

## **Improvement of the Arctic Puffin Metaheuristic Algorithm Based on a Chaotic Map**

**Hamid Reza Ghasemi<sup>1</sup>, Ali Akbar Neghabi<sup>2\*</sup>, Babak Lotfi<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>PhD student, Department of Computer Engineering and Information Technology, Sab.C., Islamic Azad University, Sabzevar, Iran

<sup>2</sup>Assistant Professor, Department of Computer Engineering and Information Technology, Sab.C., Islamic Azad University, Sabzevar, Iran

<sup>3</sup>PhD student, Department of Computer Engineering and Information Technology, Sab.C., Islamic Azad University, Sabzevar, Iran

Received: 21 July 2025, Revised: 21 July 2026, Accepted: 01 September 2026  
Paper type: Research

### **Abstract**

The Arctic Puffin Optimization (APO) algorithm, introduced in 2024, is inspired by the hunting behavior of puffins in aerial and marine environments and utilizes swarm intelligence concepts to model the collective movements of puffins. By employing various movement strategies, this algorithm aims to establish an appropriate balance between exploration and exploitation processes in the search space. However, the dependence of some search stages on random processes may lead to irregular variations in the movement trajectories of search agents, reduced control over population diversity, and an increased risk of premature convergence. In this study, an improved version of the Arctic Puffin Optimization algorithm, referred to as the Chaotic Arctic Puffin Algorithm (CAPA), is proposed. The proposed approach incorporates a Logistic chaotic map to enhance the generation quality of search-guiding parameters and improve the movement behavior of optimization agents. By exploiting the nonlinear properties and effective space-filling capability of chaotic sequences, the proposed mechanism aims to achieve a more effective balance between exploration and exploitation. The performance of the proposed algorithm is evaluated on 12 benchmark functions with different dimensions and compared with the original Arctic Puffin Optimization algorithm as well as several well-established metaheuristic algorithms, including Grey Wolf Optimizer (GWO), Whale Optimization Algorithm (WOA), Salp Swarm Algorithm (SSA), and their chaotic variants. The experimental results demonstrate that the Chaotic Arctic Puffin Algorithm improves solution quality, search stability, and convergence behavior compared with the original APO algorithm, while maintaining competitive performance against other reference methods. Furthermore, the results of the Wilcoxon signed-rank test and Friedman test confirm that the performance difference between the proposed algorithm and the original Arctic Puffin Optimization algorithm is statistically significant.

**Keywords:** Arctic Puffin Optimization (APO), Chaotic Optimization, Logistic Map, Metaheuristic Algorithm, Evolutionary Computation.

---

\* Corresponding Author's email: Aa\_neghabi@iaau.ac.ir

## بهبود الگوریتم فراابتکاری پافین قطبی مبتنی بر نگاشت آشوب

حمیدرضا قاسمی<sup>۱</sup>، علی اکبر نقابی<sup>۲\*</sup>، بابک لطفی<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> دانشجوی دکتری، گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، واحد سبزوار، دانشگاه آزاد اسلامی، سبزوار، ایران

<sup>۲</sup> استادیار، گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، واحد سبزوار، دانشگاه آزاد اسلامی، سبزوار، ایران

<sup>۳</sup> دانشجوی دکتری، گروه مهندسی کامپیوتر و فناوری اطلاعات، واحد سبزوار، دانشگاه آزاد اسلامی، سبزوار، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۴/۳۰ تاریخ بازبینی: ۱۴۰۵/۰۴/۳۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۶/۱۰

نوع مقاله: پژوهشی

### چکیده

الگوریتم پافین قطبی که در سال ۲۰۲۴ معرفی شده، با الهام از رفتار شکار این پرنده در محیط‌های هوایی و دریایی طراحی شده و از مفاهیم هوش جمعی برای مدل‌سازی حرکت گروهی پافین‌ها استفاده می‌کند. این الگوریتم با بهره‌گیری از استراتژی‌های مختلف حرکتی، تلاش می‌کند تعادل مناسبی میان فرآیندهای اکتشاف و بهره‌برداری در فضای جستجو ایجاد کند. با این حال، وابستگی برخی از مراحل جستجوی این الگوریتم به فرآیندهای تصادفی می‌تواند موجب ایجاد تغییرات نامنظم در مسیر حرکت عامل‌ها، کاهش کنترل تنوع جمعیت و افزایش احتمال همگرایی زودهنگام شود. در این پژوهش، یک نسخه بهبودیافته از الگوریتم پافین قطبی با عنوان الگوریتم پافین قطبی آشوبی ارائه شده است که در آن از نگاشت آشوبی لجستیک به منظور بهبود کیفیت تولید مقادیر هدایت‌کننده جستجو و ارتقای رفتار حرکتی عامل‌ها استفاده می‌شود. سازوکار پیشنهادی با بهره‌گیری از ویژگی‌هایی نظیر غیرخطی بودن و پوشش مناسب فضای جستجو، تلاش می‌کند تعادل بهتری میان اکتشاف و بهره‌برداری ایجاد کند. عملکرد الگوریتم پیشنهادی بر روی ۱۲ تابع معیار در ابعاد مختلف ارزیابی شده و با الگوریتم پایه پافین قطبی و چندین الگوریتم فراابتکاری مطرح شامل گرگ خاکستری، بهینه‌سازی نهنگ، ازدحام سالپ‌ها و نسخه‌های آشوبی آن‌ها مقایسه شده است. نتایج تجربی نشان می‌دهد که الگوریتم پافین قطبی آشوبی در مقایسه با الگوریتم پایه پافین قطبی موجب بهبود کیفیت پاسخ‌ها، افزایش پایداری جستجو و رفتار همگرایی مناسب‌تر شده و در مقایسه با سایر روش‌های مرجع نیز عملکرد رقابتی ارائه می‌دهد. همچنین نتایج آزمون‌های آماری ویلکاکسون و فریدمن نشان داد که تفاوت عملکرد الگوریتم پیشنهادی نسبت به روش پایه الگوریتم پافین قطبی از نظر آماری معنادار است.

