

تأثیر شیب مرزهای نفوذناپذیر در منحنی افت-زمان در اطراف یک چاه پمپاژ در آبخوان‌های محبوس

آرش ندری^(۱)، ستاره قنواتی^(۲)، نصرالله کلانتری^(۳)

۱. استادیار و عضو هیئت علمی دانشکده علوم زمین دانشگاه شهید چمران اهواز
۲. کارشناس ارشد هیدروژئولوژی دانشگاه شهید چمران اهواز
۳. استاد و عضو هیئت علمی دانشکده علوم زمین دانشگاه شهید چمران اهواز

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۶/۲۰

تاریخ پذیرش: ۹۵/۰۹/۱۴

چکیده

بررسی تأثیر مرزهای نفوذناپذیر بر جریان به چاه‌های نزدیک به آن با استفاده از تئوری چاه‌های مجازی انجام می‌گیرد. در مواردی که مرزهای نفوذناپذیر مطالعه شده‌اند، این مرزها به صورت عمودی در نظر گرفته شده‌اند در حالی که در بسیاری موارد عمودی نبوده و شیب‌دار هستند. در این مطالعه هدف بر آن است که تأثیر شیب مرزهای نفوذناپذیر بر جریان به چاه در یک آبخوان محبوس بررسی شود. در این مطالعه شبیه‌سازی عددی و نیز محاسبات افت با استفاده از روش چاه‌های مجازی برای مرزهای عمودی انجام شده و سپس شبیه‌سازی جریان برای مرزهای شیب‌دار انجام شد. مدل مفهومی مورد نظر شامل یک آبخوان محبوس است که توسط دو مرز نفوذناپذیر محصور شده است و یک چاه با دبی ثابت در آن پمپاژ می‌شود. فاصله بین مرزها در فاصله‌ای از ۴۰۰ تا ۱۰۰۰ متر قرار گرفته است. شبیه‌سازی نشان داد که در صورتی که مرزهای نفوذناپذیر و محدودکننده عمودی باشند تطابق بسیار عالی بین نتایج شبیه‌سازی عددی از یک طرف و استفاده از رابطه تاپس و تئوری چاه‌های مجازی از طرف دیگر وجود دارد. منحنی‌های افت زمان برای مرزهای نفوذناپذیر شیب‌دار تفاوت قابل توجهی در زوایای مختلف و نیز عرض‌های مختلف (۱۰۰۰ تا ۴۰۰ متر) با نتایج حاصل از مرزهای عمودی نشان دادند. نتایج نشان داد اگر فاصله مرزهای نفوذناپذیر زیاد باشد و مرزهای نفوذناپذیر دارای زوایای کمتر از ۳۰ درجه باشند، تفاوت‌ها به حدی است که تقریب استفاده از روش چاه‌های مجازی می‌تواند قابل قبول باشد. اما هنگامی که فاصله بین مرزها کمتر باشد حتی در زوایای کم نیز تفاوت قابل ملاحظه‌ای در مقادیر افت-زمان مرزهای شیب‌دار با نتایج روش چاه‌های مجازی وجود دارد.

واژه‌های کلیدی: مرزهای نفوذناپذیر، داده‌های افت-زمان، آبخوان محبوس، شبیه‌سازی عددی، چاه‌های مجازی.

مقدمه

مرزهای نفوذناپذیر در آبخوان‌ها، مرزهایی هستند که از طریق آن‌ها جریانی به درون یا بیرون از آبخوان وجود ندارد. این مرزها به‌خاطر حضور سازندهای نفوذناپذیر و نیز لایه‌های محدودکننده آبخوان و نیز گسل‌های ناتراوا به وجود می‌آیند. مطالعات ارزشمندی پیرامون تأثیر مرزهای نفوذناپذیر بر هیدرولیک جریان به چاه‌ها انجام شده است. استفاده از چاه‌های مجازی برای حل معادلات جریان و محاسبه افت در

* نویسنده مرتبط: a.nadri@scu.ac.ir

(Kuo et al., 1994) مطالعه شده است. چان (Chan, 1976) حل تحلیلی برای معادلات جریان در آبخوان‌های محدود از چهار طرف را ارائه کرده و با روش چاه‌های مجازی مقایسه کردند و نتیجه‌گیری کردند که از روش چاه‌های مجازی قدرتمندتر است.

در تمام مواردی که مرزهای محدود کننده آبخوان مورد مطالعه قرار گرفته‌اند، این مرزها به صورت عمودی در نظر گرفته شده‌اند. درحالی‌که در بسیاری موارد این مرزها عمودی نبوده و شیب‌دار هستند، به خصوص هنگامی که یک آبخوان به سازندهای زمین‌شناسی نفوذناپذیر در حاشیه دشت‌ها برخورد می‌کند. در این موارد سازند نفوذپذیر دارای شیبی گاه ملایم و گاه تند است. از طرف دیگر در بیشتر مواردی که یک آبخوان بین دو مرز نفوذناپذیر قرار دارد (آبخوان‌های تشکیل شده در سازندهای نفوذپذیر واقع در یال‌های تاقدیس‌ها و ناودیس‌ها) مرزهای محصورکننده شیب‌دار بوده و قائم نیستند (شکل ۱). در تمام منابع موجود که استفاده از چاه‌های مجازی را پیشنهاد کرده‌اند مرزهای نفوذناپذیر ترسیم شده شیب‌دارند، ولی شیب این مرزها در این مقالات مورد توجه قرار نگرفته است. اگر یک چاه که بین دو مرز نفوذناپذیر قرار دارد پمپاژ شود، برای در نظر گرفتن تأثیر مرزها و استفاده از چاه‌های مجازی لازم است چاه‌های مجازی از هر طرف تا بی‌نهایت گسترش داشته باشند. چرا که هر چاه مجازی برای یک مرز، بایستی برای مرز دوم نیز بکار گرفته شود. این موضوع منتهی به لزوم استفاده از تعداد بی‌نهایت چاه مجازی خواهد شد. در شرایط عملی این تعداد بایستی محدود شوند.

در این مطالعه هدف بر آن است که تأثیر شیب مرزهای نفوذناپذیر بر جریان به چاه در یک آبخوان محبوس بررسی شود. مدل مفهومی مورد نظر شامل یک آبخوان محبوس است که توسط دو مرز نفوذناپذیر محدود شده است و یک چاه با دبی ثابت در آن پمپاژ می‌شود. تغییرات افت زمان در اطراف این چاه در حالتی که مرزهای نفوذناپذیر عمودی باشند (زاویه آلفا ۹۰ درجه باشد، شکل ۳) با استفاده از رابطه Theis (1935) و نیز افزودن چاه‌های مجازی پمپاژ در هر دو طرف مرز به راحتی قابل انجام است (Todd and Mays, 2005).

اطراف یک چاه که در نزدیکی یک مرز نفوذناپذیر پمپاژ می‌شود برای اولین بار توسط فورشهایمر (Forchheimer, 1886) انجام گرفت (Davis and Dewiest, 1966). استفاده از روش چاه‌های مجازی از آن پس به طور گسترده‌ای برای حل مسائل جریان به چاه در نزدیکی مرزهای نفوذناپذیر به کار رفته است (Muskat, 1937; Deitz, 1943; Stallman, 1952; Stallman, 1963; Rubin and Dagan, 1989; Moulder, 1963; Chan, 1976; Hantush, 1959; Ferris et al., 1962; Vandenberg, 1976; Vandenberg, 1977; Kruseman and de Ridder, 1990; Lang, 1963; Chen et al., 2009). این مطالعات عمدتاً بر بررسی تأثیر این مرزها بر جریان در چاه‌های نزدیک به آن و استفاده از تئوری چاه‌های مجازی متمرکز بودند. معادلات به دست آمده تأثیر این مرزها را در افت اضافه ایجاد شده در چاه محاسبه می‌کنند. براساس این روش، تأثیر یک مرز نفوذناپذیر (مثل گسل نفوذناپذیر، سازندهای ناتراوا و ...) با استفاده از یک چاه مجازی که درست به اندازه چاه واقعی و در سمت دیگر از مرز فاصله دارد شبیه‌سازی می‌شود. هنگامی که در یک زمان خاص مخروط افت چاه واقعی به مرز نفوذناپذیر می‌رسد مخروط افت چاه مجازی نیز در سمت مخالف به مرز رسیده است و از این زمان به بعد مقدار افت در هر نقطه در اطراف چاه واقعی حاصل جمع افت ایجاد شده توسط چاه واقعی بعلاوه افت ایجاد شده توسط چاه مجازی است.

