. در یک سیستم موقعیت‌یابی، اغلب داده‌های نمونه‌برداری شده در معرض نویزهای مختلفی قرار دارند که تعیین دقیق حالت سیستم را دشوار می‌سازد. از این رو تاکنون روش‌های بسیاری برای تخمین مقادیر واقعی اندازه‌گیری‌های نویزی پیشنهاد شده‌اند که می‌توان تمامی الگوریتم‌های تخمین موجود را در یکی از سه دسته پیش‌بینی، فیلترینگ و هموارسازی جای داد [۱۰]. الگوریتم هموارسازی بهینه به دلیل استفاده از حجم بالایی

این مقاله در تاریخ ۱۰ آذر ماه ۱۴۰۰ دریافت و در تاریخ ۲۵ فروردین ماه ۱۴۰۳ بازنگری شد.

رمضان هاونگی (نویسنده مسئول)، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران، (email: Havangi@birjand.ac.ir).  
سیمین حسین‌زاده، گروه کنترل، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران، (email: simin\_hosseinzade@birjand.ac.ir).

1. Internet of Things
2. Localization
3. Visible Light Positioning

4. Unscented Kalman Filter
5. Extended Kalman Filter
6. Particle Filter
7. Infinite Impulse Response
8. Finite Impulse Response
9. Minimum Variance FIR
10. Unbiased FIR
11. Horizon Group Shift

جدول ۱: مقایسه الگوریتم‌های تخمین.

تخمینگر	مدل	توزیع چگالی نویز	حجم محاسبات
[۲۹] KF	خطی	گاوسی	کم
[۱۴] EKF	خطی شده	گاوسی	کم یا متوسط
[۱۷] UKF	غیرخطی	گاوسی	متوسط
[۱۶] PKF*	غیرخطی	غیر گاوسی	زیاد
[۳۳] CKF	غیرخطی	گاوسی	متوسط
[۴۲] EnKF	غیرخطی/خطی	گاوسی	کم یا متوسط

\* Particle Kalman Filter

می‌باشد [۲۴]. مرجع [۲۵] یک معیار جدید را برای ترکیب بهینه اطلاعات چندحسگری با استفاده از  $KF^1$  غیرمتمرکز پیشنهاد داد. در [۲۶] یک الگوریتم ترکیب اندازه‌گیری وزن دار  $^2(WMF)$  پیشنهاد شد که بهینگی جانبی را با استفاده از UKF برای یک سیستم غیرخطی با حسگرهای متعدد نشان می‌داد. سپس یک ترکیب توزیع شده CKF با ماتریس‌های وزن دار (MW-CKF) بر اساس چارچوب KF و قانون مکعب کروی برای سیستم‌های غیرخطی چندحسگری در [۲۷] پیشنهاد شد. پس از آن با الگوریتم‌های مختلف تخمین، ترکیب توزیع شده  $^3(DFE)$  را برای سیستم‌های چندحسگری تحت شبکه و بر اساس فیلتر ساختاریافته IIR بررسی کردند و به مقایسه عملکرد این تخمینگرها در [۲۸] پرداخته‌اند.

سیستم موقعیت‌یابی ربات نیازمند تخمین تمام نقاط نمونه برداری است؛ اما در عمل، افزون بر آن نیاز به استفاده از هموارساز جهت دست‌یابی به دقت قابل قبول تخمین با کمک بردار اندازه‌گیری‌های پس از تخمین است. به طور کلی سه نوع مهم هموارساز وجود دارد که عبارت هستند از هموارساز فاصله ثابت، هموارساز نقطه ثابت و هموارساز با تأخیر ثابت [۲۹].

در موقعیت‌یابی ربات با توجه به اهمیت دقت تخمین، استفاده از هموارساز بازه ثابت به دلیل استفاده از تمامی بردار مشاهدات پیشنهاد می‌شود؛ البته این نوع از هموارساز نیز شامل دو الگوریتم متفاوت می‌گردد: فیلتر یکنواخت  $^4(TFS)$  و راولونگ-استریبل یکنواخت  $^5(RTSS)$  که این دو روش هر کدام متشکل از دو هموارساز دومرحله‌ای است. مرحله اول شامل یک فیلتر کالمن پیشرو (KF) برای ارائه یک تخمین بهینه از موقعیت می‌باشد [۳۰]. با توجه به ماهیت غیرخطی اغلب سیستم‌های موقعیت‌یابی و محدودیت فیلتر KF در ارائه تخمین بهینه، استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته [۳۱]، فیلتر کالمن اختلاف مرکزی  $^6(CDKF)$  [۳۲]، فیلتر کالمن بدون رد [۳۲]، فیلتر کالمن مکعبی  $^7(CKF)$  [۳۳] و فیلتر کالمن دوبخشی  $^8(EnKF)$  [۳۴] در مراجع پیشنهاد شده است. مرحله دوم در الگوریتم RTSS در روند بازگشت به عقب به هموارسازی مقادیر تخمینی به کمک تمام اطلاعات فیلتر پیشرو می‌پردازد؛ اما در مرحله دوم الگوریتم TFS، هموارسازی تخمین به کمک یک KF پسرو و با ترکیب نتایج هر دو فیلتر پیشرو و پسرو حاصل می‌شود. با توجه به ارائه دو راه‌حل مستقل توسط TFS، امکان شناسایی بهتر خطاها حین موقعیت‌یابی

1. Forward Kalman Filter
2. Weighted Measurement Fusion
3. Distributed Fusion Estimation
4. Two-Filter Smoother
5. Rauch-Tung-Striebel Smoother
6. Central Difference Kalman Filter
7. Cubature Kalman Filter
8. Ensemble Kalman Filter

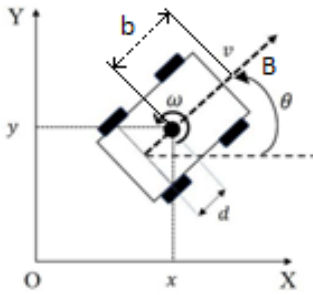
با این الگوریتم فراهم می‌گردد [۳۵]. در [۳۶]، یک TFS با EKF به‌عنوان فیلتر پیشرو (ETFS) پیشنهاد شده که از بردار وضعیت خطا به‌جای بردار وضعیت مرسوم در فیلتر پسرو استفاده می‌کند. استفاده از این بهینه‌سازی منجر به ساده‌سازی ساختار و بهبود کارایی الگوریتم می‌گردد. با این حال به دلیل ارائه تقریب خطی با بسط سری تیلور، بروز خطاهای تقریب در این روش اجتناب‌ناپذیر است [۳۷] که به تضعیف عملکرد EKF در سیستم‌های غیرخطی مقاوم منجر می‌گردد. از طرف دیگر، فیلتر پسرو تخمین‌ها را بر اساس دینامیک معکوس فیلتر پیشرو محاسبه می‌کند؛ بنابراین خطای کم‌شده در فیلتر پیشرو منجر به ایجاد خطا در فیلتر پسرو می‌شود. برای حل این مشکل در [۳۸] یک TFS مبتنی بر فیلتر کالمن نقطه-سیگما استاندارد  $^1(SPKF)$  ارائه شده که از فرمولاسیون رگرسیون رگرسیون خطی وزن دار  $^1(WSLR)$  بدون معکوس کردن دینامیک غیرخطی برای بهبود دقت فیلتر پسرو استفاده می‌کند. WSLR یک تکنیک خطی‌سازی است که عدم قطعیت متغیر تصادفی قبلی را هنگام خطی‌سازی مدل غیرخطی در نظر می‌گیرد [۳۹]. استفاده از این روش برای تحقق TFS اصلاح شده مبتنی بر CDKF [۴۰] و UKF [۴۱] اتخاذ شده است. SPKF شامل CDKF و UKF، یک الگوریتم نمونه‌گیری قطعی با نقاط نمونه‌گیری خاص است. در الگوریتم‌های نمونه‌گیری قطعی، تعداد نقاط نمونه با ابعاد بردار حالت سیستم یکسان است که باعث ناتوانی این روش جهت انعکاس دقیق حالات در سیستم‌های غیرخطی با ابعاد بالا می‌گردد.

از این رو ایده اصلی مقاله، ارائه یک TFS اصلاح شده جدید با EnKF به‌عنوان فیلتر پیشرو است. EnKF با بسط الگوریتم کالمن با روش‌های تخمین مونت کارلو به‌دست می‌آید. یکی از مشکلات روش‌های تخمین در فرایند موقعیت‌یابی، کار با سیستم‌های دینامیکی با متغیرهای زیاد است؛ چرا که در پیاده‌سازی به دلیل نبود راه حلی مناسب برای تقریب ماتریس کوواریانس خطا با محدودیت‌های محاسباتی مواجه است. در EnKF از مجموعه‌های تصادفی و روش مونت کارلو برای محاسبه تقریب کواریانس خطا استفاده می‌شود. در واقع می‌توان این فیلتر را به‌عنوان کلاس خاصی از فیلترهای ذره‌ای بشمار آورد با این تفاوت که در آن، تمامی توزیع‌های احتمالی گاوسی هستند و بنابراین در عمل بسیار کارآمدتر از فیلتر کالمن ذره‌ای است. با توجه به فرض گاوسی بودن تمامی توابع چگالی احتمال و خطی بودن سیستم می‌توان در الگوریتم فیلتر کالمن با استفاده از روابط جبری به محاسبه مقادیر میانگین و ماتریس کوواریانس خطا توسط قانون به‌روزرسانی بیزین پرداخت. اما در مواجهه با سیستم‌های دارای ابعاد بالا، تعیین ماتریس کوواریانس خطا با روش جبری به دلیل حجم محاسبات بالا مناسب نیست. در جدول ۱ به مقایسه کلی مهم‌ترین الگوریتم‌های تخمین اشاره شده است.

فیلتر کالمن دوبخشی، مجموعه‌ای از بردارهای حالت را جایگزین تخمین بردار حالت نموده و ماتریس کوواریانس را با کوواریانس نمونه‌های محاسبه شده از مجموعه به‌دست می‌آورد [۴۳]. بدین ترتیب مهم‌ترین دلایل محبوبیت این روش را می‌توان ناشی از فرمول‌بندی ساده و سهولت در اجرای آن دانست. زیرا برخلاف سایر الگوریتم‌های کالمن، بی‌نیاز از انجام محاسباتی نظیر تعیین مشتق یک عملگر خطی و یا معادلات الحاقی و انتگرال‌گیری نسبت به زمان می‌باشد. از این رو استفاده از EnKF به دلیل قابلیت کار با مسائل دارای متغیرهای زیاد و دقت تخمین مناسب

9. Sigma-Point Kalman Filter

10. Weighted Statistical Linear Regression



شکل ۲: شرح شماتیک یک ربات سیار.