**کلید واژگان:** الگوریتم پافین قطبی، بهینه‌سازی آشوبی، نگاشت لجستیک، الگوریتم فراابتکاری، محاسبات تکاملی.

\* رایانامه نویسنده مسؤول: Aa\_neghabi@iaau.ac.ir

## ۱- مقدمه

الگوریتم پافین قطبی<sup>۱</sup> در سال ۲۰۲۴ با الهام از رفتارهای شکار و جستجوی این پرند در محیط‌های هوایی و دریایی ارائه شد. این الگوریتم با بهره‌گیری از مفاهیم هوش جمعی، رفتار گروهی پافین‌ها را در قالب حرکت عامل‌های جستجو مدل‌سازی می‌کند تا توانایی اکتشاف در فضای مسئله افزایش یابد. همچنین، با استفاده از چندین استراتژی حرکتی، سازوکاری برای بهبود فرآیند بهره‌برداری و نزدیک‌شدن مؤثرتر به نواحی امیدبخش فضای جستجو فراهم می‌کند [۱]. اما در این الگوریتم از روندهای تصادفی در حرکت‌های مختلف استفاده شده که دارای پراکندگی و اجتناب از تولید داده تکراری نیست. نگاشت‌های آشوبی به‌عنوان یکی از روش‌های مؤثر برای بهبود رفتار جستجوی الگوریتم‌های تکاملی، در بسیاری از مطالعات به‌منظور افزایش تنوع جمعیت، بهبود پوشش فضای جستجو و کاهش وابستگی به فرآیندهای تصادفی مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این پژوهش، نگاشت آشوبی لجستیک در الگوریتم پافین قطبی به‌کار گرفته شده است تا با ایجاد توالی‌های هدایت‌شده‌تر، کیفیت فرآیند جستجو و رفتار حرکتی عامل‌های بهینه‌سازی بهبود یابد. نتایج حاصل از ارزیابی الگوریتم پیشنهادی بر روی ۱۲ تابع معیار در ابعاد مختلف ۱۰ تا ۵۰ نشان داد که الگوریتم پافین قطبی آشوبی در مقایسه با الگوریتم پایه پافین قطبی، بهبود قابل توجهی در کیفیت پاسخ‌ها، پایداری جستجو و رفتار همگرایی ایجاد می‌کند.

الگوریتم پافین قطبی به‌عنوان یک روش فراابتکاری مبتنی بر به‌روزرسانی موقعیت عوامل جستجو، از پارامترهای تصادفی با توزیع یکنواخت در روابط خود استفاده می‌کند. به‌طور مشخص، در معادلات به‌روزرسانی موقعیت، مانند رابطه ۱، پارامتر تصادفی  $r \in [0,1]$  به‌عنوان یک ضریب مقیاس‌دهنده در بردار جابجایی  $(X_{best} - X_t)$  وارد می‌شود، به‌گونه‌ای که مقدار آن مستقیماً اندازه گام حرکتی و جهت حرکت عوامل را در فضای جستجو تعیین می‌کند. این وابستگی مستقیم موجب می‌شود تغییرات تصادفی در مقدار  $r$ ، نوسانات قابل توجهی در مسیر حرکت عوامل ایجاد کرده و رفتار جستجو را به‌صورت غیرقابل پیش‌بینی تحت تأثیر قرار دهد [۲].

با این حال، استفاده از این نوع تصادفی‌سازی دارای محدودیت‌هایی است که می‌تواند عملکرد الگوریتم را تحت تأثیر قرار دهد. یکی از مهم‌ترین این محدودیت‌ها، استقلال آماری اعداد تصادفی یکنواخت و نبود ساختار دینامیکی در تولید آن‌هاست. این ویژگی موجب

می‌شود مسیر جستجوی عوامل فاقد الگوی هدایت‌شده بوده و حرکت‌ها در فضای جستجو به‌صورت پراکنده و بدون انسجام انجام گیرد. علاوه بر این، توزیع یکنواخت تضمینی برای پوشش مؤثر فضای جستجو فراهم نمی‌کند و در بسیاری از موارد، منجر به تولید مقادیر نزدیک به یکدیگر در تکرارهای متوالی می‌شود. این امر سبب کاهش تنوع جمعیت و افزایش احتمال تولید راه‌حل‌های تکراری خواهد شد.

این ضعف به‌ویژه در معادلاتی که پارامترهای تصادفی به‌طور مستقیم در تعیین گام حرکتی دخیل هستند، باعث ایجاد نوسانات نامنظم و حرکت‌های کم‌اثر می‌شود. در نتیجه، الگوریتم در تکرارهای میانی و پایانی مستعد همگرایی زودرس و گرفتار شدن در بهینه‌های محلی خواهد بود [۳].

با توجه به محدودیت‌های مطرح‌شده، هدف اصلی این پژوهش بهبود عملکرد الگوریتم پافین قطبی در فرآیند جستجوی بهینه از طریق ارتقاء کیفیت تولید اعداد شبه‌تصادفی و افزایش کارایی اکتشاف در فضای جستجو است. به‌طور مشخص، تمرکز این تحقیق به‌صورت هم‌زمان بر افزایش دقت همگرایی و بهبود پایداری فرآیند جستجو قرار دارد، به‌گونه‌ای که احتمال گرفتار شدن در بهینه‌های محلی کاهش یابد.

در همین راستا، نوآوری‌ها و دستاوردهای اصلی این پژوهش را می‌توان به‌صورت زیر خلاصه نمود:

- ارائه نسخه بهبودیافته‌ای از الگوریتم پافین قطبی با بهره‌گیری از نگاشت آشوبی لجستیک به‌منظور بهبود فرآیند تولید مقادیر هدایت‌کننده جستجو و کاهش وابستگی به فرآیندهای تصادفی مستقل در الگوریتم پافین قطبی.
- طراحی یک سازوکار آشوبی برای افزایش کیفیت پراکندگی اولیه جمعیت و بهبود رفتار حرکت عامل‌های جستجو در مراحل مختلف فرآیند بهینه‌سازی، با هدف ایجاد تعادل مناسب‌تر میان اکتشاف و بهره‌برداری.
- تحلیل تأثیر جایگزینی فرآیندهای تصادفی با توالی‌های آشوبی بر رفتار همگرایی، پایداری و کیفیت پاسخ‌های الگوریتم پیشنهادی در مسائل بهینه‌سازی معیار.
- ارزیابی جامع الگوریتم پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم پایه پافین قطبی و چندین الگوریتم فراابتکاری مطرح شامل گرگ

<sup>1</sup> Arctic Puffin Optimization (APO)

کارآیی کنترل‌کننده‌ها برای حفظ ولتاژ ثابت در سیستم‌های بادی بوده است [۱۰].