در سال‌های اخیر مسئله مرزهای جریان و استفاده از چاه‌های مجازی جهت مطالعات مختلف موضوع مقالات متعددی بوده است. برخی از این مطالعات، تأثیر مرزها بر جریان به چاه در مطالعه زون گیرش چاه‌ها را مطالعه کرده‌اند؛ Samani and Zarei-Doudeji, 2012; Zarei-Doudeji and Samani, 2014 (Kompani-zare et al., 2004). جریان به چاه‌های افقی در آبخوان‌های محبوس و آزاد با در نظر گرفتن دو مرز اطراف چاه به عنوان مرزهای نفوذناپذیر توسط کمپانی-زارع و همکاران (Kompani-Zare et al., 2004)، کمپانی-زارع و ژان (Kompani-Zare and Zhan, 2005) و یا مرز با باز ثابت (Intaraprasong and Zhan, 2007) و نیز جریان در آبخوان‌های محدود شده توسط کو و همکاران

می‌شود:

$$S_b = S_p + S_i \quad (1)$$

به طوری که S_b کل افت، S_p افت در چاه مشاهده‌ای ناشی از پمپاژ چاه پمپاژ و S_i افت ناشی از تخلیه چاه مجازی است. اضافه کردن چاه‌های مجازی تا جایی ادامه می‌یابد که اثر اضافه کردن آن‌ها تاثیری ناچیزی بر مجموع اثرهایی که چاه‌های مجازی دارند داشته باشد (Todd and Mays, 2005).

روش مطالعه

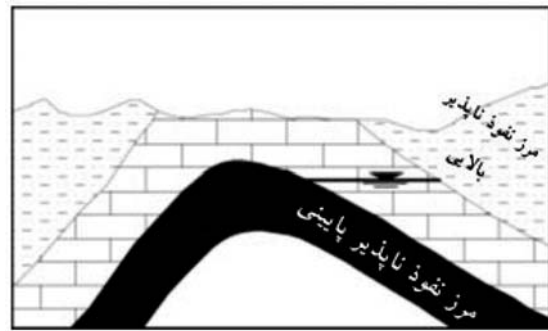
مرور مطالعات گذشته نشان می‌دهد، حالتی که در آن مرزهای نفوذناپذیر عمودی نباشند، تاکنون مورد توجه قرار نگرفته و بررسی نشده است. به همین دلیل برای بررسی تفاوت رفتار یک آبخوان محدود به دو مرز نفوذناپذیر، در طی پمپاژ یک چاه، در حالتی که مرزها شیب‌دار و یا عمودی باشند مدل‌های مفهومی متعددی دارای دو مرز نفوذناپذیر (با فواصل متفاوت و نیز شیب‌های متفاوت) تهیه گردید و منحنی‌های افت زمان بدون بعد برای آنها تهیه شد. میزان افت و زمان بدون بعد با استفاده از روابط ۲ و ۳ مورد محاسبه قرار گرفت. مقدار افت s که در رابطه ۲ برای محاسبه افت بدون بعد معین شده است افت به دست آمده از نتایج حل عددی می‌باشد، و همچنین t در این رابطه، زمان‌های مورد استفاده در شبیه‌سازی با واحد روز می‌باشد. سایر ضرایب هیدرودینامیکی مورد استفاده مقادیر استفاده شده در مدل‌سازی عددی هستند. حالتی که مرزها عمودی بودند نیز به روش عددی و توسط کد MODFLOW (Harbaugh, 2005) و هم توسط معادله تائیس (Theis, 1935) و روش چاه‌های مجازی شبیه‌سازی شدند. سپس حالت‌های شیب‌دار به روش عددی و توسط کد MODFLOW 2005 برای شیب‌های مختلف و هندسه‌های مختلف (جدول ۱) شبیه‌سازی شد و مقدار افت در اطراف چاه پمپاژ و نیز زمان، به صورت بدون بعد درآمدند و با نتایج عددی و تحلیلی حالت‌های دارای مرزهای نفوذناپذیر عمودی مقایسه شدند.

در این شرایط افت مشاهده شده در نقاط بین این دو مرز در هر زمان t حاصل جمع افت‌های تمام این چاه‌ها در زمان t است. تمام عرض‌های مورد بررسی (۱۰۰۰ تا ۴۰۰ متر) دارای پیش‌فرض عمودی بودن مرز نفوذناپذیر هستند. روش دیگر محاسبه افت در نقاط اطراف چنین چاهی، شبیه‌سازی عددی جریان توسط مدل‌های عددی می‌باشد.

هنگامی که چاهی در نزدیکی مرزهای یک آبخوان پمپاژ می‌شود، فرض نامحدود بودن گسترش جانبی اطراف چاه، اعتباری ندارد. جهت ارزیابی مسئله جریان در چنین موردهایی، از اصل برهم‌نهی برای محاسبه افت در یک چاه مشاهده‌ای که در فاصله r از چاه پمپاژ قرار دارد استفاده می‌شود. با استفاده از چاه‌های مجازی و افزودن افت ناشی از هر چاه مجازی، یک آبخوان با گسترش جانبی محدود را می‌توان به آبخوانی نامحدود تبدیل کرد. این چاه مجازی باید به صورت عمود بر مرز نفوذناپذیر قرار داده شود و فاصله‌اش با این مرز، برابر با فاصله چاه واقعی از مرز باشد. بدین ترتیب تاثیر یک مرز نفوذناپذیر شبیه‌سازی خواهد شد.

مخروط افت واقعی مشاهده شده در اثر پمپاژ چاه در نزدیکی مرزهای نفوذناپذیر حاصل مجموع مخروط افت ایجاد شده توسط چاه واقعی و مخروط افت ایجاد شده توسط چاه مجازی است (Ferris et al., 1962). در ابتدای پمپاژ و زمانی که مخروط افت اطراف چاه پمپاژ به مرز نفوذناپذیر نرسیده است تمام افت ایجاد شده در نقاط اطراف چاه تنها ناشی از اثر پمپاژ چاه واقعی است. با ادامه پمپاژ، مخروط افت به مرز نفوذناپذیر خواهد رسید و از این لحظه به بعد مقدار افت در هر نقطه در اطراف چاه پمپاژ، متاثر از مرز نفوذناپذیر خواهد بود. هنگامی که این اثر توسط چاه مجازی شبیه‌سازی می‌شود مقدار افت، در هر زمانی بعد از برخورد مخروط افت چاه واقعی با مرز، برابر با جمع جبری افت‌های حاصل از چاه واقعی و چاه مجازی در محل مورد نظر است. زمانی که اثر مرز نفوذناپذیر به چاه واقعی برسد، نرخ زمانی افت، افزایش خواهد یافت. بنابراین کل افت در هر نقطه در اطراف چاه واقعی با استفاده از رابطه (۱) محاسبه

افت حاصل از پمپاژ چاه، در نقطه‌ای مشاهده‌ای که در فاصله ۱۰ متری شمال چاه پمپاژ قرار دارد شبیه‌سازی شد. مرز سمت راست در تمام مدل‌های مفهومی در فاصله ۳۶۵ متری از چاه پمپاژ در نظر گرفته شد، اما مرز سمت چپ در فواصلی از ۳۵ متر تا ۹۶۳۵ متر از چاه پمپاژ، به ترتیب در مدل‌های با فاصله بین مرزهای ۴۰۰ تا ۱۰۰۰۰ متر در نظر گرفته شد (شکل ۲ و جدول ۱). مقادیر ضرایب هیدرودینامیکی برای تمام مدل‌ها عبارت از هدایت هیدرولیکی $1/64$ متر بر روز، ضریب ذخیره $0/02$ و ضخامت آبخوان ۲۰۰ متر می‌باشد. مقادیر این ضرایب طوری در نظر گرفته شد که با مقادیر معمول در شرایط طبیعی تطابق بیشتری داشته باشد. فاصله مرزهای شمالی و جنوبی در تمام مدل‌ها ثابت و ۲۱۰۰۰ متر می‌باشد. محاسبات افت در این سیستم برای مدت ۱۰۰ روز از شروع پمپاژ با دبی ۴۵۰ مترمکعب در روز به دو صورت زیر انجام شد.



شکل ۱. نمایش شماتیک دو مرز نفوذناپذیر شیب‌دار در اطراف یک آبخوان محبوس

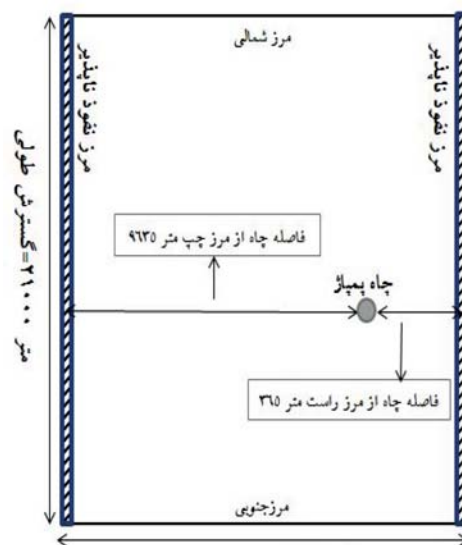
در این مطالعه شبیه‌سازی داده‌های افت زمان در اطراف یک چاه پمپاژ در یک آبخوان محبوس که بین دو مرز نفوذناپذیر محدود شده است انجام می‌شود. در ابتدا محاسبات برای مرزهای نفوذناپذیر عمودی انجام می‌شود. برای این حالت شش مدل مفهومی مختلف در نظر گرفته شد. در هر حالت

جدول ۱. مدل‌های مفهومی مورد استفاده

شماره مدل	ابعاد مورد استفاده (متر)			
	فاصله چاه از مرز چپ (b)	فاصله چاه از مرز راست (a)	فاصله بین مرزهای نفوذناپذیر (W)	گسترش طولی آبخوان (L)
۱	۹۶۳۵	۳۶۵	۱۰۰۰	۲۱۰۰۰
۲	۴۶۳۵	۳۶۵	۵۰۰	۲۱۰۰۰
۳	۸۳۵	۳۶۵	۱۲۰	۲۱۰۰۰
۴	۶۳۵	۳۶۵	۱۰۰	۲۱۰۰۰
۵	۴۳۵	۳۶۵	۸۰	۲۱۰۰۰
۶	۳۵	۳۶۵	۴۰	۲۱۰۰۰

در روش اول با استفاده از رابطه تائیس (Theis, 1935) و تئوری چاه‌های مجازی منحنی‌های بدون بعد زمان و افت برای هر کدام از حالت‌ها محاسبه شد. همچنان که بحث شد بنابر تئوری چاه‌های مجازی برای دو مرز موازی نفوذناپذیر، (Ferris et al., 1962; Kasenow, 1997; Moulder, 1963) تعداد بی‌نهایت حلقه چاه مجازی در اطراف یک آبخوان در نظر گرفته می‌شود. رابطه بین فاصله چاه‌های مجازی در سمت راست و چپ به ترتیب در شکل ۴ نشان داده شده است.