در موقعیت‌یابی سراسری، محل اولیه ربات ناشناخته است و ربات باید خود را بدون هیچ اطلاعاتی در رابطه با محلش موقعیت‌یابی کند؛ در حالی که در ردگیری محلی، موقعیت اولیه ربات معین است اما ربات باید ردیابی را تا جهت‌یابی<sup>۲</sup> کامل در محیط ادامه دهد. در شکل ۱ نمونه‌ای از حرکت ربات در مسیر مربع مشخص شده که نشان می‌دهد برای انجام حرکت در مسیر درست نیاز به موقعیت‌یابی دارد.

مدل سینماتیکی ربات سیار چرخ‌دار به صورت زیر است [۴۳]

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \theta_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k \\ y_k \\ \theta_k \end{bmatrix} + \Delta T \begin{bmatrix} \cos \theta_k & -d \sin \theta_k \\ \sin \theta_k & d \cos \theta_k \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ \omega_k \end{bmatrix} + w_k \quad (1)$$

که در آن  $x$  و  $y$  موقعیت ربات در دستگاه مختصات،  $\theta$  جهت‌گیری آن با توجه به مختصات دوعدی محیط شبیه‌سازی،  $d$  فاصله مرکز جرم تا مرکز محور چرخ‌های عقب،  $v_k$  و  $\omega_k$  به ترتیب نشان‌دهنده سرعت خطی و زاویه‌ای ورودی‌های کنترلی ربات سیار نسبت به مختصات سراسری OXY،  $\Delta T$  یک فاصله نمونه‌برداری و  $w_k$  بردار نویز است که فرض می‌شود گاوسی با میانگین صفر باشد. شرح شماتیک مدل سینماتیکی در شکل ۲ نشان داده شده است.

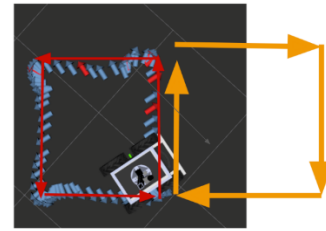
معادله اندازه‌گیری به شرح زیر است [۴۴]

$$z_{l,k} = \sqrt{(x_k - x_l)^2 + (y_k - y_l)^2} + n_{l,k} \rightarrow l = 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

که در آن  $z_{l,k}$  برای اندازه‌گیری نشانه‌های<sup>۳</sup> مشاهده‌شده،  $x_l$  و  $y_l$  مختصات محل نشانه  $l$ ام و  $n_{l,k}$  بردار نویز گاوسی اندازه‌گیری با میانگین صفر است.

### ۳- موقعیت‌یابی ربات مبتنی بر فیلتر کالمن دوبخشی هموار

در این بخش به توصیف موقعیت‌یابی ربات مبتنی بر فیلتر کالمن دوبخشی هموار پرداخته می‌شود. این الگوریتم شامل یک EnKF با SLR و یک IKF اصلاح‌شده است که به ترتیب به‌عنوان فیلتر پیشرو و پسرو عمل می‌کنند. فیلتر پیشرو داده‌ها را در یک دوره زمانی پردازش می‌کند و سپس فیلتر پسرو به‌صورت معکوس، خطای تخمین فیلتر پیشرو را جبران می‌نماید. نهایتاً هموارکننده، تخمین فیلتر پیشرو و پسرو را با هم ترکیب می‌کند تا تخمین دقیق‌تری ارائه دهد. مسأله موقعیت‌یابی را اغلب می‌توان به‌عنوان یک مسأله تخمین حالت در یک سیستم دینامیکی غیرخطی زمان گسسته توصیف کرد. مدل غیرخطی فضای حالت ربات سیار در لحظه  $k$  به‌صورت زیر توصیف می‌شود



شکل ۱: نمونه‌ای از موقعیت‌یابی حرکت ربات در حالت مربع.

در فرایند موقعیت‌یابی ربات سیار با استفاده از نور مرئی پیشنهاد می‌گردد. تمرکز این مقاله بر ارائه یک تخمینگر برای موقعیت‌یابی ربات است که شامل یک فیلتر پیشروی EnKF با رگرسیون خطی آماری<sup>۱</sup> (SLR) و یک فیلتر کالمن اطلاعات پسرو (IKF) با بردار حالت‌های خطا می‌باشد. مهم‌ترین مزایای روش پیشنهادی را می‌توان در کاهش خطای تخمین به‌دلیل استفاده از فیلتر کالمن دوبخشی، کاهش وابستگی به مدل و پارامترهای نویز به‌دلیل جبران خطای مبتنی بر مدل خطی آماری در مسیر رو به عقب و همچنین کاهش هزینه‌های پیاده‌سازی به‌دلیل استفاده از حسگر نور مرئی و موقعیت‌یابی مبتنی بر نور محیط برشمرد.

مزیت استفاده از فیلتر پیشرو و پسرو در روش پیشنهادی را می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد:

- فیلتر پیشرو در روش پیشنهادی، متفاوت از SPKF و EKF بوده و از الگوریتم نمونه‌گیری تصادفی مبتنی بر روش مونت‌کارلو استفاده می‌نماید. نمونه‌های EnKF به‌طور تصادفی به محاسبه عددی ماتریس کوواریانس حالت می‌پردازند که علاوه بر کاهش پیچیدگی محاسباتی در مقایسه با KF به بهبود عملکرد تخمین نیز منتهی می‌گردد. نقاط نمونه تصادفی در EnKF دارای وزن‌های یکسان هستند و از این رو دلیل به‌کارگرفتن SLR در EnKF پیشرو، ارائه پارامترهای لازم به‌منظور بهبود دقت فیلتر پسرو در روش پیشنهادی است.

- فیلتر پسرو در روش پیشنهادی یک IKF است که برای جبران خطای تخمین فیلتر پیشرو و با هدف دستیابی به دقت بیشتر به‌کار رفته است. علاوه بر این، فیلتر پسرو در روش پیشنهادی متفاوت از فیلتر مرسوم و مبتنی بر بردار خطای حالت است که بهبود دقت را به دنبال دارد.

این مقاله به‌صورت زیر سازماندهی شده که در بخش ۲ موقعیت‌یابی ربات سیار مرور گردیده است. روش پیشنهادی برای موقعیت‌یابی ربات سیار در بخش ۳ توضیح داده شده و نتایج تجربی و تجزیه و تحلیل در بخش ۴ آمده‌اند. نهایتاً نتیجه‌گیری در بخش ۵ ارائه گردیده است.

### ۲- موقعیت‌یابی ربات سیار

تمرکز مسأله موقعیت‌یابی ربات متحرک بر تعیین موقعیت ربات در هر لحظه از زمان است. ربات با کسب اطلاعات حسگرها به تعیین محل خود می‌پردازد؛ اما با توجه به اینکه اغلب داده‌های حسگر در معرض نویز قرار دارند، موقعیت را با اندکی خطا ثبت خواهد کرد و با انباشت این خطا در طول زمان، تعیین موقعیت با مشکل مواجه خواهد شد. برای حل این مسئله، نخست باید به تخمین خطاها پرداخته و سپس در هر مرحله از تخمین، آنها را رفع نمود. به‌طور کلی فرایند موقعیت‌یابی ربات متحرک از دو طریق انجام می‌پذیرد: موقعیت‌یابی سراسری و ردیابی محلی.

$$Z_{k+1,i} = Z_{k+1} + \eta_{k+1,i} \quad (۱۱)$$

که در آن  $\eta_{k+1,i}$  یک متغیر تصادفی با میانگین صفر و کوواریانس  $Q_{k+1}$  است. تخمین اندازه‌گیری  $\hat{Z}_{k+1,i}$  محاسبه‌شده از حالت پیش‌بینی  $X_{k+1,i}^-$  به‌صورت زیر است

$$\hat{Z}_{k+1,i} = h(X_{k+1,i}^-) \quad (۱۲)$$

که در آن  $h(\cdot)$  مدل اندازه‌گیری است. تخمین اندازه‌گیری میانگین گروه  $\bar{Z}_{k+1}$  توسط معادله زیر داده می‌شود

$$\bar{Z}_{k+1} = \frac{1}{N \sum_{i=1}^N \hat{Z}_{k+1,i}} \quad (۱۳)$$

پس  $K_{k+1}$  را می‌توان با استفاده از ماتریس‌های کوواریانس خطا تعیین کرد

$$K_{k+1} = P_{xz,k+1} (P_{zz,k+1})^{-1} \quad (۱۴)$$

که در آن  $P_{zz,k+1}$  و  $P_{xz,k+1}$  داده شده‌اند

$$P_{xz,k+1} = \frac{1}{(N-1) \sum_{i=1}^N (X_{k+1,i}^- - \bar{X}_{k+1}^-)(\hat{Z}_{k+1,i} - \bar{Z}_{k+1})^T} \quad (۱۵)$$

$$P_{zz,k+1} = \frac{1}{(N-1) \sum_{i=1}^N (\hat{Z}_{k+1,i} - \bar{Z}_{k+1})(\hat{Z}_{k+1,i} - \bar{Z}_{k+1})^T + R_{k+1}}$$