بنابراین مشاهده می‌شود که در تحقیقات انجام شده الگوریتم پافین قطبی در تحقیق [۵۶] با ترکیب با الگوریتم تکامل تفاضلی و ترکیب با حرکت چند استراتژی، بهبود یافته و بهبودهای دیگر این الگوریتم از جمله استفاده از نگاشت آشوب، تاکنون بررسی نشده است.

از اواسط قرن بیستم، گزارش‌های امیدوارکننده در مورد استفاده از روش‌های الهام‌گرفته از طبیعت برای رسیدگی به مشکلات پیچیده توجه روزافزونی را از سوی دانشمندان رایانه به خود جلب کرده بود. به طور خاص، استفاده از الگوریتم‌هایی که از نظریه تکامل تقلید می‌کنند، برای حل مسائل پیچیده بهینه‌سازی بسیار مؤثر بودند. با وجود تفاوت‌های ساختاری الگوریتم‌ها، همه آن‌ها از مفاهیم یکسانی برای حل یک مسئله پیروی می‌کردند، یعنی قوانین رقابت طبیعی و بقای برترین که با اجرای یک سری عملگرهای ریاضی انجام می‌شود تا میزان بهره‌برداری و اکتشاف جستجو متعادل شود. در ساختار همه الگوریتم‌های تکاملی از روندهای تصادفی استفاده می‌شود که دارای پراکندگی نامناسب و داده‌های تکراری است، اما نگاشت‌های آشوب با روندی شبه تصادفی دارای پراکندگی مناسب و داده‌های غیرتکراری هستند، بنابراین جایگزین مناسبی برای روندهای تصادفی در الگوریتم‌های تکاملی می‌باشند. نگاشت‌های آشوب مختلف بعنوان یک راهکار برای افزایش قابلیت‌های اکتشاف و بهره‌برداری در الگوریتم‌های تکاملی استفاده شده‌اند، در جدول ۱ مروری بر برخی از این روش‌ها در سالهای گذشته آمده است.

جدول ۱. مروری بر برخی الگوریتم‌های بهبود یافته با نگاشت‌های آشوب

| مرجع | سال  | روش                                                            | کاربرد                          |
|------|------|----------------------------------------------------------------|---------------------------------|
| [۱۱] | ۱۹۹۵ | بازپخت شبیه‌سازی آشوبی (CSA)                                   | آموزش مدل شبکه عصبی             |
| [۱۲] | ۲۰۰۲ | الگوریتم ژنتیک هیبریدی آشوبی (HCGA)                            | برنامه‌ریزی سیستم آبی کوتاه مدت |
| [۱۳] | ۲۰۰۳ | الگوریتم ژنتیک آشوبی (CGA)                                     | بهینه‌سازی مسائل مهندسی         |
| [۱۴] | ۲۰۰۴ | بازپخت شبیه‌سازی آشوبی جایگزینی توزیع گاوسی                    | بهینه‌سازی عددی                 |
| [۱۵] | ۲۰۰۵ | بهینه‌سازی ازدحام ذرات با آشوب (CPSO)                          | بهینه‌سازی عددی                 |
| [۱۶] | ۲۰۰۶ | بهینه‌سازی ازدحام ذرات با آشوب هیبریدی با جستجوی داخلی (HCPSO) | حل مسائل بهینه‌سازی توان راکتیو |
| [۱۷] | ۲۰۰۶ | الگوریتم ایمنی افزایش یافته آشوب                               | طراحی روش کنترل                 |

خاکستری<sup>۱</sup>، بهینه‌سازی نهنگ<sup>۲</sup>، ازدحام سالپ‌ها<sup>۳</sup> و نسخه‌های آشوبی آن‌ها گرگ خاکستری آشوبی، بهینه‌سازی گرگ خاکستری آشوبی<sup>۴</sup> و ازدحام سالپ‌های آشوبی<sup>۵</sup> بر روی ۱۲ تابع معیار در ابعاد مختلف.

- اعتبارسنجی آماری نتایج حاصل از آزمایش‌ها با استفاده از آزمون‌های ناپارامتری ویلکاکسون و فریدمن به منظور بررسی معناداری تفاوت عملکرد الگوریتم پیشنهادی با روش‌های مقایسه‌ای.

## ۲- مرور ادبیات تحقیق

ادبیات تحقیق این مقاله بطور خلاصه به دو دسته از مقالات مرتبط است، دسته اول مقالاتی است که بروی بهبود الگوریتم پافین قطبی و استفاده از آن در کاربردهای مختلف پرداخته‌اند و دسته دیگر، مقالاتی که در آنها از نگاشت‌های آشوب برای بهبود الگوریتم‌های تکاملی مختلف استفاده شده است.

الگوریتم پافین قطبی نشان داده که توانسته با ترکیب با اپراتورهای حرکتی الگوریتم تکامل تفاضلی بهبود یابد [۵] و نشان داده که در حل مسائل بهینه‌سازی طراحی موفق بوده است. همچنین راهکار چند استراتژی در حرکت بصورت ترکیبی با حرکت‌های این الگوریتم توانسته به دقت آن در حل توابع آزمایش منجر شود [۶].