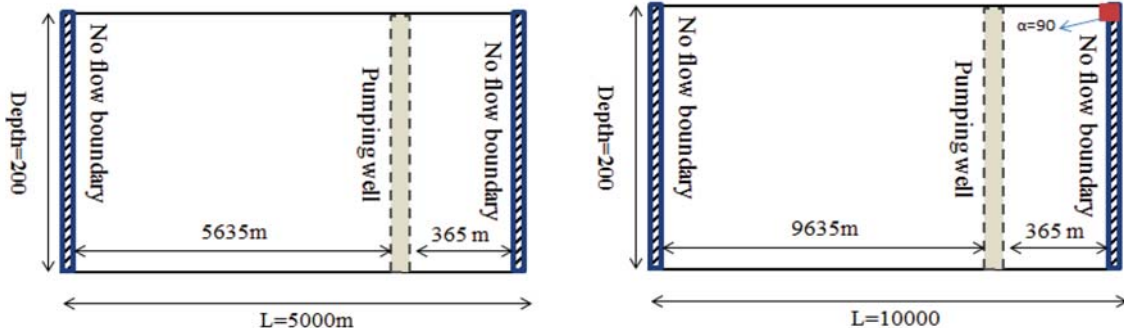
چاه‌های مجازی سمت راست و چپ در این مطالعه از ۱ تا n عددگذاری شدند. روش کار به این صورت است که برای هر زمان t از شروع پمپاژ، مقدار افت ناشی از چاه پمپاژ



شکل ۲. مدل مفهومی برای مدل ۱۰۰۰۰ متر

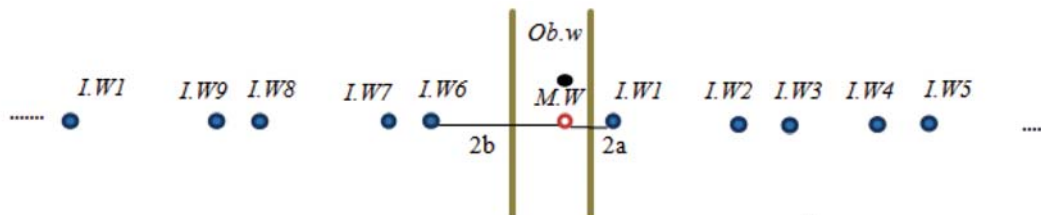
آرش ندی و همکاران

در نقطه مشاهده‌ای محاسبه گردید. سپس برای هر کدام از چاه‌های مجازی در سمت راست و چپ از شماره ۱ تا n نیز مقدار افت ایجاد شده در محل نقطه مشاهده‌ای در زمان t محاسبه شد.



شکل ۳. نمایش شماتیک مقطع عمودی برای عرض‌های ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ متر

تعداد چاه‌های مجازی برای هر حالت با سعی و خطا چنان انتخاب شد که افت ناشی از چاه شماره n در پایان هر زمان، به اندازه کمتر یا مساوی یک میلی‌متر باشد. شکل ۴ نحوه قرار گرفتن چاه‌های مجازی نسبت به چاه اصلی را نشان می‌دهد:



شکل ۴. نمایش چاه‌های مجازی در اطراف مرزهای نفوذناپذیر (I.W: چاه مجازی، Ob.W: چاه مشاهده‌ای، M.W: چاه اصلی)

قرار گرفته بعد از سلول چاه می‌باشد. به این ترتیب شبکه‌ای به‌اندازه کافی ریز در اطراف چاه طراحی شد تا خطای گردش‌دگی ناشی از حل عددی به حداقل برسد و تقریب‌های مورد نظر در حل عددی معادلات دیفرانسیل در نظر گرفته شده در شبکه‌های بسیار ریز برقرار باشند. سپس چاه برای مدت ۱۰۰ روز با دبی ۴۵۰۰ مترمکعب بر روز پمپاژ شد. در مرحله بعد در هر یک از مدل‌های ۱ تا ۶ مقدار افت ایجاد شده در نقطه مشاهده‌ای به فاصله ۱۰ متر در شمال چاه پمپاژ، پس از اجرای مدل‌ها، از فایل‌های خروجی استخراج شدند. مقادیر افت محاسبه شده و نیز زمان پمپاژ در چاه، از طریق روابط ۵ و ۶ (رابطه تاپس) محاسبه و برای مقایسه مناسب‌تر از طریق روابط ۲ و ۳ بدون بعد (Reilly, 2004) شدند.

در روش دوم با استفاده از مدل عددی Modflow 2005 و رابط گرافیکی Visual Modflow هر یک از حالت‌های شش‌گانه جدول ۱ شبیه‌سازی شدند. جهت طراحی شبکه‌بندی مدل‌ها از روش ارائه شده توسط (Barrash and Dougherty, 1997) استفاده شد. در این روش طول و عرض سلولی که چاه پمپاژ در آن قرار دارد برابر با قطر چاه در نظر گرفته شده و مقدار Δx و Δy در نخستین سلول‌های چسبیده به چاه برابر با کسر کوچکی از قطر چاه (۰/۱ قطر چاه) در نظر گرفته شده و مقدار Δx و Δy سلول‌های بعدی بر اساس رابطه ۴ (Barrash and Dougherty, 1997) با نرخ مشخصی افزایش می‌یابند، که در این رابطه α فاکتور افزایشی برای ابعاد سلول‌ها، r فاصله شعاعی از یک گره و n شماره ستون‌های

تا این مرحله محاسبات برای مرزهای نفوذناپذیر عمودی انجام گرفت. در تمام مقالات موجود پیرامون مرزهای نفوذناپذیر و تأثیر آنها، گرچه مرزهای نفوذناپذیر شیب‌دار ترسیم شده‌اند ولی پیرامون شیب لایه‌ها و تأثیر آنها بحث نشده است. این در حالی است که مرزهای نفوذناپذیر ترسیم شده در شکل‌های این مقالات برای استخراج معادلات، به صورت دیواره‌های عمودی هستند. لذا به نظر می‌رسد تمام مطالعات پیشین با فرض عمود بودن این مرزها انجام شده است. این موضوع در ادامه بررسی خواهد شد.