که  $R_{k+1}$  ماتریس کوواریانس نویز  $\omega_{k+1}$  در زمان  $k+1$  است. نهایتاً بردار حالت اندازه‌گیری همگام‌سازی شده  $X_{k+1,i}^+$  را می‌توان تعیین کرد و سپس حالت به‌روزرسانی میانگین به‌صورت زیر ارائه می‌شود

$$\bar{X}_{k+1}^+ = \frac{1}{N \sum_{i=1}^N X_{k+1,i}^+} \quad (۱۶)$$

و کوواریانس خطای متناظر مرحله به‌روزرسانی برابر است با

$$P_{k+1}^+ = P_{k+1}^- - K_{k+1} P_{zz,k+1} K_{k+1}^T \quad (۱۷)$$

پارامترهای مدل خطی خطی شده سیستم غیرخطی در (۵) و (۶) به‌صورت زیر است

$$A_{f,k} = \left[ \frac{1}{(N-1) \sum_{i=1}^N (X_{k,i}^+ - \bar{X}_k^+)(X_{k+1,i}^- - \bar{X}_{k+1}^-)^T} \right]^T (P_k^+)^{-1} \quad (۱۸)$$

$$B_{f,k} = \bar{X}_{k+1}^- - A_{f,k} \bar{X}_k^+ \quad (۱۹)$$

$$A_{h,k+1} = P_{xz,k+1}^T (P_{k+1}^-)^{-1} \quad (۲۰)$$

$$B_{h,k+1} = \bar{Z}_{k+1}^- - A_{h,k+1} \bar{X}_{k+1}^- \quad (۲۱)$$

که کوواریانس‌های  $P_{\varepsilon_h,k+1}$  و  $P_{\varepsilon_f,k}$  به‌صورت زیر داده می‌شود

$$P_{\varepsilon_f,k} = P_{k+1}^- - A_{f,k} P_k^+ A_{f,k}^T \quad (۲۲)$$

$$P_{\varepsilon_h,k+1} = P_{zz,k+1} - A_{h,k+1} P_{k+1}^- A_{h,k+1}^T \quad (۲۳)$$

یک IKF برای تخمین وضعیت پسر در زمان با مدل فضای حالت خطی شده آماری در (۵) و (۶) استفاده می‌گردد. علاوه بر این، IKF با استفاده از بردار خطای EnKF پیشرو فرموله می‌شود که متفاوت از الگوریتم‌های مرسوم است. تابع فیلتر پسر جبران خطای تخمین فیلتر پیشرو با استفاده از نتایج خطی‌سازی از فیلتر پیشرو است.

$$X_{k+1} = f(X_k) + \omega_k \quad (۳)$$

$$Z_k = h(X_k) + \eta_k \quad (۴)$$

که  $X_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  بردار حالت،  $Z_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  بردار اندازه‌گیری،  $\omega_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  نویز فرایند در سیستم دینامیکی،  $\eta_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$  نویز اندازه‌گیری،  $f(\cdot)$  مدل دینامیکی سیستم و  $h(\cdot)$  مدل اندازه‌گیری است.

برای خطی‌کردن مدل فضای حالت غیرخطی، SLR در روش پیشنهادی اعمال می‌شود. SLR با در نظر گرفتن حداقل میانگین مربع خطا (MMSE) و کوواریانس متغیر تصادفی، تقریب خطی بهینه یک تابع غیرخطی را به دست می‌آورد. در یک مفهوم آماری، SLR دقت بهتری برای خطی‌سازی نسبت به بسط سری تیلور دارد. علاوه بر این در مقایسه با WSLR استفاده‌شده، محاسبات SLR کمتر و ساده‌تر است. مدل فضای حالت خطی شده آماری به‌صورت رابطه زیر داده می‌شود

$$X_{k+1} = A_{f,k} X_k + B_{f,k} + \omega_k + \varepsilon_{f,k} \quad (۵)$$

$$Z_{k+1} = A_{h,k+1} X_{k+1} + B_{h,k+1} + \eta_{k+1} + \varepsilon_{h,k+1} \quad (۶)$$

که  $A_{f,k}$ ،  $A_{h,k+1}$ ،  $B_{f,k}$  و  $B_{h,k+1}$  پارامترهای استاتیکی خطی‌سازی و  $\varepsilon_{f,k}$  و  $\varepsilon_{h,k+1}$  خطاهای خطی‌سازی شده با میانگین صفر و نویز گاوسی هستند که به ترتیب با کوواریانس  $P_{\varepsilon_f,k}$  و  $P_{\varepsilon_h,k+1}$  مدل شده‌اند. مدل فضای حالت خطی شده آماری برای فیلتر پسر اعمال می‌شود. فیلتر پیشرو یک EnKF با SLR است. EnKF یک تخمینگر زیربهینه است که در آن خطا با استفاده از مونت کارلو یا انتگرال گیری جمعی برای حل معادله فوکر پلانک پیش‌بینی می‌شود.

برای مقداردهی اولیه، تخمین اولیه توسط مجموعه‌ای از بردارهای  $N$   $X_{k,i} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) با خطاهای نمونه تصادفی ایجاد می‌شود. لازم به ذکر است که تخمین اولیه نامعلوم بوده و با استفاده از روش حداقل مربعات (LS) در روش پیشنهادی به دست می‌آید. جهت پیش‌بینی فرض می‌شود که  $X_{k,i}^-$  و  $X_{k,i}^+$  به ترتیب حالت پیش‌بینی  $i$ ام و حالت به‌روزرسانی را در زمان  $k$  تعریف می‌کنند. سپس وضعیت پیش‌بینی  $X_{k+1,i}^-$  در زمان  $k+1$  را می‌توان از حالت به‌روزرسانی  $X_{k,i}^+$  در زمان قبلی  $k$  به دست آورد

$$X_{k+1,i}^- = f(X_{k,i}^+) + \omega_{k,i} \rightarrow i=1,2,\dots,N \quad (۷)$$

که  $\omega_{k,i}$  یک متغیر تصادفی با میانگین صفر و کوواریانس  $R_k$  مدل دینامیکی است. حالت پیش‌بینی میانگین گروه  $\bar{X}_{k+1}^-$  برابر است با

$$\bar{X}_{k+1}^- = \frac{1}{N \sum_{i=1}^N X_{k+1,i}^-} \quad (۸)$$

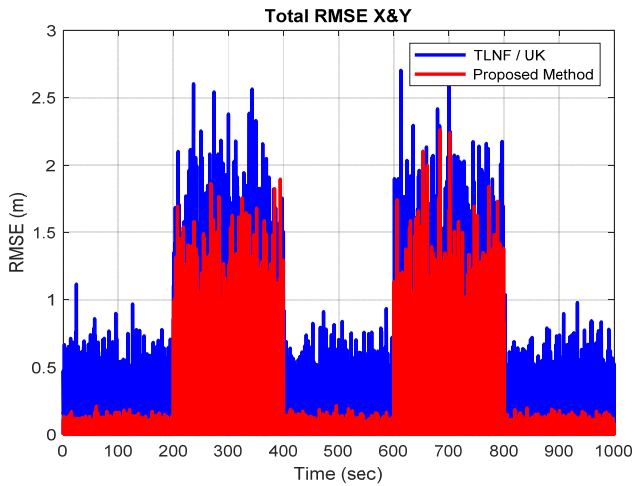
پس کوواریانس خطای مرحله پیش‌بینی  $(P_{k+1}^-)$  به شکل زیر داده می‌شود

$$P_{k+1}^- = \frac{1}{(N-1) \sum_{i=1}^N (X_{k+1,i}^- - \bar{X}_{k+1}^-)(X_{k+1,i}^- - \bar{X}_{k+1}^-)^T} \quad (۹)$$

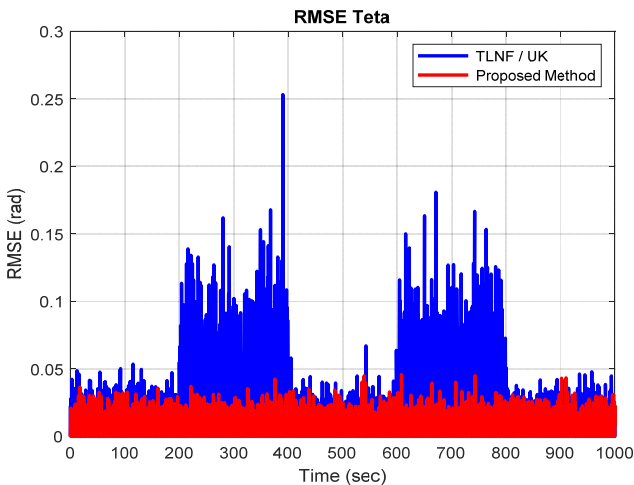
در همگام‌سازی  $i$ امین حالت  $X_{k+1,i}^+$  در زمان  $k+1$  می‌توان از حالت پیش‌بینی  $X_{k+1,i}^-$  توسط معادله زیر استفاده کرد

$$X_{k+1,i}^+ = X_{k+1,i}^- + K_{k+1} (Z_{k+1,i} - \hat{Z}_{k+1,i}) \quad (۱۰)$$

که  $K_{k+1}$  بهره کالمن،  $Z_{k+1}$  داده‌های اندازه‌گیری واقعی در زمان  $k+1$  و  $\hat{Z}_{k+1}$  تخمین اندازه‌گیری محاسبه‌شده از حالت پیش‌بینی است. به‌طور خاص، مجموعه داده‌های اندازه‌گیری واقعی  $Z_{k+1,i}$  به شرح زیر است



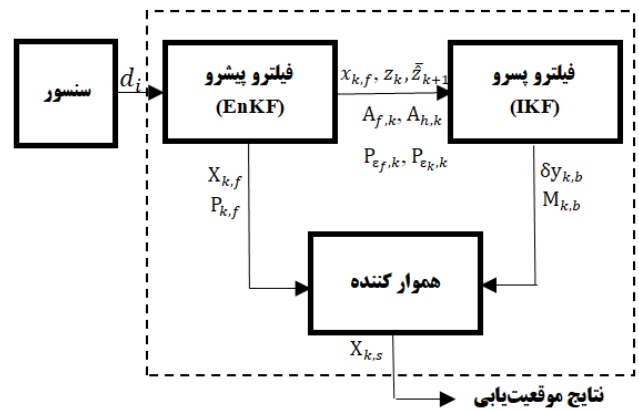
شکل ۵: RMSE تجمیعی موقعیت‌های  $x$  و  $y$  در ردیابی مسیر دایره‌ای.



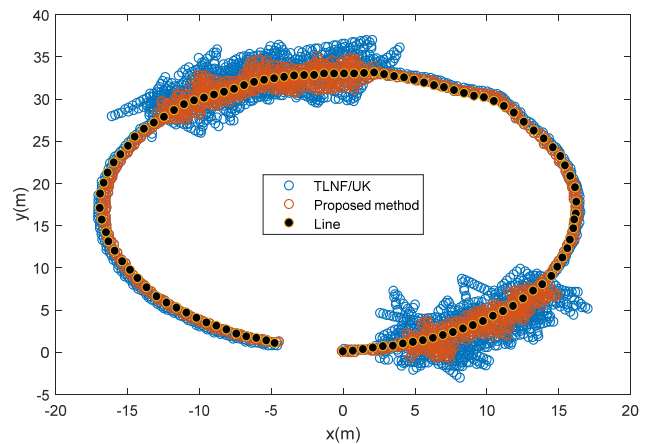
شکل ۶: RMSE جهت‌یابی در ردیابی مسیر دایره‌ای.