در تحقیق [۷] از الگوریتم پافین قطبی را برای بهینه‌سازی مدل طبقه‌بند در پیش‌بینی و طبقه‌بندی وضعیت عاطفی کاربران در شبکه‌های اجتماعی استفاده شده است. مدل بهینه‌شده با الگوریتم پافین قطبی نتایج قابل توجهی به دست آورده است و دقت آن به ۹۸٪ رسیده است. همچنین در تحقیق [۸] از الگوریتم پافین قطبی برای شناسایی و تأیید پارامترهای کنترل‌کننده‌های جریان‌ساز چرخشی دوگانه‌فرمان استفاده شده است. هدف این مقاله شناسایی دقیق پارامترها و افزایش دقت کنترل‌کننده‌ها برای بهبود عملکرد سیستم‌های بادی بوده و الگوریتم پافین قطبی توانسته دقت نتایج را افزایش دهد. همچنین در تحقیق [۹] نیز الگوریتم پافین قطبی برای بهینه‌سازی پارامترهای مدل یادگیری عمیق در کاربرد مصرف سوخت هواپیما استفاده شده است و نشان داده که باعث افزایش دقت در پیش‌بینی مصرف سوخت شده است. در کاربردی دیگر الگوریتم پافین قطبی برای تنظیم کنترل‌کننده در کنترل ولتاژ در میکروگریدها استفاده شده است. هدف این مقاله افزایش دقت و

<sup>4</sup> Chaotic Grey Wolf Optimizer (CGWO)

<sup>5</sup> Chaotic Salp Swarm Algorithm (CSSA)

<sup>1</sup> Grey Wolf Optimizer (GWO)

<sup>2</sup> Whale Optimization Algorithm (WOA)

<sup>3</sup> Salp Swarm Algorithm (SSA)

با توجه به مرور مراجع در حوزه بهبود الگوریتم‌های تکاملی با نگاشت آشوب مشاهده شد که تاکنون بهبودی به وسیله نگاشت آشوب بر روی الگوریتم پافین قطبی انجام نشده است. نگاشت آشوب دارای مزایای از جمله پراکندگی بهتر نسبت به روندهای تصادفی در الگوریتم‌های تکاملی می‌باشد و مرور ادبیات نشان می‌دهد که استفاده از آن توانسته به قدرت و همچنین سرعت اجرا کمک نماید. یکی از پرکاربردترین نگاشت‌ها، نگاشت لجستیک است که در تولید عامل‌های جستجو در الگوریتم‌های تکاملی بکار گرفته شده است. روش پیشنهادی این مقاله بهبود الگوریتم پافین قطبی مبتنی برنگاشت آشوب است.

### ۳- الگوریتم فراابتکاری پافین قطبی

الگوریتم پافین قطبی یک الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری جدید مبتنی بر رفتار پافین‌ها در دو مرحله است که شامل [۴]:

۱. پرواز در هوا: شامل جستجوی هوایی و شکار از ارتفاع. در مرحله پرواز هوایی (اکتشاف)، معرفی پرواز لوی و عوامل سرعت، توانایی الگوریتم را در فرار از بهینه‌های محلی بهبود می‌بخشد و احتمال یافتن راه‌حل بهتر در مسائل بهینه‌سازی پیچیده و چندبعدی را افزایش می‌دهد.
  ۲. جستجوی زیر آب: شامل جستجوی گروهی، جستجوی متمرکز و فرار از شکارچی. در مرحله جستجوی زیر آب (بهره‌برداری)، استفاده از پرش لوی، عوامل هم‌افزایی و عوامل تغییر تطبیقی، تضمین می‌کند که الگوریتم بتواند به طور مؤثر از بهترین راه‌حل فعلی استفاده کرده و جهت جستجو را هدایت کند.
- مدل ریاضی الگوریتم پافین قطبی از سه مرحله اصلی تشکیل شده است: مقداردهی اولیه جمعیت، مرحله پرواز هوایی (کاوش)، و مرحله جستجوی زیرآبی (استخراج). علاوه بر این، انتقال بین این دو استراتژی توسط عامل تغییر رفتار B پافین‌ها انجام می‌شود.

#### ۳-۱- جمعیت اولیه

فرآیند تولید جمعیت اولیه با استفاده از معادله زیر توصیف می‌شود:

$$\vec{X}_i^t = rand * (ub - lb) + lb, i = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

که در آن  $\vec{X}_i^t$  موقعیت  $i$  ام پافین قطبی است؛  $rand$  یک عدد تصادفی بین صفر و ۱ تولید می‌کند؛  $ub$  و  $lb$  به ترتیب نشان‌دهنده مرزهای بالایی و پایینی هستند؛  $N$  تعداد افراد در جمعیت است.

|      |      |                                                                   |                                       |
|------|------|-------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|
|      |      | (CIA)                                                             | کننده عصبی فازی                       |
| [۱۸] | ۲۰۰۷ | بهینه‌سازی ازدحام ذرات با آشوب خطی تکه‌ای (PWLCM)                 | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۱۹] | ۲۰۰۸ | بهینه‌سازی کلونی مورچه‌های آشوب‌زده (CACO)                        | بهینه‌سازی مسائل مهندسی               |
| [۲۰] | ۲۰۰۹ | بهینه‌سازی ازدحام ذرات با کدگذاری آشوبی (CENPSO)                  | داده‌کاوی                             |
| [۲۱] | ۲۰۱۰ | جستجوی هارمونی آشوبی (CHS)                                        | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۲۲] | ۲۰۱۰ | کلونی زنبورهای مصنوعی آشوبی (CABC)                                | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۲۳] | ۲۰۱۱ | بیگ بنگ با بی‌نظمی یکنواخت (UBB-CBC)                              | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۲۴] | ۲۰۱۲ | الگوریتم رقابتی امپریالیستی آشوبی (CICA)                          | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۲۵] | ۲۰۱۳ | الگوریتم کرم شب تاب آشوبی (CFA)                                   | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۲۶] | ۲۰۱۳ | الگوریتم خفاش آشوبی (CBA)                                         | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۲۷] | ۲۰۱۴ | الگوریتم جستجوی عقبگرد با نقشه آشوبی برگز                         | تخمین پارامتر مدل الکتروشیمیایی       |
| [۲۸] | ۲۰۱۴ | بهینه‌سازی مبتنی بر جغرافیای زیستی شکارچی طعمه آشوبی (CPPBBO)     | برنامه‌ریزی مسیر وسیله نقلیه جنگی     |
| [۲۹] | ۲۰۱۵ | جستجوی آشوبی و جستجوی برش طلایی (CS&GSS)                          | حل سیستم‌های معادلات غیرخطی           |
| [۳۰] | ۲۰۱۶ | الگوریتم‌های قهرمانی لیگ آشوبی (CLCA)                             | بهینه‌سازی عملکرد طبقه بند            |
| [۳۱] | ۲۰۱۷ | الگوریتم چرخه آب آشوبی (CWCA)                                     | آموزش شبکه عصبی                       |
| [۳۲] | ۲۰۱۸ | الگوریتم نهنگ آشوبی (CWOA)                                        | انتخاب ویژگی                          |
| [۳۳] | ۲۰۱۹ | الگوریتم بهینه‌ساز شیرمورچه (CALO)                                | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۳۴] | ۲۰۲۰ | الگوریتم‌های بهینه‌سازی الهام گرفته از اپتیک مبتنی بر آشوب (CIOI) | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۳۵] | ۲۰۲۱ | استفاده از الگوریتم ازدحام ذرات و کرم شب تاب آشوبی (CFPSO)        | حل مسائل بهینه‌سازی پیوسته            |
| [۳۶] | ۲۰۲۲ | الگوریتم بهبود یافته بهینه‌سازی جستجوی گنجشک آشوب (CSSOA)         | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۳۷] | ۲۰۲۳ | الگوریتم بهینه‌سازی حسابی مبتنی بر نقشه‌های آشوبی (CAOA)          | بهینه‌سازی عددی                       |
| [۳۸] | ۲۰۲۴ | الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات آشوبی بهبود یافته (LCPSO)         | مسیریابی [۴۴] شبکه‌های حسگر بی‌سیم    |
| [۳۹] | ۲۰۲۴ | الگوریتم بهینه‌سازی کوتوله آشوبی (CDM)                            | انتخاب ویژگی                          |
| [۴۰] | ۲۰۲۴ | الگوریتم بهینه‌سازی غزال مبتنی بر یادگیری پویا آشوبی (ACD-GOA)    | انتخاب ویژگی                          |
| [۴۱] | ۲۰۲۴ | الگوریتم بهینه‌سازی علف‌های هرز آشوبی (CIWO)                      | تخمین پارامتر پل خورشیدی              |
| [۴۲] | ۲۰۲۵ | الگوریتم بهینه‌سازی مرغ مگس خوار آشوبی (CAHA)                     | بهره برداری بهینه مخزن                |
| [۴۳] | ۲۰۲۵ | الگوریتم بهینه‌سازی نهنگ آشوبی (CWOA)                             | استراتژی زمان‌بندی کار در رایانش ابری |