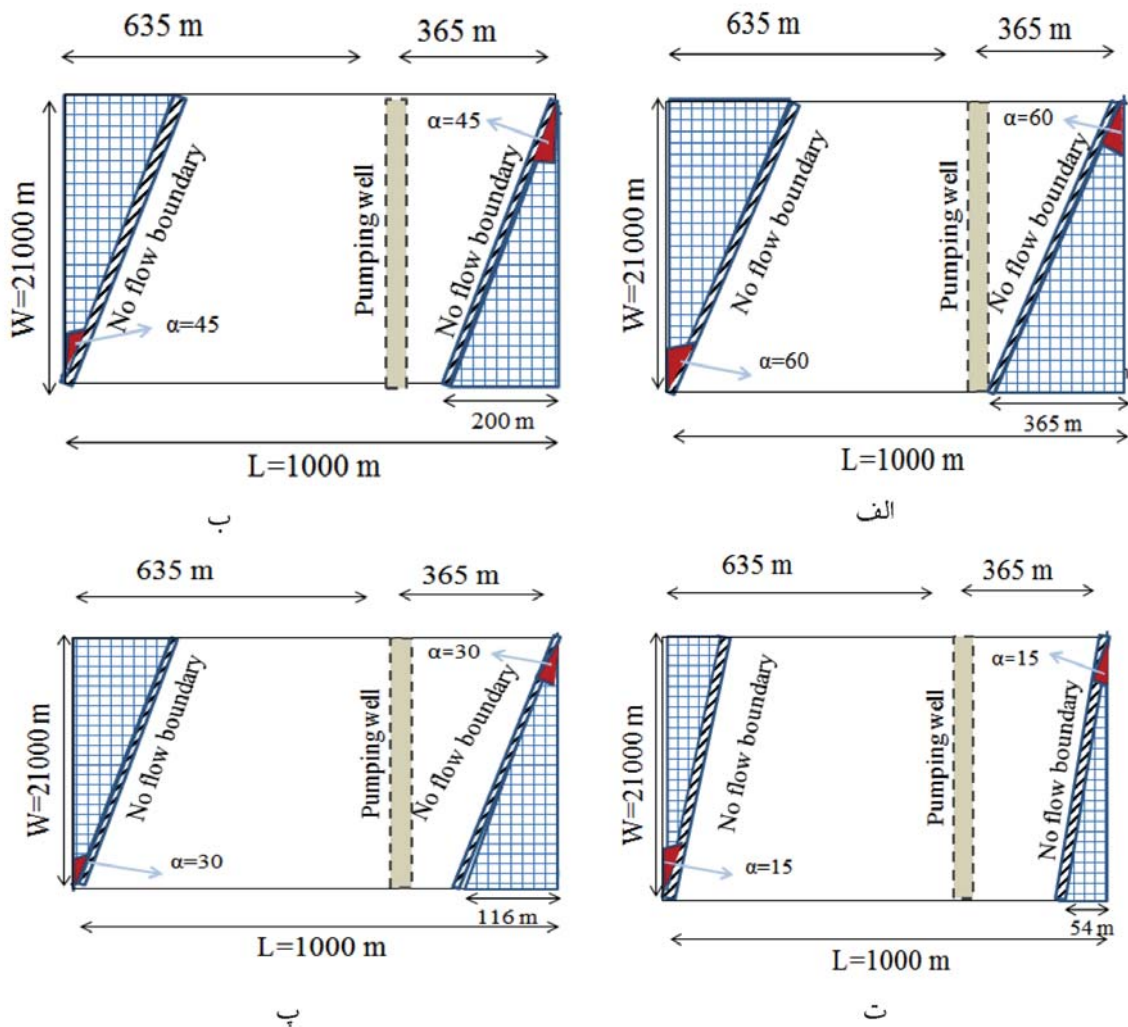
$$S_D = \frac{S \times 4 \times T}{Q} \quad (2)$$

$$T_D = \frac{4 \times T \times t}{r^2 S} \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{r_i + 1}{r_i} \quad (4)$$

$$S = \frac{Q \times W_u}{4} \quad (5)$$

$$U = \frac{r^2 S}{4} \quad (6)$$



شکل ۵. نمایش شماتیک لایه‌های شیب‌دار در مقطع عمودی (الف) ۶۰، (ب) ۴۵، (پ) ۳۰، (ت) ۱۵ درجه

۶۰ و ۴۵ و ۳۰ و ۱۵ به طوری در نظر گرفته شدند که شیب هر دو مرز در هر حالت یکسان باشد. در شکل ۵، لایه‌های شیب‌دار با شیب‌های مختلف برای عرض ۱۰۰۰ متر نمایش داده شده است.

در مرحله بعد جهت بررسی تأثیر شیب مرزهای نفوذناپذیر بر شکل منحنی‌های افت زمان، در هر کدام از حالت‌های شش‌گانه، مرزهای نفوذناپذیر به صورت شیب‌دار با شیب‌های

شده توسط مدل با مقدار افت محاسبه شده توسط رابطه تاپس و تئوری چاه‌های مجازی یکسان می‌باشد. تفاوت اندک بین مقادیر محاسبه شده توسط مدل‌ها و روش چاه‌های مجازی با استفاده از رابطه زیر محاسبه شد.

$$\text{Difference (\%)} = \left| \frac{h_0 - h_t}{h_0 + h_t} \right| \times 100 \quad (7)$$

که در این رابطه h_0 مقدار افت محاسبه شده توسط روش چاه‌های مجازی در زمان t و h_t نیز افت محاسبه شده توسط مدل عددی برای همان زمان است. این تفاوت به صورت درصد نشان داده شده است.

مقدار تفاوت محاسبه شده برای هر شش حالت از زمان شروع شبیه‌سازی تا انتهای روز ۱۰۰ بین یک تا سه درصد متغیر است که ناشی از خطای گرد شدن است. چنین نتیجه‌ای قابل پیش‌بینی است و مدل‌های عددی استفاده شده برای شبیه‌سازی جریان در آبخوان‌های محبوس (Barrash and Dougherty, 1997) چنین شرایطی را نشان می‌دهند. مقادیر افت زمان بدون بعد محاسبه شده (هم مقادیر محاسبه شده توسط روش چاه‌های مجازی و هم نتایج شبیه‌سازی با مدل عددی) با تابع چاه تاپس $W(u)$ مقایسه شدند. مقادیر افت زمان بدون بعد در زمان‌های ابتدائی پمپاژ با مقادیر تابع تاپس برابر است. در این زمان مخروط افت اطراف چاه واقعی هنوز به مرز سمت راست (که به چاه نزدیک‌تر است) نرسیده است. در این حالت رفتار چاه در آبخوان دقیقاً شبیه چاهی است که در یک آبخوان محبوس نامحدود در حال پمپاژ است. زمان رسیدن مخروط افت به مرز سمت راست ۰/۰۴۲ روز (۶۰ دقیقه) است (جدول ۲). بعد از برخورد مخروط افت با این مرز نرخ افزایش افت بدون بعد در سیستم مورد نظر بیشتر از نرخ افزایش تابع تاپس است و روند افزایش سریع‌تری نسبت به منحنی تاپس دارد.

از طرف دیگر نرخ افزایش افت در هر مدل نیز متفاوت است به طوری که هر چه فاصله مرزها از هم کمتر باشد نرخ افزایش افت نیز بیشتر است و منحنی‌های افت زمان با گذشت زمان، تفاوت بیشتری با منحنی تاپس پیدا می‌کنند. در تمام حالت‌های شبیه‌سازی شده، تفاوت بین تابع تاپس

در هر یک از این حالت‌ها نیز افت در اطراف چاه پمپاژ به مدت ۱۰۰ روز توسط کد عددی Modflow 2005 شبیه‌سازی شد. منحنی‌های افت- زمان برای نقطه مشاهده‌ای در فاصله ۱۰ متری شمال چاه پمپاژ استخراج شده و سپس با استفاده از روابط ۲ و ۳ بدون بعد شدند. نمای ریزتر شبکه در اطراف چاه پمپاژ در شکل ۶ نشان داده شده است.

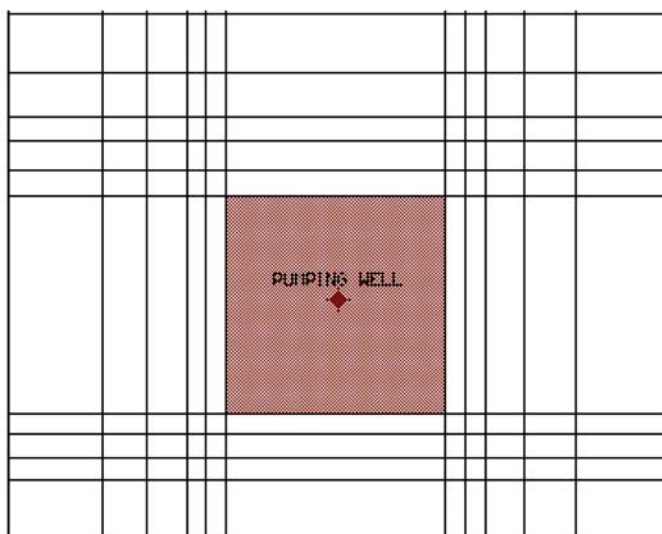
بحث

در ابتدا مدل‌های هر شش حالت با مرزهای عمودی اجرا شدند. در این مدل‌ها مرزهای نفوذناپذیر چپ و راست کاملاً به صورت عمودی در مدل عددی گنجانده شدند. جریان در هر آبخوان با یک چاه پمپاژ با دبی ثابت ۴۵۰۰ مترمکعب بر روز شبیه‌سازی شد. مقادیر افت- زمان از زمان صفر تا ۱۰۰ روز محاسبه شده و برای نقطه مشاهده‌ای ۱ استخراج شدند اما از آنجا که در همه مدل‌ها تا روز دهم از شروع پمپاژ، مخروط افت به مرزهای شمالی و جنوبی رسیده بود فقط داده‌های افت زمان تا روز دهم مورد بررسی قرار گرفتند، زیرا تا روز دهم داده‌های مقادیر افت روند یکسانی را نشان می‌دهند (شکل ۷). مقادیر محاسبه شده عددی توسط روابط ۲ و ۳ بدون بعد شدند (شکل ۸). سپس در هر یک از این مدل‌ها محاسبات افت ناشی از پمپاژ چاه با دبی ثابت در نقطه مشاهده‌ای با استفاده از رابطه تاپس و چاه‌های مجازی انجام شد (شکل ۷).