بسیار بالاست. همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، خروجی مبتنی بر تخمین حالت با روش ترکیبی TLNF/UK و روش پیشنهادی در ردیابی مسیر دایره‌ای ربات سیار مورد آزمایش قرار گرفته است. با توجه به نتایج، عملکرد موقعیت‌یابی روش پیشنهادی بهتر از روش TLNF/UK است. روش پیشنهادی توانسته با تغییرات کمتری در حرکت دایره‌ای نسبت به روش TLNF/UK عمل کند. در بازه‌هایی که نویز اعمال شده است، هر دو روش انحراف از مسیر داشته‌اند؛ اما روش پیشنهادی انحراف و تغییرات کمتری داشته است.

برای ارزیابی دقیق‌تر، RMSE تخمین موقعیت در طول زمان توسط دو روش بررسی شده است. RMSE تجمیعی  $x$  و  $y$  در شکل ۵ و  $\theta$  در شکل ۶ در ردیابی مسیر دایره‌ای نشان داده شده و لازم به ذکر است همان‌طور که از شکل‌ها مشخص می‌باشد، روش پیشنهادی و روش TLNF/UK در بازه‌ای از زمان خطای بیشتری دارند و این زمانی است که در ناحیه نویزی قرار دارند. همان‌طور که مشاهده می‌شود در روش پیشنهادی، دامنه RMSE تجمیعی  $x$  و  $y$  بیشتر از ۲/۲ نبوده است. بیشترین میزان خطا در ثانیه ۲۰۰ تا ۴۰۰ و همچنین ۶۰۰ تا ۸۰۰ بوده و این زمانی است که حرکت در ناحیه با نویز قرار دارد. در نواحی دیگر دامنه RMSE کمتر از ۰/۲ است. در شکل ۶ در ناحیه نویزی میزان RMSE تخمین حالت  $\theta$  در روش پیشنهادی بیشتر از ۰/۰۵ نبوده است. در شکل‌های ۷ تا ۹ می‌توان عملکرد هر یک از این دو تخمین‌گر را در روند تخمین متغیرهای حالت  $x$ ،  $y$  و  $\theta$  مشاهده نمود.



شکل ۳: سیستم موقعیت‌یابی ربات با استفاده از روش پیشنهادی.



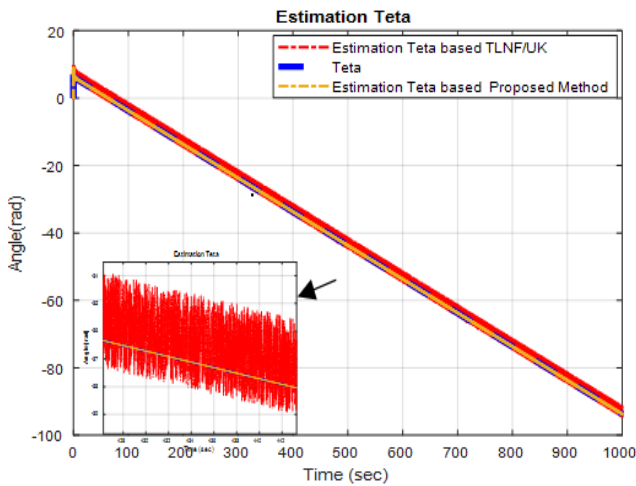
شکل ۴: ردیابی در مسیر همراه با نویز در حرکت دایره‌ای.

بلوک دیاگرام سیستم موقعیت‌یابی ربات با استفاده از روش پیشنهادی در شکل ۳ نشان داده شده است.

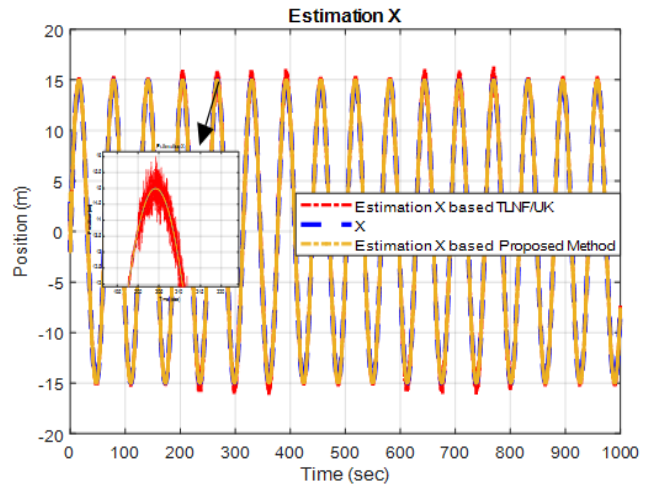
## ۴- نتایج

در این بخش، روش پیشنهادی در مقایسه با TLNF/UK [۴۵] برای موقعیت‌یابی ربات مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. سناریو دویخشی است، چهار نشانه در محیط در نظر گرفته شده و فرض بر آنست که مکان نشانه‌ها دقیقاً مشخص می‌باشد. زمان نمونه‌برداری  $\Delta T$  بر روی ۰/۰۱ تنظیم گردیده است. فرض می‌کنیم که واریانس نویز پروسه و اندازه‌گیری در وضعیت نرمال به ترتیب دارای مقادیر  $\sigma_{w_1}^2 = \sigma_{w_2}^2 = \sigma_{w_3}^2 = 0.1$  و  $\sigma_{v_1}^2 = \sigma_{v_2}^2 = \sigma_{v_3}^2 = \sigma_{v_4}^2 = 0.1$  می‌باشد و در بازه تغییرات، هنگامی که  $200 \leq k \leq 400$  و  $600 \leq k \leq 800$  است، مقادیر عددی نویز پروسه و اندازه‌گیری به ترتیب  $\sigma_{w_1}^2 = \sigma_{w_2}^2 = \sigma_{w_3}^2 = 0.3$  و  $\sigma_{v_1}^2 = \sigma_{v_2}^2 = \sigma_{v_3}^2 = \sigma_{v_4}^2 = 3$  می‌باشد. برای اثبات عملکرد روش پیشنهادی، این روش با روش [۴۵] که ترکیب TLNF/UK است مورد مقایسه قرار گرفته است. برای فیلتر TLNF مقادیر به صورت  $N = 12$ ،  $\alpha = 0.8$  و  $\tilde{N} = 7$  در نظر گرفته شده است.

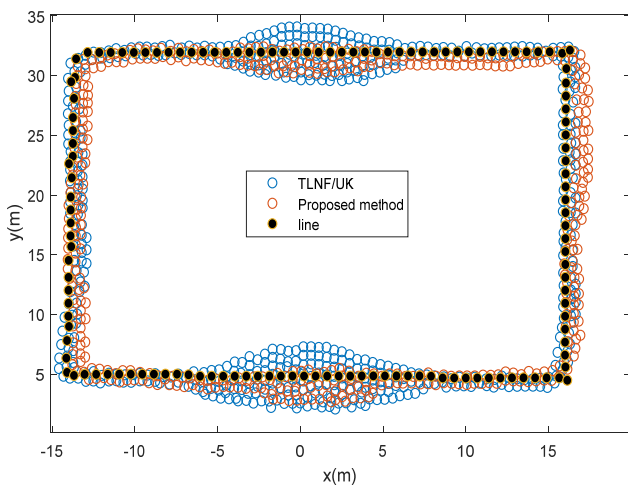
در ابتدا عملکرد روش پیشنهادی در مقایسه با روش TLNF/UK [۴۵] در ردیابی مسیر دایره‌ای ربات سیار مورد آزمایش قرار گرفته است. فرض بر آنست دو بازه وجود دارد که در آن، اندازه‌گیری‌ها به شدت توسط نویز تحت تأثیر قرار می‌گیرد و در آن واریانس در مقایسه با وضعیت نرمال



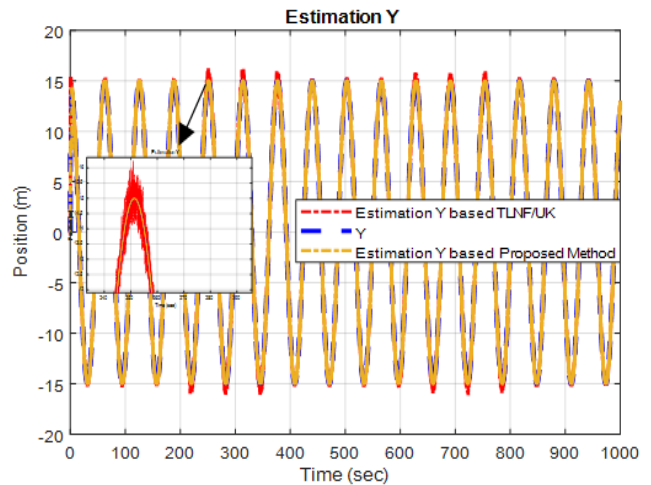
شکل ۹: تخمین حالت  $\theta$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر دایره‌ای.



شکل ۷: تخمین حالت  $x$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر دایره‌ای.



شکل ۱۰: ردیابی در مسیر همراه با نویز در حرکت مستطیلی.



شکل ۸: تخمین حالت  $y$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر دایره‌ای.

جدول ۴: مقایسه RMSE خطای تخمین در حضور عدم قطعیت واریانس نویز در ردیابی مسیر دایره‌ای.

	میزان بهبود (درصد)	TLNF/UK	روش پیشنهادی	
$x$	۶۴٫۷۸	۱٫۱۷	۰٫۷۱	
$y$	۴۴٫۹۵	۱٫۵۸	۱٫۰۹	
$\theta$	۵۲٫۵۷	۱٫۴۸	۰٫۹۷	

جدول ۲: مقایسه RMSE خطای تخمین در ردیابی مسیر دایره‌ای.

	میزان بهبود (درصد)	TLNF/UK	روش پیشنهادی	
$x$	۲۵٫۰۴	۰٫۳۸	۰٫۳۱	
$y$	۲۴٫۳۰	۰٫۵۱	۰٫۴۱	
$\theta$	۱۱٫۸۲	۰٫۴۸	۰٫۴۳	

جدول ۳: مقایسه زمان پردازش الگوریتم‌ها در ردیابی مسیر دایره‌ای.