## ۳-۲- مرحله پرواز هوایی (کاوش)

(۹)

$$\overrightarrow{X_i^{t+1}} = \text{new}(1:N)$$

در این معادلات، عملیات مرتب‌سازی بر اساس مقادیر تناسب از کم به زیاد انجام می‌شود تا جمعیت جدید  $\overrightarrow{X_i^{t+1}}$  انتخاب گردد.

## ۳-۲-۱- استراتژی اول جستجوی هوایی

## ۳-۳- مرحله تغذیه زیرآبی (استفاده بهینه)

استراتژی بقای پافین‌های قطبی شامل دو جنبه حیاتی است: پرواز هوایی و تغذیه زیرآبی. تغذیه زیرآبی شامل سه استراتژی اصلی است که هر کدام در شرایط خاصی برای افزایش کارایی شکار به کار گرفته می‌شود. این سه استراتژی شامل جمع‌آوری تغذیه، تشدید جست‌وجو و اجتناب از شکارچیان است.

## ۳-۳-۱- جمع‌آوری غذا اولین استراتژی زیرآبی

در رفتار تغذیه‌ای پافین‌های قطبی، آن‌ها اغلب استراتژی جمعی را با جمع شدن در اطراف دسته‌های ماهی نزدیک به سطح آب به کار می‌برند. این رفتار شکار همکاری باعث افزایش کارایی و نرخ موفقیت شکار می‌شود. معادله ۱۰ به‌روزرسانی موقعیت را توصیف می‌کند [۴].

$$\overrightarrow{W_i^{t+1}} = \begin{cases} \overrightarrow{X_{r1}^t} + F * L(D) * (\overrightarrow{X_{r2}^t} - \overrightarrow{X_{r3}^t}) & \text{rand} \geq 0.5 \\ \overrightarrow{X_{r1}^t} + F * (\overrightarrow{X_{r2}^t} - \overrightarrow{X_{r3}^t}) & \text{rand} < 0.5 \end{cases} \quad (10)$$

که در آن  $F$  عامل همکاری است که رفتار شکار پافین‌های قطبی را تنظیم می‌کند. در این الگوریتم،  $F=0.5$  است. متغیرهای  $r1$ ،  $r2$ ،  $r3$  اعداد تصادفی بین ۱ و  $N-1$  غیر از  $i$  هستند و  $\overrightarrow{X_{r1}^t}$ ،  $\overrightarrow{X_{r2}^t}$ ،  $\overrightarrow{X_{r3}^t}$  راه‌حل‌های کاندیدای انتخاب شده هستند که به‌طور تصادفی از جمعیت کنونی انتخاب می‌شوند. زمانی که  $\text{rand} < 0.5$ ، پافین‌های قطبی در تغذیه با سایر پافین‌ها همکاری می‌کنند و از عامل همکاری  $F$  برای جست‌وجو در محیط اطراف از طریق حرکت‌های تصادفی، جست‌وجوی غذا یا منابع دیگر استفاده می‌کنند. معادله دیگر، زمانی که  $\text{rand} \geq 0.5$  استراتژی پیچیده‌تری برای جست‌وجوی غذا را نشان می‌دهد.

## ۳-۳-۲- جستجوی تقویتی دومین استراتژی زیرآبی

همزمان با پیشرفت شکار، پافین‌های قطبی ممکن است پس از مدتی متوجه کاهش یا تمام شدن منابع غذایی در منطقه تغذیه کنونی خود شوند. برای برآورده کردن نیازهای غذایی خود، آن‌ها باید موقعیت‌های زیرآبی خود را تغییر دهند تا ماهی‌های بیشتری یا منابع غذایی دیگر زیر آب را پیدا کنند. معادله به‌روزرسانی موقعیت برای این مرحله به صورت زیر است [۴]:

پافین‌های قطبی برای مقابله با محیط‌های چالش‌برانگیز خود، از استراتژی‌های منحصر به فرد پرواز و جست‌جو استفاده می‌کنند.