نتایج نشان می‌دهد که تعداد چاه‌های مجازی در نظر گرفته شده و مورد نیاز با کاهش فاصله بین دو مرز افزایش می‌یابد (جدول ۲). بدین ترتیب در روز دهم شبیه‌سازی، در بیشترین فاصله مطالعه شده بین دو مرز (۱۰۰۰۰ متر) تعداد کل دو چاه مجازی (یک عدد در سمت راست و یک عدد در سمت چپ) و در کمترین فاصله بین دو مرز نفوذناپذیر (۴۰۰ متر) تعداد کل ۴۸ چاه مجازی (در سمت چپ ۲۳ عدد و در سمت راست ۲۳ عدد) جهت محاسبه افت استفاده شدند. مقادیر افت و زمان به دست آمده از این محاسبات نیز به صورت بدون بعد درآمدند (شکل ۸). در شکل‌ها به همراه این دو دسته منحنی، منحنی تاپس نیز ترسیم شده است. نتایج نشان داد که در تمام حالت‌ها مقدار افت محاسبه

مجازی مورد نیاز جهت اعمال مرزها بیشتر می‌شوند. بدین ترتیب دیده می‌شود که با کاهش عرض آبخوان تعداد چاه‌های مجازی موردنیاز برای شبیه‌سازی اثر مرزها افزایش می‌یابد (جدول ۲) و چاه‌های فواصل دورتر تأثیر خود را بیشتر نشان می‌دهند. محاسبات افت در چاه‌های مجازی تا جایی ادامه می‌یابد که اثرهای اضافه کردن چاه‌های جدید تأثیری ناچیزی بر افت محاسبه شده در نقطه مشاهده‌ای داشته باشد.

و مقدار افت بدون بعد با گذشت زمان بیشتر می‌شود. با گذشت بیشتر زمان، مخروط افت گسترش بیشتری پیدا می‌کند و به مرز نفوذناپذیر سمت چپ می‌رسد. از این لحظه به بعد هر دو مرز نفوذناپذیر، جریان در آبخوان را تحت تأثیر قرار می‌دهند و چاه‌های مجازی بیشتری جهت اعمال تأثیر مرزها بایستی در نظر گرفته شوند. با گذشت زمان و گسترش بیشتر مخروط افت در هر حالت، به تدریج تعداد چاه‌های



شکل ۶. نمای بزرگتر شبکه جریان در اطراف چاه پمپاژ

مجازی قابل شبیه‌سازی است. موضوع مهم دیگر این است که در شرایطی که مرزهای محدودکننده آبخوان عمودی نبوده و زاویه‌دار باشند، در این صورت منحنی‌های افت-زمان در اطراف چاه‌های پمپاژ به چه صورت خواهد بود. لذا در قسمت بعد تأثیر شیب مرزهای نفوذناپذیر بر منحنی‌های بدون بعد افت-زمان در اطراف چاه پمپاژ بررسی شد.

برای بررسی تأثیر شیب مرزهای نفوذناپذیر برای منحنی افت زمان هر یک از مدل‌های عددی شش‌گانه، به صورت مجزا برای چهار حالت با مرزهای نفوذناپذیر شیب‌دار تغییر داده شدند. در هر مدل زاویه شیب‌های ۶۰، ۳۰، ۴۵ و ۱۵ درجه برای مرزهای نفوذناپذیر چنان در نظر گرفته شدند که مثلاً در مورد زاویه شیب ۱۵ درجه، هم‌مرز سمت چپ و هم‌مرز سمت راست دارای شیب ۱۵ درجه هستند. با این وصف تعداد کل ۲۴ مدل جدید ایجاد شد. هر کدام از این مدل‌ها سپس همانند حالت بدون شیب (حالت ۹۰ درجه)

برخورد مخروط افت با مرز دوم (مرز سمت چپ) در عرض‌های متفاوت تأثیرات متفاوتی دارد. در عرض‌های زیاد (مدل‌های با عرض ۵۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ متر در اینجا)، برخورد با مرز دوم افزایش قابل ملاحظه‌ای در شیب منحنی افت-زمان بدون بعد ایجاد نمی‌کند و منحنی‌ها با شیب ملایمی افزایش می‌یابند (شکل‌های ۷ و ۸). اما در مورد عرض‌های کم‌تر، برخورد با مرز نفوذناپذیر دوم باعث می‌شود که نرخ افزایش افت به مقدار قابل توجهی افزایش یابد. این موضوع باعث می‌شود که شکل منحنی‌ها در عرض‌های کم کاملاً با منحنی افت زمان مرسوم متفاوت باشد و افزایش افت بیشتری داشته باشند.

بدین ترتیب نتایج شبیه‌سازی عددی و استفاده از روش چاه‌های مجازی نشان داد که در یک آبخوان محبوس و محدود به مرزهای عمودی، منحنی‌های افت-زمان در اطراف چاه پمپاژ دقیقاً با رابطه تاپس و استفاده از چاه‌های

برای مدت زمان صفر تا صد روز با دبی ثابت ۴۵۰۰ مترمکعب برروز پمپاژ شدند و مقادیر افت-زمان برای نقطه مشاهده‌ای، از خروجی‌های مدل عددی استخراج شد و بعد از بدون بعد

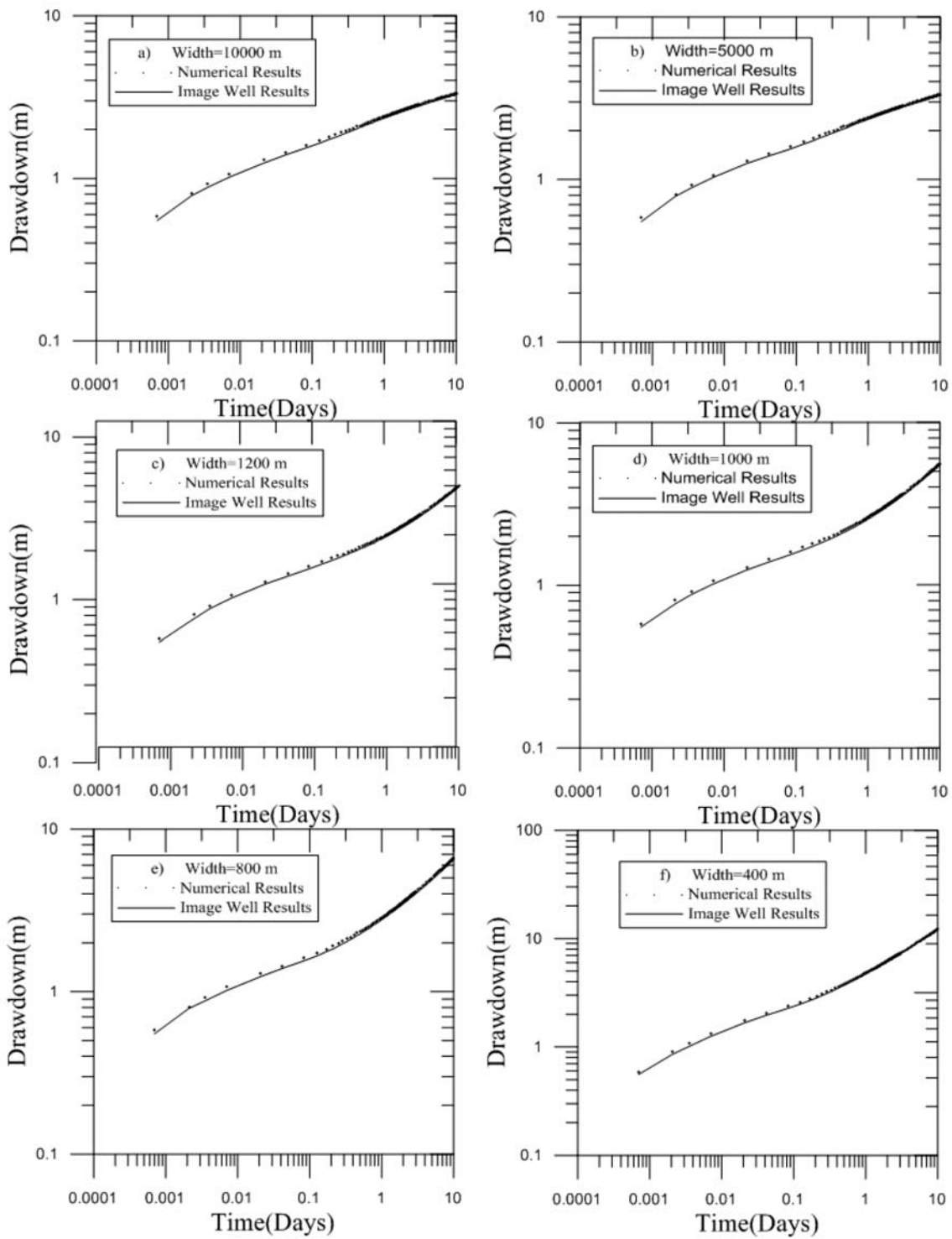
جدول ۲. تعداد چاه‌های مجازی مورد استفاده در زمان رسیدن مخروط افت به مرزهای شمالی جنوبی