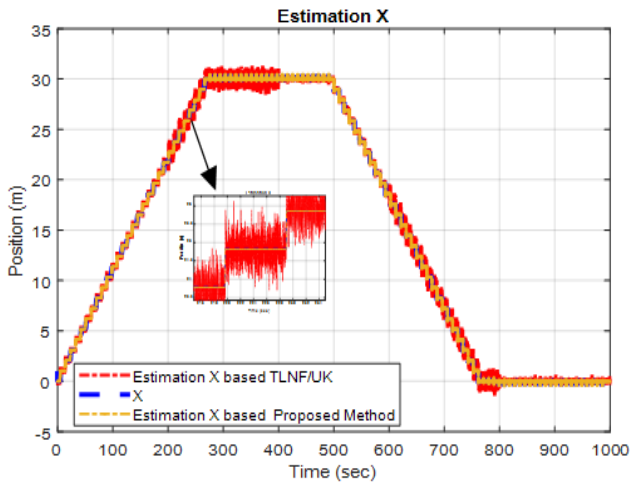
روش TLNF/UK [۴۵]	۱٫۷۱ ثانیه
روش پیشنهادی	۳٫۱۲ ثانیه

نتایج جدول ۲ با نتایج جدول ۴ می‌توان حساسیت کمتر روش پیشنهادی به تغییرات نویز را به خوبی مشاهده نمود. با مقایسه نتایج این دو جدول مشاهده می‌شود که در ازای تغییر یکسان پارامترهای نویز برای هر دو روش، در حالی که مقدار افزایش جذر خطای تخمین روش ترکیبی TLNF/UK نزدیک به ۳/۱ برابر شده است، این افزایش برای روش پیشنهادی برابر با ۲/۲ می‌باشد. روش پیشنهادی توانسته در ردیابی مسیر دایره‌ای و در حضور عدم قطعیت واریانس نویز تا ۶۴ درصد دقت تخمین را افزایش دهد. روش پیشنهادی برخلاف TLNF/UK نسبت به عدم قطعیت در نویز مقاوم است. از آنجایی که وجود عدم قطعیت‌ها در فرایند تخمین حالت اجتناب‌ناپذیر هستند، اهمیت روش پیشنهادی به خوبی مشخص می‌گردد.

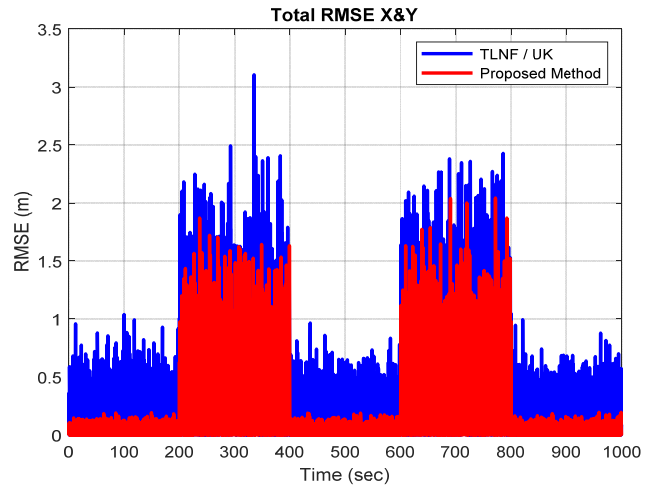
در ادامه برای بررسی بیشتر عملکرد روش پیشنهادی، مسیر دایره‌ای به مسیر مستطیلی تغییر یافته و شبیه‌سازی مجدد تکرار شده است. مشابه حالت قبل، فرض بر آنست که در دو بازه، اندازه‌گیری‌ها به شدت تحت تأثیر نویز قرار گرفته و نتایج به دست آمده از الگوریتم‌ها در شکل ۱۰

به منظور مقایسه دقت و سرعت همگرایی روش پیشنهادی با TLNF/UK، RMSE متغیرهای حالت دینامیک ربات به همراه مدت زمان پردازش در جداول ۲ و ۳ ارائه شده است. همان طور که مشاهده می‌شود روش پیشنهادی توانسته که دقت موقعیت‌یابی را تا ۲۵ درصد نسبت به روش ترکیبی TLNF/UK بهبود بخشد و میزان خطای تخمین کمتری داشته باشد.

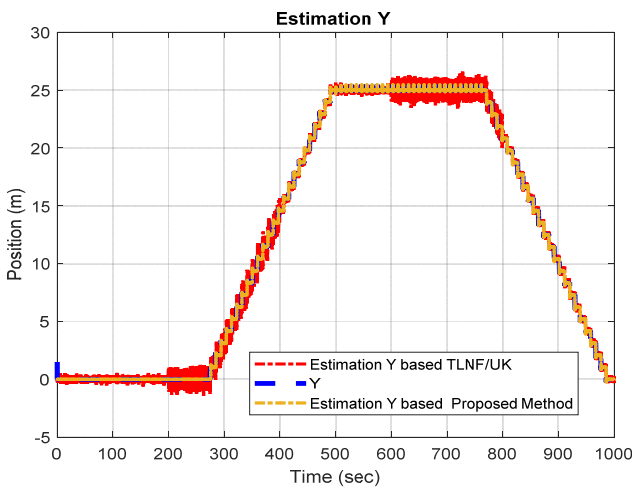
با توجه به شدت نویزهای اندازه‌گیری در روند کنترل دینامیک ربات، به منظور نمایش وابستگی کمتر روش پیشنهادی به مقادیر مدل فرایند و نویزهای اندازه‌گیری به مقایسه RMSE خطای تخمین در حضور عدم قطعیت واریانس نویز پرداخته می‌شود. در جدول ۴ جذر مربع خطای تخمین متغیرها در حالت افزایش واریانس نویز ارائه شده است. با مقایسه



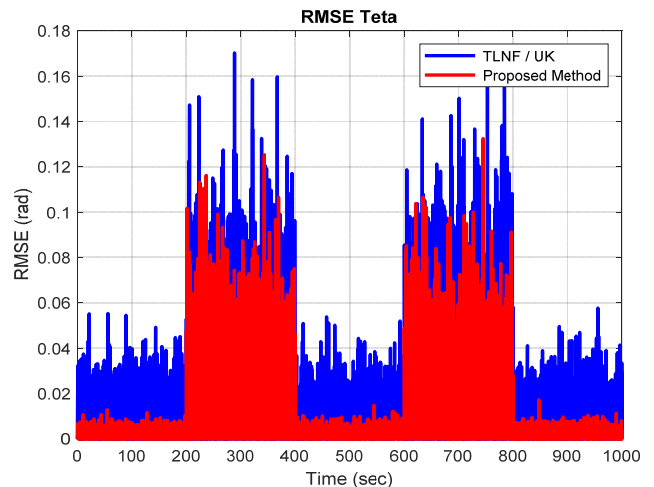
شکل ۱۳: تخمین حالت  $x$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر مستطیلی.



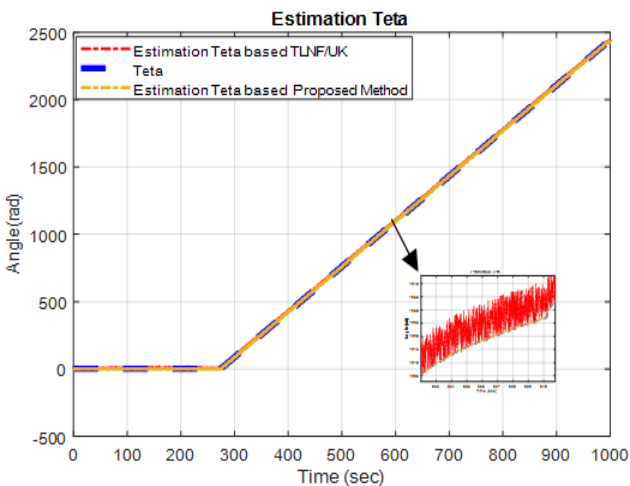
شکل ۱۱: RMSE جمعیتی موقعیت‌های  $x$  و  $y$  در ردیابی مسیر مستطیلی.



شکل ۱۴: تخمین حالت  $y$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر مستطیلی.



شکل ۱۲: RMSE جهت‌یابی در ردیابی مسیر مستطیلی.

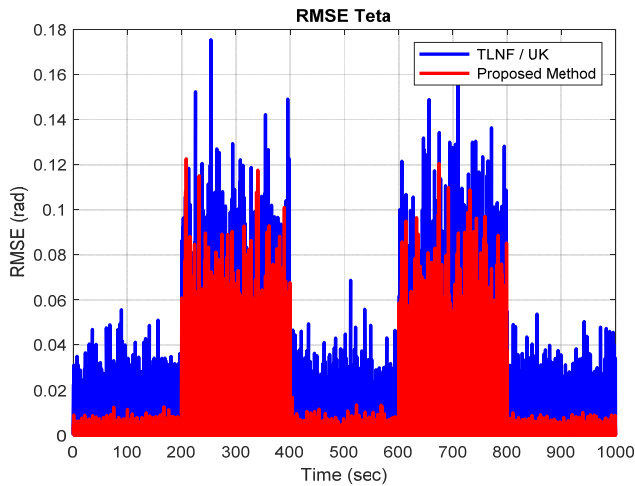


شکل ۱۵: تخمین حالت  $\theta$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر مستطیلی.

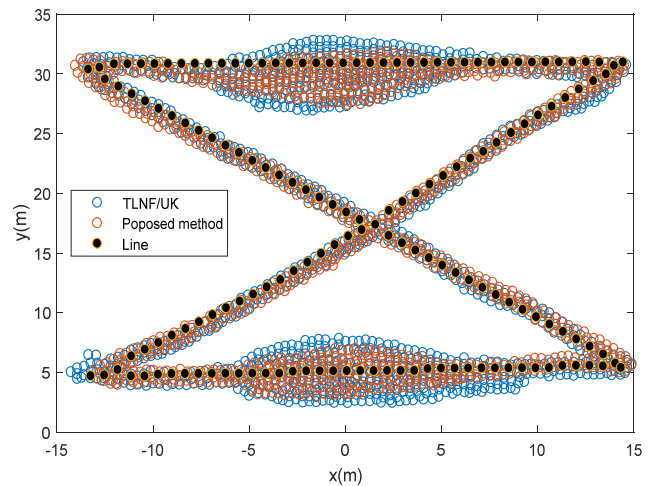
مشخص گردیده است. مشابه حالت قبل، عملکرد موقعیت‌یابی روش پیشنهادی از روش TLNF/UK بهتر است؛ لذا این روش توانسته با تغییرات کمتری در حرکت مستطیلی نسبت به روش TLNF/UK عمل کند. مطابق شکل در حرکت مستطیلی در بازه ۵ تا ۵- نویز وارد شده و در دیگر نقاط نویزی وجود نداشته است. همان طور که مشخص است روش پیشنهادی و روش TLNF/UK هنگامی که نویزی در محیط نباشد می‌توانند با دقت خوبی بر روی مسیر اصلی حرکت کنند؛ ولی هنگام اعمال نویز، روش پیشنهادی انحراف کمتری دارد.