در این مرحله، پافین‌ها بر جست‌جو برای طعمه‌های متمرکز می‌کنند و در عین حال هوشیار به شکارچیان اطراف خود هستند. معادلات به‌روزرسانی موقعیت مربوط به این استراتژی به شرح زیر است [۴].

$$\overrightarrow{Y_i^{t+1}} = \overrightarrow{X_i^t} + \text{rand} * (\overrightarrow{X_i^t} - \overrightarrow{X_r^t}) * L(D) + R \quad (2)$$

$$R = \text{round} (0.5 * (0.05 + \text{rand})) * \alpha \quad (3)$$

$$\alpha \sim \text{Normal} (0,1) \quad (4)$$

معادله ۲ به‌روزرسانی موقعیت است که در آن  $\overrightarrow{Y_i^{t+1}}$  موقعیت به‌روزشده پافین  $i$  است.  $\overrightarrow{X_i^t}$  موقعیت فعلی پافین  $i$  و  $\overrightarrow{X_r^t}$  یک موقعیت تصادفی از جمعیت فعلی است.  $L(D)$  یک عدد تصادفی است که از پرواز لوی به‌دست می‌آید و  $R$  یک عامل تصادفی است. معادله ۳ عامل تصادفی است که در آن  $\text{rand}$  عددی تصادفی بین صفر و ۱ تولید می‌کند و  $\alpha$  عددی تصادفی از توزیع نرمال استاندارد با رابطه ۴ است. مقدار  $r$  یک عدد تصادفی صحیح بین ۱ و  $N-1$  است.

## ۳-۲-۲- استراتژی دوم شکار با پرش

شکار با پرش یک استراتژی حیاتی در شکار پافین‌های قطبی است، زیرا آن‌ها به سرعت پرواز خود را تغییر می‌دهند تا روند شکار غذا را تسریع کنند. معادله به‌روزرسانی موقعیت به شرح زیر است [۴]:

$$\overrightarrow{Z_i^{t+1}} = \overrightarrow{Y_i^t} * S \quad (5)$$

$$S = \tan((\text{rand} - 0.5) * \pi) \quad (6)$$

در معادله ۵ پارامتر  $\overrightarrow{Z_i^{t+1}}$  موقعیت به‌روز شده پافین  $i$  ام، تحت تأثیر مقدار  $\overrightarrow{Y_i^t}$  و  $S$  است.

برای دستیابی به نتایج بهینه در سناریوهای مختلف، الگوریتم تصمیم می‌گیرد که موقعیت‌های نامزد شده در هر دو مرحله را به یک راه‌حل جدید ادغام کند. این راه‌حل‌ها سپس بر اساس برازندگی مرتب می‌شوند و  $N$  فرد برتر برای تشکیل جمعیت جدید انتخاب می‌شوند.

معادلات مربوط به این فرآیند به شرح زیر است:

$$\overrightarrow{P_i^{t+1}} = \overrightarrow{Y_i^{t+1}} \cup \overrightarrow{Z_i^{t+1}} \quad (7)$$

$$\text{new} = \text{sort}(\overrightarrow{P_i^{t+1}}) \quad (8)$$

موقعیت‌های مختلف افزایش می‌دهد.

در الگوریتم پافین قطبی، در مراحل اولیه تکرار به‌طور مکرر پروازهای هوایی انجام می‌شود تا جستجوی سراسری بخوبی انجام شود، در حالی که در مراحل بعدی تکرار، بیشتر به غواصی برای غذا می‌پردازند تا بهره‌برداری محلی را انجام دهند. براساس این الگوی رفتاری، الگوریتم پافین قطبی یک ضریب تبدیل رفتاری  $B$  وجود دارد تا انتقالی نرم از جستجوی سراسری به بهره‌برداری محلی انجام شود. این ضریب به‌صورت زیر تعریف می‌شود [۴]:

$$B = 2 * \log\left(\frac{1}{rand}\right) * \left(1 - \frac{t}{T}\right) \quad (۱۷)$$

که در آن  $rand$  یک عدد تصادفی بین  $(۰, ۱)$  است و  $t$  و  $T$  به ترتیب شماره تکرار کنونی و حداکثر شماره تکرار هستند.

در این الگوریتم،  $B$  یک پارامتر تطبیقی است که به‌طور دینامیک تغییر می‌کند. این پارامتر به‌طور تصادفی و بر اساس نسبت بین شماره تکرار جاری و حداکثر تکرار، تنظیم می‌شود و این امر به شبیه‌سازی تصادفی بودن رفتار پافین‌ها کمک می‌کند.

همچنین در الگوریتم پافین قطبی، یک پارامتر  $C$  وجود که با  $B$  مقایسه می‌شود تا استراتژی جستجویی که باید در مرحله فعلی تکرار اجرا شود، تعیین گردد. در این الگوریتم، پارامتر  $C$  برابر با  $۰.۵$  تنظیم شده است. در واقع وقتی  $B$  بزرگ‌تر از  $C$  باشد، الگوریتم وارد فاز پرواز هوایی می‌شود که به‌طور عمیق‌تری در فضای حل جستجو می‌کند. وقتی  $B$  کمتر از یا برابر با  $C$  باشد، الگوریتم وارد فاز شیرجه زدن و تغذیه می‌شود و به جستجوی محلی می‌پردازد تا دقت راه‌حل‌ها را بیشتر کند.

#### ۴- روش پیشنهادی

به‌منظور رفع محدودیت‌های مطرح‌شده، در این پژوهش از نگاشت‌های آشوبی به‌عنوان جایگزینی برای تولید اعداد تصادفی در ساختار الگوریتم پافین قطبی استفاده شده است. نگاشت‌های آشوبی، علی‌رغم ماهیت قطعی، دارای رفتار شبه‌تصادفی و ویژگی‌هایی نظیر حساسیت به شرایط اولیه و ارگودیسیت هستند که امکان پوشش بهتر فضای جستجو را فراهم می‌کنند.