مدل	تعداد چاه‌های مجازی مورد استفاده (حلقه)	زمان رسیدن به مرز راست (روز)	زمان رسیدن به مرز چپ (روز)	زمان رسیدن به مرز جنوبی (روز)	زمان رسیدن به مرز شمالی (روز)
مدل شماره ۱	۲	۰/۰۴۲	۹/۵	۱۰/۵	۱۰/۵
مدل شماره ۲	۱۰	۰/۰۴۲	۲/۲۵	۱۰/۵	۱۰/۵
مدل شماره ۳	۱۶	۰/۰۴۲	۰/۰۸۳	۷/۷۵	۷/۷۵
مدل شماره ۴	۲۲	۰/۰۴۲	۰/۰۴۲	۷/۷۵	۷/۷۵
مدل شماره ۵	۲۴	۰/۰۴۲	۰/۰۲۱	۷/۲۵	۷/۲۵
مدل شماره ۶	۴۶	۰/۰۴۲	۰/۰۰۰۷	۶/۵	۶/۵

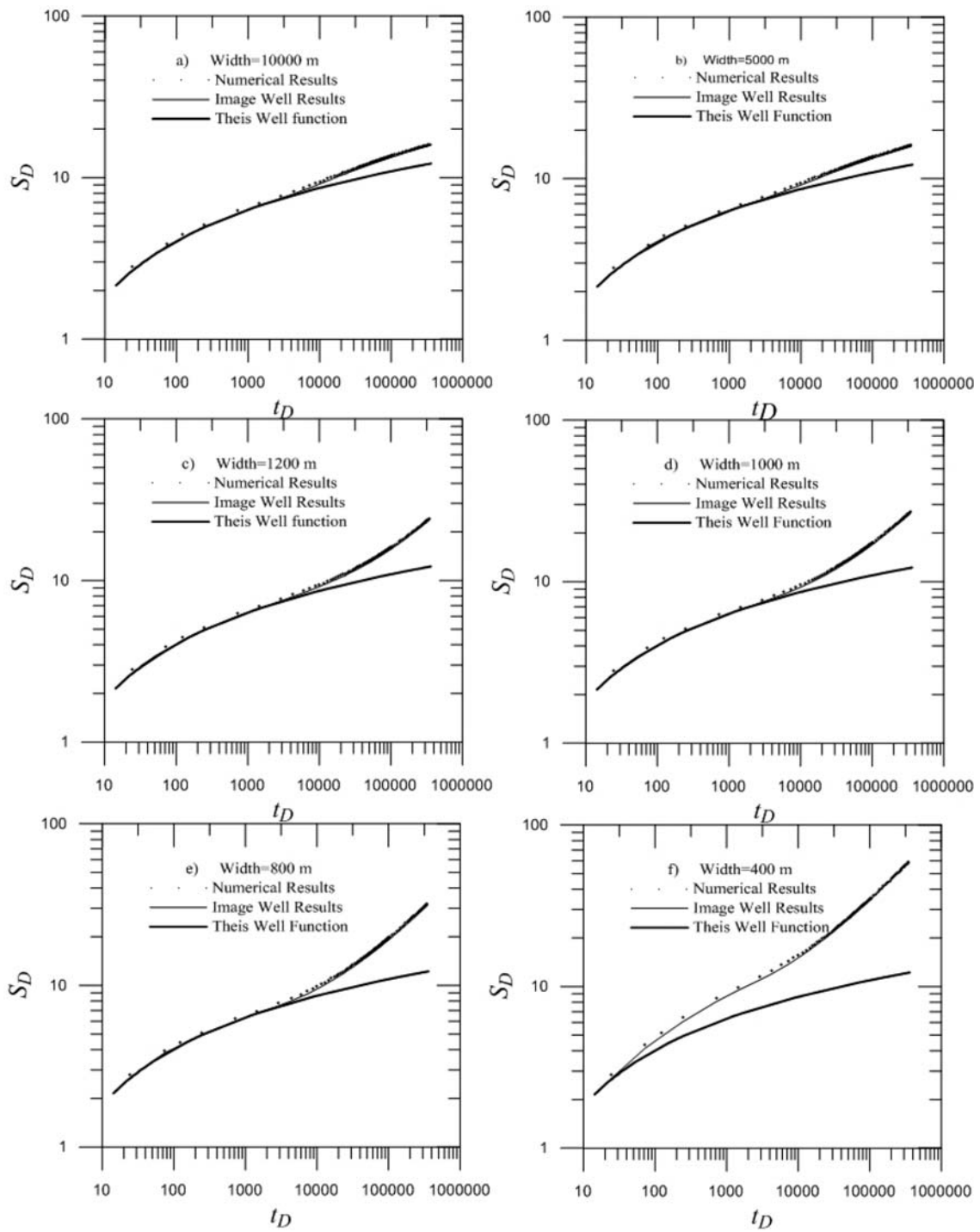
تمام مدل‌ها نشان می‌دهد. نمودارهای شکل ۱۰ به‌خوبی اختلاف بین مقادیر افت-زمان بدون بعد را در زوایای مختلف نشان می‌دهد. بررسی منحنی‌ها (شکل‌های ۹ و ۱۰) نشان می‌دهد که بعد از شروع پمپاژ منحنی افت-زمان آبخوان دارای مرزهای شیب‌دار، منطبق بر نمودار تاپس است که بعد از رسیدن مخروط افت به مرز سمت راست، منحنی افت زمان شروع به فاصله گرفتن از منحنی تاپس کرده و از آن بیشتر می‌شود.

هرچه فاصله بین این دو مرز کمتر باشد منحنی افت-زمان سیستم، زودتر شروع به جدا شدن می‌کند. سپس این منحنی با همان نرخ افزایش می‌یابد تا مخروط افت به مرز سمت چپ برسد در این حالت افزایش نرخ دومی در داده‌های شبیه‌سازی به وجود می‌آید و بعد از آن نیز با همان روند ادامه می‌یابد. لازم به ذکر است که شیب منحنی‌های مختلف بعد از هر افزایش ثابت و برابر می‌باشند. مقدار تفاوت حالت مرزهای عمودی با مرزهای شیب‌دار در ابتدای پمپاژ بسیار کم و در حد کمتر از یک درصد است. با افزایش زمان پمپاژ، مقدار تفاوت افزایش پیدا می‌کند و در روز ۱۰ به مقدار حداکثر خود در بیشتر مدل‌ها می‌رسد. از طرف دیگر در عرض‌های ۸۰۰ و ۴۰۰ متر، با افزایش زاویه مرزهای نفوذناپذیر، مقدار تفاوت نیز افزایش می‌یابد.