در شکل ۱۱ و ۱۲، جذر مربع خطای تخمین موقعیت دو الگوریتم در مسیر مستطیلی نسبت به زمان به ترتیب برای  $x$ ،  $y$  و  $\theta$  نشان داده شده است. ملاحظه می‌شود روش پیشنهادی نسبت به روش TLNF/UK دارای خطای کمتری در حرکت است؛ اما هر دو روش در بازه‌ای از زمان خطای بیشتری دارند. شکل ۱۱، حداکثر خطای جمعیتی موقعیت‌های  $x$  و  $y$  در ردیابی مسیر است که میزان آن بیشتر از ۲/۵ نبوده و این خطا در ناحیه همراه با نویز اتفاق افتاده است. در قسمت‌های دیگر حرکت مستطیلی، بیشترین خطای جمعیتی به عدد ۰/۲ می‌رسد و کمترین میزان خطا نیز در قسمت‌هایی صفر بوده است. همان طور که در شکل ۱۲ مشخص می‌باشد، حداکثر خطای متغیر  $\theta$  در ناحیه نویزی در روش پیشنهادی بیشتر از ۰/۱۳ نبوده است. در شکل‌های ۱۳ تا ۱۵ می‌توان عملکرد هر یک از این دو تخمینگر را در روند تخمین متغیرهای حالت  $x$ ،  $y$  و  $\theta$  در ۱۰۰۰ ثانیه مشاهده نمود.

در ادامه به مقایسه دقت و سرعت همگرایی روش پیشنهادی با روش TLNF/UK در زمان اعمال نویز پرداخته می‌شود. لذا RMSE تخمین متغیرهای حالت دینامیک ربات به‌همراه مدت زمان پردازش در حلقه کنترل ردیابی مسیر مستطیلی شکل در جداول ۵ و ۶ ارائه شده است. به‌منظور بررسی حساسیت کمتر روش پیشنهادی به پارامترهای مدل و نویز فرایند با افزایش واریانس نویز اندازه‌گیری، شبیه‌سازی مجدداً تکرار شده است. در جدول ۷ مقادیر جذر مربع خطای تخمین متغیرهای حالت



شکل ۱۸: RMSE جهت‌یابی در ردیابی مسیر Z شکل.



شکل ۱۶: ردیابی در حرکت همراه با نویز در مسیر Z شکل.

جدول ۵: مقایسه RMSE خطای تخمین در ردیابی مسیر مستطیلی.

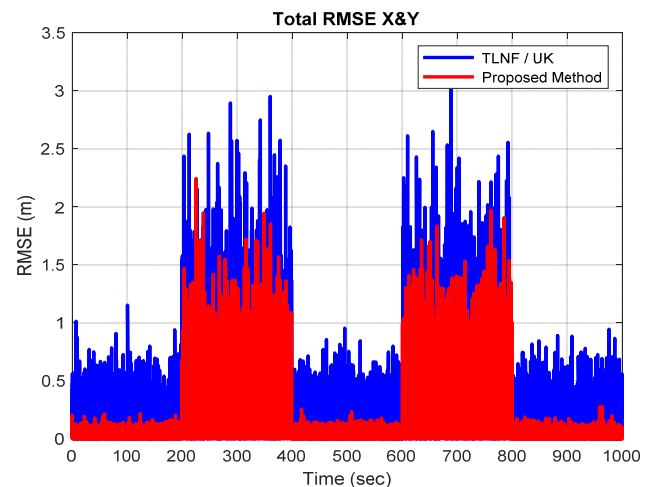
میزان بهبود (درصد)	TLNF/UK	روش پیشنهادی	
۱۱٫۵۳	۰٫۴۵	۰٫۰۴	x
۵٫۴۲	۰٫۶۲	۰٫۵۹	y
۱۰٫۶۵	۰٫۰۴	۰٫۰۳	θ

جدول ۶: مقایسه زمان پردازش الگوریتم‌ها در ردیابی مسیر مستطیلی.

روش TLNF/UK	۴۵ ثانیه
روش پیشنهادی	۴٫۱۵ ثانیه

جدول ۷: مقایسه RMSE خطای تخمین در حضور عدم قطعیت واریانس نویز در ردیابی مسیر مستطیلی.

میزان بهبود (درصد)	TLNF/UK	روش پیشنهادی	
۴۰٫۹۰	۱٫۵۵	۱٫۱۰	x
۵۳٫۲۸	۲٫۱۰	۱٫۳۷	y
۴٫۹	۱٫۰۷	۱٫۰۲	θ



شکل ۱۷: RMSE تجمیعی موقعیت‌های x و y در ردیابی مسیر Z شکل.

در زمان افزایش واریانس نویز اندازه‌گیری بیان شده است. با مقایسه نتایج جدول ۵ با ۷ می‌توان حساسیت کمتر روش پیشنهادی را به تغییرات پارامترهای مدل و نویز به‌خوبی مشاهده نمود.

پارامترهای نویز برای هر دو روش به میزان یکسانی افزایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در روش ترکیبی TLNF/UK، مقدار افزایش جذر خطای تخمین نزدیک به ۳/۴ برابر است؛ این افزایش برای روش پیشنهادی برابر با ۲/۳ می‌باشد. در ردیابی مسیر مستطیلی میزان دقت روش پیشنهادی در حضور عدم قطعیت تا ۵۳ درصد بهبود یافته است.

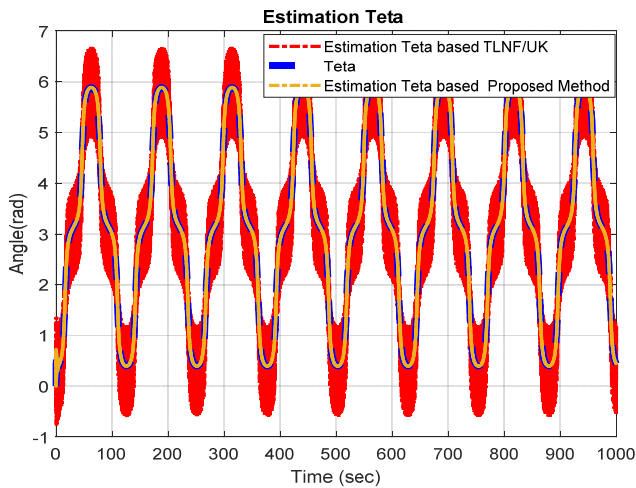
در این بخش عملکرد موقعیت‌یابی روش پیشنهادی در مقایسه با TLNF/UK در یک مسیر پیچیده‌تر به شکل Z مورد بررسی قرار گرفته است. موقعیت‌یابی ربات سیار در این مسیر نسبت به دو مسیر مرجع پیشین، دشوارتر و مسیر حرکت آن طولانی‌تر است. با فرض مقادیر نامی واریانس نویز اندازه‌گیری مشابه با بخش پیشین به بررسی عملکرد در ردیابی مسیر مرجع Z شکل و مقایسه تخمین متغیرهای حالت با روش TLNF/UK و روش پیشنهادی پرداخته شده است. در شکل ۸ می‌توان خروجی دینامیک حلقه بسته مبتنی بر تخمین حالت با روش TLNF/UK و تخمین‌گر پیشنهادی را مشاهده نمود. در این مسیر نیز در دو بازه، حرکت تحت تأثیر نویز قرار می‌گیرد. نتایج این بررسی در شکل ۱۶ نشان داده شده و همان‌طور که مشخص است روش پیشنهادی توانسته با تغییرات کمتری در حرکت Z نسبت به روش TLNF/UK عمل کند. در این

حرکت، دامنه نویز در محیط از ۷ تا ۷- بوده و نسبت به حرکت مستطیلی محیط، نویز بیشتری داشته است. همان‌طور که مشخص است روش TLNF/UK در دامنه نویزی و نیز در گوشه‌های حرکت Z انحرافات دارد؛ اما در روش پیشنهادی این انحرافات کمتر است.

در ادامه در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ میزان خطا در طول زمان ۱۰۰۰ ثانیه آمده و مشاهده می‌شود که روش پیشنهادی نسبت به روش TLNF/UK دارای خطای کمتری در حرکت Z است. خطا در قسمت‌هایی از ناحیه نویزی صفر می‌باشد؛ ولی همواره هر دو روش دارای خطا بوده‌اند. RMSE تجمیعی موقعیت‌های x و y در ردیابی مسیر Z شکل در شکل ۱۷ آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود میزان خطا در قسمت‌های نویزی در روش پیشنهادی از حدود ۲/۳ فراتر نرفته است؛ اما بیشترین میزان افزایش برای روش TLNF/UK از ۳ بیشتر و RMSE روش پیشنهادی در نواحی دیگر، کمتر از ۰٫۳ است. شکل ۱۸، RMSE جهت‌یابی در ردیابی مسیر Z شکل است که به‌وضوح عملکرد بهتر روش پیشنهادی نسبت به TLNF/UK مشخص می‌باشد. در شکل‌های ۱۹ تا ۲۱ می‌توان عملکرد هر یک از این دو تخمین‌گر را در روند تخمین متغیرهای حالت x، y و θ مشاهده نمود.

مشابه بخش‌های پیشین به‌منظور درک میزان افزایش دقت فیلتر پیشنهادی و همچنین افزایش سرعت همگرایی، مقدار جذر مربع خطای





شکل ۲۱: تخمین حالت  $\theta$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر Z شکل.

جدول ۸: مقایسه RMSE خطای تخمین در ردیابی مسیر Z شکل.

	روش پیشنهادی	TLNF/UK	میزان بهبود (درصد)
$x$	۰٫۵۳	۰٫۵۹	۱۱٫۲۲
$y$	۰٫۵۸	۰٫۶۰	۳٫۱۴
$\theta$	۰٫۵۲	۰٫۵۶	۷٫۲۶

جدول ۹: مقایسه زمان پردازش الگوریتم‌ها در ردیابی مسیر Z شکل.