در این تحقیق، از نگاشت لجستیک به‌صورت زیر استفاده شده است:

$$x_{t+1} = rx_t(1 - x_t) \quad (۱۸)$$

که در آن مقدار پارامتر  $r$  در بازه آشوبی انتخاب می‌شود تا رفتار غیرخطی و پیچیده سیستم تضمین گردد. توالی تولیدشده توسط این نگاشت، به‌دلیل توزیع غیرخطی خود، قادر است نقاطی با

$$\overrightarrow{Y_t^{t+1}} = \overrightarrow{W_t^{t+1}} * (1 + f) \quad (۱۱)$$

$$f = 0.1 * (rand - 1) * \frac{(T-t)}{T} \quad (۱۲)$$

که در آن  $T$  تعداد کل تکرارها را نشان می‌دهد و  $t$  تعداد تکرار کنونی را نشان داده و  $rand$  یک عدد تصادفی است که مقداری تصادفی آن به  $f$  اضافه می‌شود. معادله ۱۱ این مرحله را توصیف می‌کند و نشان‌دهنده تغییراتی است که بر اساس موقعیت اولیه ایجاد شده‌اند. در قسمت دوم معادله ۱۱ در فرایند جستجوی تقویتی، پارامتر  $(1 + f)$  نقش کلیدی دارد که در آن  $f$  یک عامل تطبیقی است که برای تنظیم موقعیت پافین قطبی در آب استفاده می‌شود.

#### ۳-۳- استراتژی سوم اجتناب از شکارچیان

اجتناب از شکارچیان سومین استراتژی زیرآبی است که پافین‌های قطبی هنگام تشخیص حضور شکارچیان در نزدیکی خود به کار می‌برند. معادله به‌روزرسانی موقعیت برای این استراتژی به صورت زیر است [۴]:

$$\overrightarrow{Z_t^{t+1}} = \begin{cases} \overrightarrow{X_t^t} + F * L(D) * (\overrightarrow{X_{r1}^t} - \overrightarrow{X_{r2}^t}) & rand \geq 0.5 \\ \overrightarrow{X_t^t} + \beta * (\overrightarrow{X_{r1}^t} - \overrightarrow{X_{r2}^t}) & rand < 0.5 \end{cases} \quad (۱۳)$$

که در آن  $\beta$  عدد تصادفی بین  $۰$  و  $۱$  است. این استراتژی دو حالت رفتاری مختلف دارد: یکی اجتناب تدریجی از خطر و دیگری فرار سریع از خطر. زمانی که  $rand \geq 0.5$  نشان‌دهنده نزدیک بودن شکارچی است، پافین‌ها بلافاصله موقعیت خود را تغییر می‌دهند و از موقعیت فعلی خود فرار می‌کنند. در طرف مقابل، وقتی  $rand < 0.5$  باشد، پافین‌ها به‌طور محتاطانه از شکارچیان اجتناب می‌کنند و موقعیت خود را به‌طور تصادفی تغییر می‌دهند.

در نهایت، برای انتخاب بهترین راه‌حل در شرایط مختلف، موقعیت‌های تولیدشده توسط این سه استراتژی مختلف در یک راه‌حل جدید ترکیب می‌شوند و پس از مرتب‌سازی بر اساس مقدار برازندگی، بهترین  $N$  فرد انتخاب می‌شوند. معادلات مربوط به این فرآیند به صورت زیر هستند [۴]:

$$\overrightarrow{P_t^{t+1}} = \overrightarrow{W_t^{t+1}} \cup \overrightarrow{Y_t^{t+1}} \cup \overrightarrow{Z_t^{t+1}} \quad (۱۴)$$

$$new = sort(\overrightarrow{P_t^{t+1}}) \quad (۱۵)$$

$$\overrightarrow{X_t^{t+1}} = new(1:N) \quad (۱۶)$$

این استراتژی جامع به مدل این امکان را می‌دهد که چندین سناریو شکار را همزمان در نظر بگیرد و در نهایت بهترین موقعیت را به عنوان راه‌حل بهینه انتخاب کند، که توانایی شکار و بقا را در

خروجی آن ممکن است یکنواختی کمتری نسبت به نگاشت لجستیک داشته باشد.

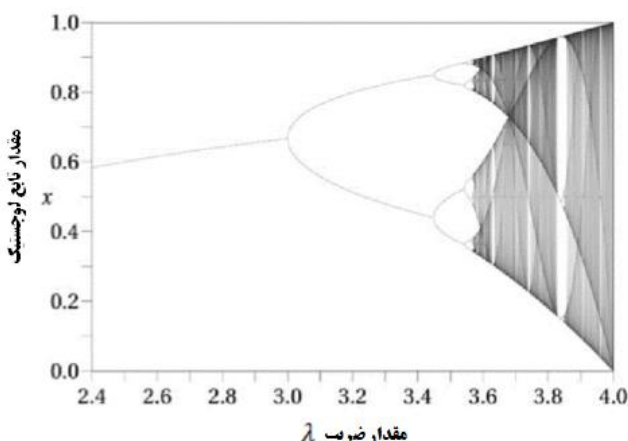
بر این اساس، انتخاب نگاشت لجستیک در این پژوهش به دلیل سادگی، کارایی محاسباتی، رفتار آشوبی قوی و عملکرد مناسب گزارش شده در مطالعات پیشین صورت گرفته است. با این وجود، لازم به ذکر است که انتخاب نگاشت آشوبی می‌تواند بسته به نوع مسئله بهینه‌سازی متفاوت باشد و بررسی سیستماتیک سایر نگاشت‌ها می‌تواند به‌عنوان مسیر پژوهشی آینده مدنظر قرار گیرد [۴۵].

در روش پیشنهادی از ویژگی‌های نگاشت آشوب، بجای فرایندهای تصادفی در الگوریتم پافین قطبی استفاده شده است. این تغییرات مبتنی بر نگاشت لجستیک انجام شده است. نگاشت لجستیک طبق معادله ۲۰ تعریف می‌شود و به این صورت است که مختصات فعلی  $(x_n)$  و به نقطه بعدی تولید شده با نگاشت لجستیک  $(x_{n+1})$  است که در شکل ۱ آمده است.

$$x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n) \quad \text{for } 0 < \lambda \leq 4$$

$$n = 0, 1, 2, \dots \quad x_n \in [0, 1] \quad (20)$$

در شکل ۱ جایی که خطوط سیاه شروع می‌شوند (از نقطه ۳/۶۵ به بعد) سیستم شروع به بروز رفتارهای آشوبناک می‌کند. در هر یک از نوارهای سفید رنگی که از آن نقطه به بعد در نمودار است، نشان دهنده رفتار دوره‌های سیستم در آن نقاط هستند نه آشوب. در  $\lambda = 4$  از آنجا که هیچ نوار سفیدی مشاهده نمی‌شود، رفتار سیستم کاملاً آشوبگون است.