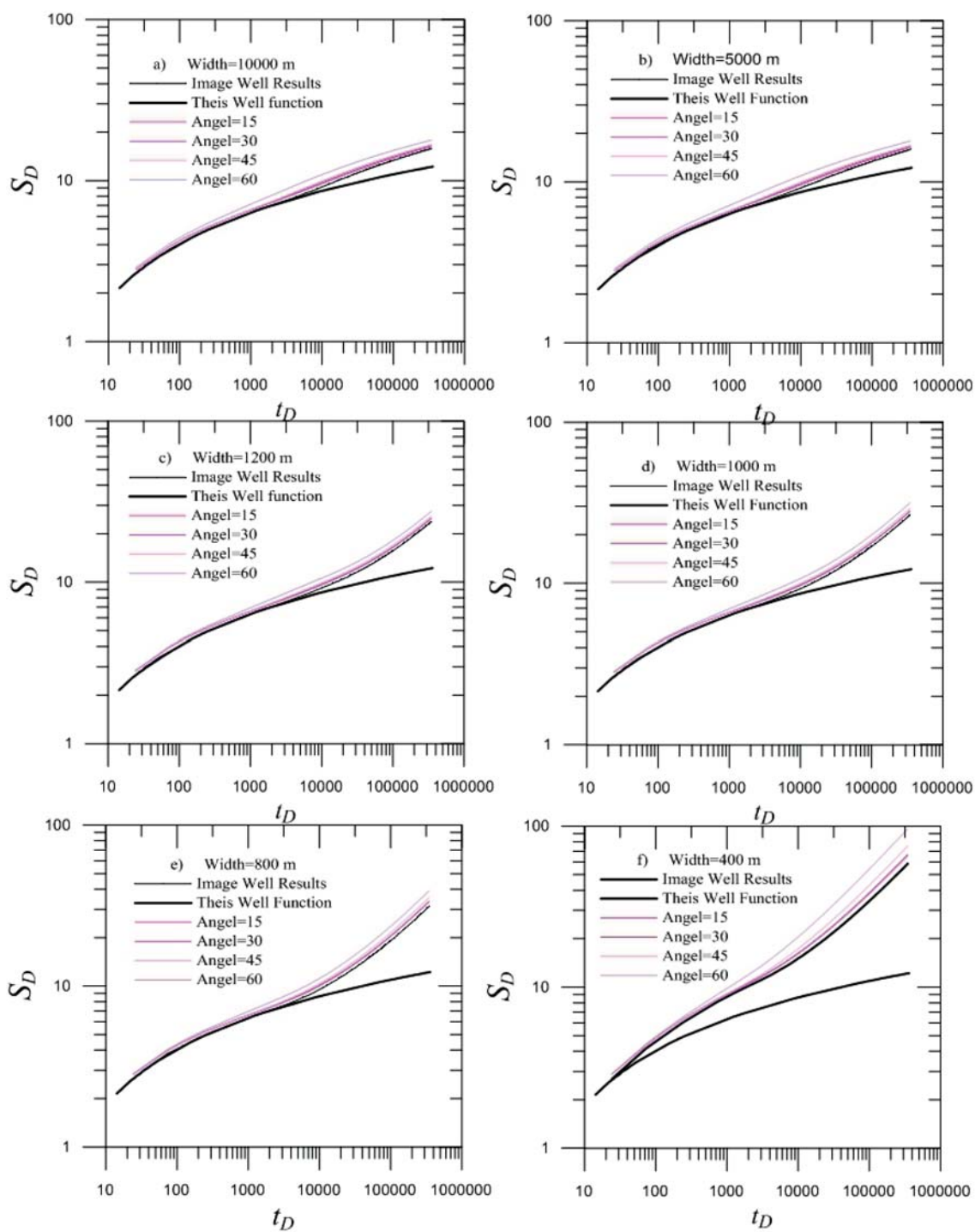
جهت تعیین تاثیر مقدار شیب مرزها بر منحنی افت-زمان بدون بعد، بایستی منحنی حالت‌های شیب‌دار با منحنی‌های مربوط به حالت بدون شیب مقایسه شوند. از آنجاکه منحنی‌های مربوط به مدل‌های بدون شیب، هم توسط مدل عددی و هم توسط روش چاه‌های مجازی محاسبه شدند و عملاً با هم برابر بودند لذا کافی است یکی از آنها جهت مقایسه مورد استفاده قرار گیرد. در اینجا منحنی محاسبه شده توسط چاه‌های مجازی برای مدل‌های عمودی مورد استفاده قرار گرفت (منحنی‌های Image Well Result در شکل ۸). جهت مقایسه بین نتایج مدل‌های عمودی و مدل‌های شیب‌دار، در نمودارهای مربوط به هر عرض مشخص، در کنار منحنی‌های افت-زمان بدون بعد برای شیب‌های مختلف، علاوه بر منحنی تاپس (منحنی‌های Theis Well Function در شکل ۸) منحنی مربوط به حالت مرزهای عمودی (منحنی‌های Image Well Result در شکل ۸) نیز ترسیم شد. از آنجاکه در مقیاس لگاریتمی مورد استفاده در شکل‌ها، اختلاف نمودارها به‌صورت دیداری، چندان مشخص نیست مقدار تفاوت بین هر مدل زاویه‌دار با محاسبات چاه‌های مجازی (منحنی‌های Image Well Result در شکل ۷) با استفاده از رابطه ۷ محاسبه شد (شکل ۱۰). این نمودار مقدار تفاوت را از شروع شبیه‌سازی تا روز ۱۰ (معادل با مقدار $t_D = 345600$) برای



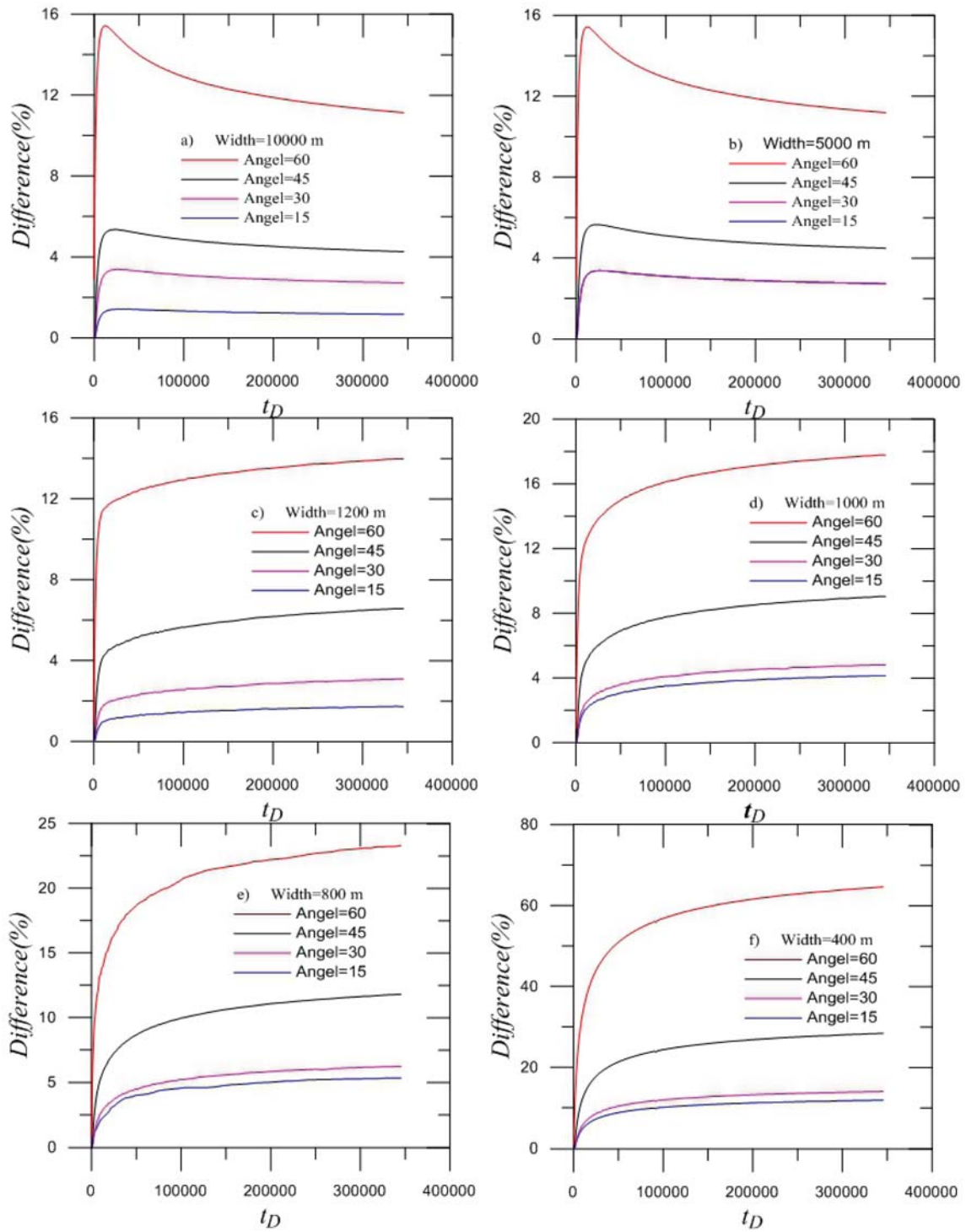
شکل ۷. منحنی‌های افت-زمان محاسبه شده به روش چاه‌های مجازی و شبیه‌سازی عددی مدل ۹۰ درجه



شکل ۸. مقایسه منحنی‌های بدون بعد افت زمان برای روش چاه‌های مجازی، مدل ۹۰ درجه عددی با منحنی تاپس



شکل ۹. مقایسه منحنی‌های بدون افت زمان برای روش چاه‌های مجازی، منحنی تاپس و حالت‌های شیب‌دار



شکل ۱۰. درصد تفاوت بین مقادیر افت در مرزهای عمودی با مدل‌های دارای مرز شیب‌دار در شیب‌های مختلف

تئوری چاه‌های مجازی از طرف دیگر وجود دارد. تفاوت اندک (حداکثر سه درصد) بین نتایج، ناشی از خطای گردش‌دگی می‌باشد.

منحنی‌های افت-زمان برای مرزهای نفوذناپذیر شیب‌دار با استفاده از شبیه‌سازی عددی محاسبه شدند. این منحنی‌ها تفاوت قابل توجهی در زوایای مختلف و نیز عرض‌های مختلف با نتایج حاصل از مرزهای عمودی نشان دادند. اگر فاصله مرزهای نفوذناپذیر زیاد باشد (در این مطالعه مساوی یا بیشتر از ۵۰۰۰ متر) و مرزهای نفوذناپذیر دارای زوایای کمتر از ۳۰ درجه باشند تفاوت‌ها به حدی است که تقریب استفاده از روش چاه‌های مجازی می‌تواند قابل قبول باشد اما هنگامی که فاصله بین مرزها کمتر باشد حتی در زوایای کم نیز تفاوت قابل ملاحظه‌ای در مقادیر افت-زمان آبخوان‌های دارای مرزهای شیب‌دار با نتایج روش چاه‌های مجازی وجود دارد و استفاده از روش چاه‌های مجازی در این شرایط خطای قابل توجهی خواهد داشت.