روش	زمان پردازش (ثانیه)
روش پیشنهادی	۸٫۱۲
TLNF/UK	۴۵

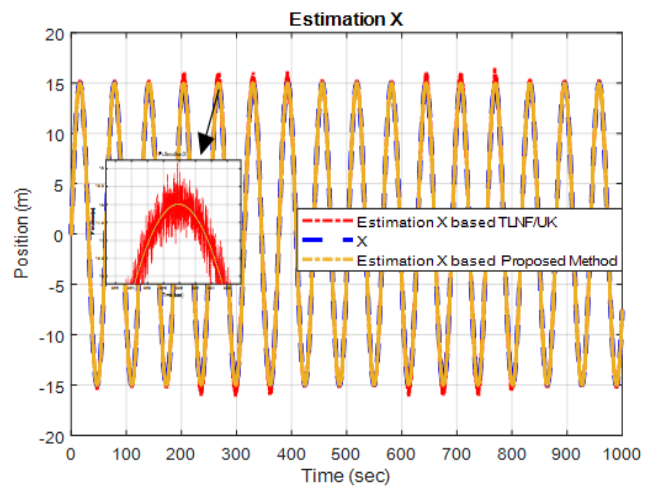
جدول ۱۰: مقایسه RMSE خطای تخمین در حضور عدم قطعیت واریانس نویز در ردیابی مسیر Z شکل.

	روش پیشنهادی	TLNF/UK	میزان بهبود (درصد)
$x$	۱٫۱۹	۱٫۸۹	۵۸٫۸۲
$y$	۱٫۳۴	۱٫۹۳	۴۴٫۰۲
$\theta$	۱٫۲۱	۱٫۸۱	۴۹٫۵۸

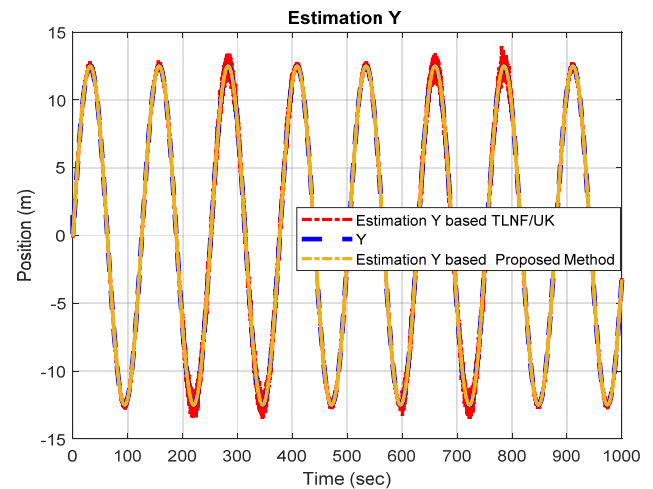
از مبدأ به مقصد حائز اهمیت است، می‌توان از روش TLNF/UK استفاده کرد که نیاز به صرف انرژی کمتری برای حرکت دارد. اما در مقایسه با روش پیشنهادی از دقت پایین‌تری در تخمین حالت و ردیابی برخوردار بوده و لذا می‌توان مشاهده نمود که خطاهای تخمین در روش پیشنهادی کمتر است و توانسته در حرکت دایره‌ای تا ۲۵ درصد دقت تخمین را افزایش دهد و با وجود عدم قطعیت واریانس نویز توانسته تا ۶۴ درصد در حرکت دایره‌ای بهتر عمل کند. اما زمان محاسبات روش پیشنهادی نسبت به مدل TLNF/UK تقریباً دوبرابر بیشتر است و این بهبود در حرکت مستطیلی و حرکت Z نیز دیده می‌شود. با بررسی نتایج به‌دست‌آمده از سه مسیر مرجع متفاوت می‌توان مشاهده نمود که زمان کل پردازش هنگام ردیابی مسیر Z شکل بیشتر از حالت دایره و مستطیل است و این به طول مسیر حرکت نیز مربوط می‌باشد. مزیت دیگر روش پیشنهادی، حساسیت کمتر به تغییر پارامترهای مدل و نویز است که این مسأله به‌خصوص در فرایند کنترل ربات‌های خودمختار که با عدم قطعیت‌های بسیاری مواجه هستند، اهمیت ویژه‌ای می‌یابد.

### ۵- نتیجه‌گیری

با توجه به اهمیت مسأله تخمین موقعیت ربات در حلقه کنترل ردیابی مسیر در این مقاله، طراحی یک تخمینگر هموار دوبخشی برای



شکل ۱۹: تخمین حالت  $x$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر Z شکل.



شکل ۲۰: تخمین حالت  $y$  با روش پیشنهادی و TLNF/UK در مسیر Z شکل.

تخمین متغیرهای حالت دینامیک ربات به‌همراه مدت زمان پردازش در حلقه کنترل ردیابی مسیر Z شکل بررسی می‌گردد. این نتایج در جداول ۸ و ۹ ارائه شده‌اند.

همان‌طور که در شکل ۱۶ مشخص شد، روش پیشنهادی توانسته با تغییرات کمتری در حرکت Z شکل نسبت به روش TLNF/UK عمل کند. به‌منظور نمایش وابستگی کمتر روش پیشنهادی به مقادیر مدل فرایند و نویزهای اندازه‌گیری، مقدار واریانس نویز را افزایش داده و سپس نتایج آن در جدول ۱۰ ارائه شده است. با مقایسه نتایج جدول ۱۰ با ۸ می‌توان حساسیت کمتر روش پیشنهادی به تغییرات پارامترهای مدل و نویز را مشاهده نمود. با مقایسه نتایج جداول ۸ و ۱۰ مشاهده می‌شود که در ازای تغییر یکسان پارامترهای نویز برای هر دو روش، در حالی که مقدار افزایش جذر خطای تخمین روش ترکیبی TLNF/UK نزدیک به ۳/۲ برابر شده است، این افزایش برای روش پیشنهادی برابر با ۲/۳ می‌باشد که صحت حساسیت کمتر روش پیشنهادی را تأیید می‌نماید و دقت تخمین را در حضور عدم قطعیت تا ۵۸ درصد نسبت به روش TLNF/UK بهبود بخشیده است.

همان‌طور که مشاهده شد، دقت روش TLNF/UK نسبت به روش پیشنهادی کمتر است و روش پیشنهادی، هم در وضعیت نرمال و هم در فاصله‌ای که در نویز است، پایدار می‌باشد. با این حال، همان‌طور که نشان داده شد، هزینه محاسباتی روش پیشنهادی از روش TLNF/UK بیشتر است؛ از این رو هنگامی که برای ربات سرعت عمل و زمان رسیدن

- power systems," *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, vol. 71, Article ID: 9002213 2022.
- [14] A. Tuveri, F. Pérez-García, P. A. Lira-Parada, L. Imsland, and N. Bar, "Sensor fusion based on extended and unscented kalman filter for bioprocess monitoring," *J. of Process Control*, vol. 106, pp. 195-207, Oct. 2021.
- [15] M. N. Lv, T. Sun, and J. Li, "Estimation of vehicle state parameters based on extended kalman filter," *Agricultural Equipment and Vehicle Engineering*, vol. 56, no. 5, pp. 77-80, 2019.
- [16] A. Varsi, S. Maskell, and P. G. Spirakis, "An O(log2N) fully-balanced resampling algorithm for particle filters on distributed memory architectures," *Algorithms*, vol. 14, no. 12, Article ID: 342, 2021.
- [17] L. Yuan, J. Gu, H. Wen, and Z. Jin, "Improved particle filter for non-gaussian forecasting-aided state estimation," *J. of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 11, no. 4, pp. 1075-1085, Jul. 2023.
- [18] A. Alessandri, T. Parisini, and R. Zoppoli, "Neural approximators for nonlinear finite-memory state estimation," *Int. J. Control*, vol. 67, no. 2, pp. 275-302, Jan. 1997.
- [19] P. S. Kim, E. H. Lee, M. S. Jang, and S. Y. Kang, "A finite memory structure filtering for indoor positioning in wireless sensor networks with measurement delay," *Int. J. Distrib. Sensor Netw*, vol. 13, no. 1, 8 pp., Jan. 2017.
- [20] A. Jazwinski, "Limited memory optimal filtering," *IEEE Trans. Autom. Control*, vol. 13, no. 5, pp. 558-563, Oct. 1968.
- [21] W. H. Kwon and S. Han, *Receding Horizon Control: Model Predictive Control for State Models*, Cham, Switzerland: Springer, 2015.
- [22] C. K. Ahn, Y. S. Shmaliy, and S. Zhao, "A new unbiased FIR filter with improved robustness based on frobenius norm with exponential weight," *IEEE Trans. Circuits Syst. II, Exp. Briefs*, vol. 65, no. 4, pp. 521-525, Apr. 2018.
- [23] Y. S. Shmaliy, "An iterative kalman-like algorithm ignoring noise and initial conditions," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 6, pp. 2465-2473, Jun. 2011.
- [24] Y. S. Shmaliy, S. H. Khan, S. Zhao, and O. Ibarra-Manzano, "General unbiased FIR filter with applications to GPS-based steering of oscillator frequency," *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 25, no. 3, pp. 1141-1148, May 2017.
- [25] S. L. Sun and Z. L. Deng, "Multi-sensor optimal information fusion kalman filter," *Automatica*, vol. 40, no. 6, pp. 1017-1023, Jun. 2004.
- [26] G. Hao, S. L. Sun, and Y. Li, "Nonlinear weighted measurement fusion unscented kalman filter with asymptotic optimality," *Inf. Sci.*, vol. 299, pp. 85-98, Apr. 2015.
- [27] G. Hao and S. Sun, "Distributed fusion cubature kalman filters for nonlinear systems," *Int. J.*, vol. 29, no. 17, pp. 5979-5991, 25 Nov. 2019.
- [28] S. Sun, H. Lin, J. Ma, and X. Li, "Multi-sensor distributed fusion estimation with applications in networked systems: a review paper," *Inf. Fusion*, vol. 38, pp. 122-134, Nov. 2017.
- [29] Y. Hu, S. Bian, B. Ji, and J. Li, "GNSS spoofing detection technique using fraction parts of double difference carrier phases," *J. of Navigation*, vol. 71, no. 5, pp. 1111-1129, 2018.
- [30] B. S. Çiftler, S. Dikmese, İ. Güvenç, K. Akkaya, and A. Kadri, "Occupancy counting with burst and intermittent signals in smart buildings," *IEEE Internet of Things J.*, vol. 5, no. 2, pp. 724-735, Apr. 2017.
- [31] Q. Sun, Y. Tian, and M. Diao, "Cooperative localization algorithm based on hybrid topology architecture for multiple mobile robot system," *IEEE Internet of Things J.*, vol. 5, no. 6, pp. 4753-4763, Dec. 2018.
- [32] W. Ye, J. Li, J. Fang, and X. Yuan, "EGP-CDKF for performance improvement of the SINS/GNSS integrated system," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 65, no. 4, pp. 3601-3609, Apr. 2017.
- [33] R. Zhan and J. Wan, "Iterated unscented kalman filter for passive target tracking," *Aerospace & Electronic Systems IEEE Trans. on*, vol. 43, no. 3, pp. 1155-1163, Jul. 2007.
- [34] W. Li and Y. Jia, "Location of mobile station with maneuvers using an IMM-based cubature kalman filter," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 59, no. 11 pp. 4338-4348, Nov. 2012.
- [35] N. K. Singh, S. Bhaumik, and S. Bhattacharya, "Tracking of ballistic target on re-entry using ensemble kalman filter," in *Proc. 2012 Annual IEEE India Conf.*, pp. 508-513, Kochi, India, 7-9 Dec. 2012.
- [36] J. Yu, J. G. Lee, G. P. Chan, and H. S. Han, "An offline navigation of a geometry PIG using a modified nonlinear fixed-interval smoothing filter," *Control Engineering Practice*, vol. 13, no. 3, pp. 1403-1411, Nov. 2005.
- [37] Y. Xu, X. Chen, and Q. Li, "Autonomous integrated navigation for indoor robots utilizing online iterated extended rauch-tung-striebel smoothing," *Sensors*, vol. 13, no. 12, pp. 15937-15953, 2013.