در مدل دارای عرض ۱۰۰۰۰ متر در ابتدای پمپاژ مقدار تفاوت در حد هفت درصد برای زاویه ۶۰ درجه و نیم درصد برای زاویه ۱۵ درجه است ولی با افزایش زمان پمپاژ به ۱۰ روز، تفاوت به ترتیب به ۱/۵ و ۱۵ درصد می‌رسد. در مدل ۴۰۰ متر تفاوت در ابتدای پمپاژ برای مدل ۱۵ و ۶۰ درجه به ترتیب صفر و ۰/۸ درصد هستند و در روز ۱۰ این مقادیر به ترتیب ۱۱/۵ درصد و ۶۴/۵ درصد می‌باشند. همچنان که دیده می‌شود بیشترین مقدار تفاوت مربوط به مدلی است که کمترین عرض (۴۰۰ متر) و بیشترین زاویه (۶۰ درجه) را دارد. در این مدل باگذشت زمان مقدار تفاوت به ۷۰ درصد می‌رسد که تفاوت قابل توجهی است. لذا می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد در شرایطی که مرزهای نفوذناپذیر شیب‌دار باشند عرض آبخوان نسبت عکس با میزان تفاوت دارد. این تفاوت در عرض‌های کمتر، تشدید می‌شود. بنابراین اگر عرض آبخوان (فاصله بین مرزهای نفوذناپذیر) کمتر از ۵۰۰۰ متر باشد، در صورتی که مرزهای عمودی دارای زاویه‌ای نسبت به حالت عمود باشند مقادیر افت-زمان در این آبخوان‌ها تفاوت مشخصی با مقادیر محاسباتی مربوط به مرزهای عمودی و تئوری چاه‌های مجازی خواهند داشت.

در بیشتر مدل‌ها دیده می‌شود که در عرض ۱۲۰۰، ۱۰۰۰، ۸۰۰ و ۴۰۰ متر، تفاوت بین منحنی‌های افت-زمان بدون بعد در زوایای ۱۵ و ۳۰ درجه کم است. مقدار تفاوت‌ها برای این دو زاویه، اختلاف زیادی با هم ندارند. در عرض‌های زیاد (۱۰۰۰ و ۵۰۰۰ متر) تفاوت‌ها برای این دو زاویه چنان است که شاید استفاده از چاه‌های مجازی بدون در نظر گرفتن شیب مرزهای نفوذناپذیر تقریب قابل قبولی از مقدار واقعی باشد. اما در شرایطی که فاصله بین دو مرز کاهش می‌یابد مقدار تفاوت به حدی است که استفاده از فرض مرزهای عمودی و نیز استفاده از تئوری چاه‌های مجازی خطای مشخصی را ایجاد خواهد کرد. در زاویه ۳۰ درجه مقدار تفاوت زیاد شده و در زاویه ۶۰ درجه تفاوت به مقدار قابل توجهی زیاد می‌شود. این وضعیت در تمام مدل‌های شش گانه دیده می‌شود. بنابراین اگر عرض آبخوان (فاصله بین مرزهای نفوذناپذیر) کمتر از ۵۰۰۰ متر باشد، در صورتی که مرزهای عمودی دارای زاویه‌ای نسبت به حالت عمود باشند مقادیر افت-زمان در این آبخوان‌ها تفاوت مشخصی با مقادیر محاسباتی مربوط به مرزهای عمودی و تئوری چاه‌های مجازی خواهند داشت.

بنابراین در شرایطی که مرزهای عمودی نفوذناپذیر دارای زاویه کمی نسبت به حالت عمود باشند (زاویه کمتر از ۳۰ درجه) در حالتی که فاصله دو مرز نفوذناپذیر زیاد باشد با تقریبی مناسب می‌توان از روش چاه‌های مجازی و مرزهای عمودی استفاده نمود. در غیر این صورت تفاوت و خطای مشخصی وجود خواهد داشت. لذا هرچه زاویه مرز نفوذناپذیر با خط عمود بیشتر شود میزان تفاوت بین نمودارهای افت-زمان در زوایای مختلف با مقدار مربوط به مرزهای عمودی بیشتر می‌شود.

نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی عددی منحنی‌های افت-زمان در نتیجه پمپاژ یک چاه در آبخوان‌های محبوس و محدود به دو مرز نفوذناپذیر نشان داد که در صورتی که مرزهای نفوذناپذیر و محدودکننده عمودی باشند تطابق بسیار عالی بین نتایج شبیه‌سازی عددی از یک طرف و استفاده از رابطه تالیس و

- Barrash, W. and Dougherty, M. E., 1997. Modeling Axially Symmetric and Nonsymmetric Flow to a Well with MODFLOW, and Application to Goddard2 Well Test, Boise, Idaho. *Ground Water*, 35, 602-611.
- Chan Y. K., 1976. Improved image-well technique for aquifer analysis. *Journal of Hydrology*, 29 (1), 149-164.
- Chen, Y., Yeh, H., and Yang, S., 2009. Analytical Solutions for Constant-Flux and Constant-Head Tests at a Finite-Diameter Well in a Wedge-Shaped Aquifer. *Journal of Hydraulic Engineering*, 133 (4), 333-337.
- Davis, S. and Dewiest R., 1966. *Hydrogeology*. John Wiley and Sons. New York 463.
- Dietz, D., 1943. De Toepassing van Invloedsfuncties bij het Berekenen van de Verlagering van het Grondwater ten Gevolge van Wateronttrekking. *Water*, 27 (6), 51-57.
- Ferris, J. G., Knowles, D. B, Brown, R. H. and Stallman, R. W., 1962. Theory of aquifer tests. Water-Supply Paper 1536-E. US Geological Survey. United States Government Printing Office, Washington.
- Forchheimer, P., 1886. Ueber die ergiebigkeit von brunnen-anlagen und sickerschlitzen. *Zeitschr des Architekten-und Ingenieur-Vereines*, 32, 539-563.
- Hantush, M. S., 1959. Analysis of data from pumping wells near a river. *Journal of Geophysical Research*, 64(11), 1921-1932.
- Harbaugh A. W., 2005. MODFLOW-2005, The U.S. Geological Survey Modular Ground-Water Model- the Ground-Water Flow Process. U.S. Geological Survey Techniques and Methods 6-A16
- Intaraprasong T. and Zhan H. B., 2007. Capture zone between two streams. *Journal of Hydrology*, 338 (3-4), 297-307.
- Kasenow, M., 1997. *Ground-water Hydrology and Well Hydraulics*. Water Resources Publications, LLC, Highlands Ranch, Colorado , 831.
- Kompani-Zare M. and Zhan H. B., 2005. Steady flow to a horizontal drain in an unconfined aquifer with variable thickness. *Journal of Hydrology*, 327 (1-2) 174-185.
- Kompani-Zare M., Zhan H. B. and Samani N., 2004. Analytical study of capture zone of a horizontal well in a confined aquifer. *Journal of Hydrology*, 307 (1-4) 48-59.
- Kruseman, G. P. and de Ridder, N. A., 1990. *Analysis and Evaluation of Pumping Test Data (Second edition)*. Wageningen, the Netherlands: International Institute for Land Reclamation and Improvement. ISBN 90-70754-20-7.
- Kuo, M. C. T., Wang, W. L., Lin, D. S. and Chiang, C. J., 1994. An image-well method for predicting drawdown distribution in aquifers with irregularly shaped boundaries. *Ground Water*, 32 (5), 794-804.
- Lang, S., 1963. Drawdown patterns in aquifers having a straight-line boundary. *Shortcuts and Special Problems in Aquifer Tests*. US Geological Survey Water-Supply Paper: 56-68.
- Moulder, E., 1963. Locus circles as an aid in the location of a hydrogeologic boundary. US Geological Survey Water-Supply Paper, 110-112.
- Muskat, M., 1937. *The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media*. McGraw-Hill Book Company, Incorporated, 763.
- Reilly, T. E., 2004. A brief history of contributions to ground water hydrology by the US Geological Survey. *Ground water*, 42(4), 625-631.

- Rubin, Y. and Dagan G., 1989. Stochastic analysis of boundaries effects on head spatial variability in heterogeneous aquifers: 2, impervious boundary. *Water Resources Research*, 25(4), 707-712.
- Samani, N. and Zarei-Doudeji S., 2012. Capture zone of a multi-well system in confined and unconfined wedge-shaped aquifers. *Advances in Water Resources*, 39, 71-84.
- Stallman, R. W., 1952. Nonequilibrium type curves modified for two-well systems. US Geological Survey, open-file chart (Ground Water Notes No. 3), 51-55.
- Stallman, R. W., 1963. Type curves for the solution of single-boundary problems. *Ben-tall, Ray, Shortcuts and special problems in aquifer tests: US Geological Survey Water-Supply Paper: C45-C47.*
- Theis, C. V., 1935. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage. *Transactions of the American Geophysical Union* 16, 519-524.
- Todd, D. and Mays L., 2005. *Groundwater Hydrology*. Third edition, John Wiley and Sons, Inc, 652.
- Vandenberg, A., 1976. Tables and type curves for analysis of pump tests in leaky parallel-channel aquifers. Technical Bulletin no 96, Inland waters Directorate, Water Resources Branch, Ottawa.
- Vandenberg, A., 1977. Type curves for analysis of pump tests in leaky strip aquifers. *Journal of Hydrology*. 33(1), 15-26.
- Zarei-Doudeji, S. and Samani N., 2014. Capture zone of a multi-well system in bounded peninsula-shaped aquifers. *Journal of Contaminant Hydrology* 164, 114-124.