موقعیت‌یابی ربات سیار پیشنهاد شد. این تخمینگر شامل فیلتر پیشرو EnKF با نمونه‌برداری تصادفی و فیلتر پسرو مبتنی بر بردار خطای حالت است. فیلتر پسرو به جبران خطای تخمین فیلتر پیشرو می‌پردازد و نهایتاً هموارکننده، تخمین فیلتر پیشرو و پسرو را با هم ترکیب می‌کند تا تخمین دقیق‌تری ارائه دهد. در ادامه به منظور بررسی صحت عملکرد الگوریتم پیشنهادی، فرایند موقعیت‌یابی ربات در سه مسیر مرجع دایره‌ای، مستطیلی و Z شکل مورد مطالعه قرار گرفت. نتایج به‌دست‌آمده از موقعیت‌یابی روش پیشنهادی در مقایسه با روش TLNF/UK [۴۵]، حاکی از افزایش دقت ۲۵ درصدی در مسیر دایره و ۱۱ درصدی در مسیر مستطیل و مسیر Z شکل است. شبیه‌سازی با حضور عدم قطعیت واریانس نویز در ردیابی تکرار شد و دقت تخمین نسبت به روش TLNF/UK به میزان ۶۴ درصد در مسیر دایره‌ای و حدود ۵۰ درصد در دو مسیر مرجع دیگر بهبود یافت؛ لذا حساسیت کمتر روش پیشنهادی نسبت به پارامترهای مدل و نویز به‌خوبی نشان داده شد. در مقابل، افزایش زمان پردازش روش پیشنهادی، نقطه ضعف آن نسبت به روش TLNF/UK [۴۵] است. افزون بر این استفاده از حسگر نور مرئی و موقعیت‌یابی مبتنی بر نور محیط، منجر به کاهش چشم‌گیر هزینه‌های اجرایی در محیط واقعی می‌گردد. به‌منظور ارائه پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی، استفاده از الگوریتم این مقاله با مکانیزم ارسال داده اندازه‌گیری مبتنی بر رویداد به‌عنوان راه حلی در جهت کاهش محاسبات و زمان پردازش، تحت مطالعه قرار می‌گیرد.

## مراجع

- [1] D. Pramod, "Robotic process automation for industry: adoption status, benefits, challenges and research agenda," *Bench-Marking: An Int. J.*, vol. 29, no. 5, pp. 1141-1148, May 2021.
- [2] S. Tomazic, "Indoor positioning and navigation," *Sensors (Basel)*, vol. 21, no. 14, Article: 4793, Jul. 2021.
- [3] C. Wang, A. Xu, J. Kuang, X. Sui, Y. Hao, and X. Niu, "A high-accuracy indoor localization system and applications based on tightly coupled UWB/INS/floor map integration," *J. IEEE Sens*, vol. 21, no. 16, pp. 18166-18177, 15 Aug. 2021.
- [4] Y. Zhuang, J. Yang, L. Qi, Y. Li, Y. Cao, and N. El-Sheimy, "A pervasive integration platform of low-cost MEMS sensors and wireless signals for indoor localization," *IEEE Internet of Things J.*, vol. 5, no. 6, pp. 4616-4631, Dec. 2017.
- [5] Y. Yu, R. Chen, L. Chen, W. Li, and Y. Wu, "Autonomous 3D indoor localization based on crowdsourced Wi-Fi fingerprinting and MEMS sensors," *J. IEEE Sens*, vol. 22, no. 6, pp. 5248-5259, 15 Mar. 2021.
- [6] L. Chen, X. Zhou, F. Chen, L. L. Yang, and R. Chen, "Carrier phase ranging for indoor positioning with 5G NR signals," *J. IEEE Internet Things*, vol. 9, no. 13, pp. 10908-10919, 1 Jul. 2021.
- [7] R. Chen, et al., "Precise indoor positioning based on acoustic ranging in smartphone," *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 70, Article ID: 9509512, 2021.
- [8] J. Li, et al. "PSOTrack: a RFID-based system for random moving objects tracking in unconstrained indoor environment," *IEEE Internet of Things J.*, vol. 5, no. 6, pp. 4632-4641, Dec. 2018.
- [9] Y. Zhuang, L. Hua, L. Qi, J. Yang, P. Cao, and Y. Cao, "A survey of positioning systems using visible LED lights," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 20, no. 3, pp. 1963-1988, Third quarter 2018.
- [10] R. Garcia, H. Kuga, and W. Silva, "Unscented kalman filter and smoothing applied to attitude estimation of artificial satellites," *Computational and Applied Mathematics*, vol. 37, no. 4, pp. 55-64, 2018.
- [11] P. Balenzuela, et al. "Accurate Gaussian mixture model smoothing using a two-filter approach," in *Proc. of the IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 694-699, Miami Beach, FL, USA, 17-18 Dec. 2018.
- [12] F. Deng, H. L. Yang, and L. J. Wang, "Adaptive unscented kalman filter based estimation and filtering for dynamic positioning with model uncertainties," *J. of Control, Automation and Systems*, vol. 17, no. 1, pp. 667-678, Feb. 2019.
- [13] L. Dang, W. Wang, and B. Chen, "Square root unscented kalman filter with modified measurement for dynamic state estimation of

[45] Y. Eun Kim, H. Ho Kang, and C. Ki Ahn, "Two-layer nonlinear FIR filter and unscented Kalman filter fusion with application to mobile robot localization," *IEEE Access*, vol. 8, pp. 87173-87183, 2020.

**رمضان هاونگی** تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری مهندسی برق - کنترل به ترتیب در سال‌های ۱۳۸۲ و ۱۳۹۱ از دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی تهران به پایان رسانده است و هم‌اکنون دانشیار دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه بیرجند می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: ناوبری اینرسی، ناوبری تلفیقی، تخمین و فیلترینگ، فیلترهای تکاملی، موقعیت‌یابی و نقشه‌برداری هم‌زمان، فازی، شبکه عصبی و محاسبات نرم.

**سیمین حسین‌زاده** تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی در رشته مهندسی برق گرایش کنترل از دانشگاه فردوسی مشهد در سال ۱۳۹۵ به پایان رساند. سپس در سال ۱۳۹۸ در مقطع کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش کنترل از دانشگاه صنعتی قوچان فارغ التحصیل گردید و هم‌اکنون دانشجوی دکتری مهندسی برق در گرایش کنترل دانشگاه بیرجند است. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان، کنترل غیرخطی، کنترل هوشمند، تئوری تخمین و شبکه عصبی می‌باشد.

- [38] A. S. Paul and E. A. Wan, "RSSI-based indoor localization and tracking using sigma-point Kalman smoothers," *IEEE J. of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 3, no. 5, pp. 860-873, Oct. 2009.
- [39] R. V. D. Merwe, *Sigma-Point Kalman Filters for Probabilistic Inference in Dynamic State-Space Models*, Oregon Health & Science University, Ph.D. Theses, Apr. 2004.
- [40] X. Gong, J. Zhang, and J. Fang, "A modified nonlinear two-filter smoothing for high-precision airborne integrated GPS and inertial navigation," *IEEE Trans. on Instrumentation & Measurement*, vol. 64, no. 12, pp. 3315-3322, Dec. 2015.
- [41] Z. Lu, J. Li, J. Fang, S. Wang, and S. Zou, "Adaptive unscented two-filter smoother applied to transfer alignment for ADPOS," *IEEE Sensors J.*, vol. 18, no. 8, pp. 3410-3418, 15 Apr. 2018.
- [42] H. Liu, K. Yang, and Q. Yang, Y. Ma, and C. Huang, "Sequential geoacoustic inversion and source tracking using ensemble Kalman-particle filter," in *Proc. Global Oceans 2020: Singapore – U.S. Gulf Coast*, 4- pp., Biloxi, MS, USA, 5-30 Oct. 2020.
- [43] M. Murata and K. Isao, "Degeneracy-free particle filter: ensemble kalman smoother multiple distribution estimation filter," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 67, no. 12, pp. 6956-6961, Dec. 2022.
- [44] H. M. Wu, M. Karkoub, and C. L. Hwang, "Mixed fuzzy sliding-mode tracking with backstepping formation control for multi-nonholonomic mobile robots subject to uncertainties," *J. Intell. Robotic Syst.*, vol. 79, no. 1, pp. 73-86, Jul. 2015.