شکل ۱. دیاگرام مربوط به نگاشت لجستیک

پراکندگی مناسب‌تر در فضای جستجو ایجاد کند.

در روش پیشنهادی، مقادیر تولیدشده توسط نگاشت آشوبی در معادلات به‌روزرسانی موقعیت به‌ویژه رابطه ۱۹ جایگزین پارامترهای تصادفی شده‌اند. این جایگزینی موجب افزایش تنوع جمعیت، کاهش احتمال تولید پاسخ‌های تکراری و بهبود تعادل میان اکتشاف و بهره‌برداری در فرآیند جستجو می‌شود.

یکی از اجزای کلیدی در طراحی نسخه آشوبی الگوریتم پیشنهادی، انتخاب نگاشت آشوبی مناسب برای تولید توالی‌های شبه‌تصادفی است. در این پژوهش، از نگاشت لجستیک<sup>۱</sup> به‌عنوان مولد آشوب استفاده شده است. دلیل این انتخاب را می‌توان از چند منظر تحلیل نمود.

نخست، نگاشت لجستیک با رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n) \quad (19)$$

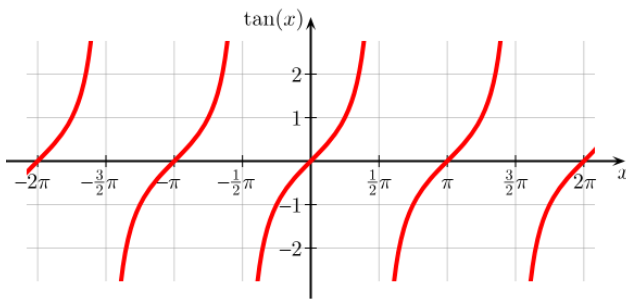
در بازه پارامتری مناسب، معمولاً  $\mu = 4$ ، رفتار کاملاً آشوبی از خود نشان می‌دهد، به‌گونه‌ای که دارای ویژگی‌هایی نظیر حساسیت شدید به شرایط اولیه، پوشش مناسب فضای جستجو و توزیع یکنواخت نسبی در بازه (0,1) است. این ویژگی‌ها باعث می‌شوند که استفاده از این نگاشت در الگوریتم‌های بهینه‌سازی، به بهبود توازن بین اکتشاف و بهره‌برداری منجر گردد.

دوم، از منظر محاسباتی، نگاشت لجستیک دارای ساختار بسیار ساده و کم‌هزینه است، به‌طوری‌که در مقایسه با بسیاری از نگاشت‌های آشوبی دیگر، سربار محاسباتی ناچیزی ایجاد می‌کند. این ویژگی در کاربردهای با ابعاد بالا یا مسائل زمان‌حساس اهمیت ویژه‌ای دارد.

با این حال، برای ارزیابی جامع‌تر، انتخاب این نگاشت را می‌توان در مقایسه با سایر نگاشت‌های متداول نیز مورد بررسی قرار داد:

- نگاشت Tent: دارای توزیع یکنواخت‌تر و رفتار خطی-قطعه‌ای است، اما در برخی موارد تنوع دینامیکی آن کمتر از لجستیک گزارش شده است.
- نگاشت Sinusoidal: رفتار غیرخطی ملایم‌تری دارد، اما ممکن است در برخی نواحی فضای جستجو تراکم نمونه‌ها بیشتر شود.
- نگاشت Chebyshev: دارای درجه آشوب بالا و پیچیدگی دینامیکی بیشتر است، اما پیاده‌سازی آن نسبت به نگاشت لجستیک پیچیده‌تر می‌باشد.
- نگاشت Gauss: رفتار آشوبی مناسبی ارائه می‌دهد، اما توزیع

<sup>1</sup> Logistic Map



شکل ۲. دیاگرام مربوط به مقادیر تانژانت برای زاویه‌های مختلف

بنابراین معادله ۶ با استفاده از معادله ۲۰ به معادله ۲۴ تغییر داده شده است.

$$S = \tan((L_k - 0.5) * \pi) \quad (24)$$

۳-تقویت استراتژی زیرآبی

در معادله ۱۲ استراتژی زیرآبی، مقدار  $f$  در بروزرسانی موقعیت پافین‌ها در زیر آبی تاثیر می‌گذارد. به طور خاص، با افزایش تعداد تکرارها، پارامتر  $f$  به تدریج تنظیم می‌شود تا پافین بتواند بر اساس پیشرفت و تصادفی بودن جستجو تصمیم بگیرد که برای یافتن منابع غذایی فراوان‌تر آیا موقعیت خود را تغییر دهد یا خیر. بنابراین حفظ پراکندگی در این معادله می‌تواند به استراتژی زیرآبی کمک نماید. بنابراین معادله ۱۲ با استفاده از معادله ۲۰ به معادله ۲۵ تغییر داده شده است.

$$f = 0.1 * (L_k - 1) * \frac{(T-t)}{T} \quad (25)$$

۴-تقویت استراتژی اجتناب از شکارچیان

در معادله ۱۳ استراتژی اجتناب از شکارچیان هنگامیکه پافین‌ها به‌طور محتاطانه از شکارچیان اجتناب می‌کنند و موقعیت خود را به‌طور تصادفی تغییر می‌دهند. استفاده از نگاشت لجستیک بجای پارامتر تصادفی  $\beta$ ، پراکندگی مناسبی را در این استراتژی تضمین می‌کند. بنابراین معادله ۱۳ با استفاده از معادله ۲۰ به معادله ۲۴ تغییر داده شده است.

اجتناب از شکارچیان سومین استراتژی زیرآبی است که پافین‌های قطبی هنگام تشخیص حضور شکارچیان در نزدیکی خود به کار می‌برند. معادله به‌روزرسانی موقعیت برای این استراتژی به صورت زیر است:

$$\vec{X}_{i+1}^t = \begin{cases} \vec{X}_i^t + F * L(D) * (\vec{X}_{r1}^t - \vec{X}_{r2}^t) & rand \geq 0.5 \\ \vec{X}_i^t + L_k * (\vec{X}_{r1}^t - \vec{X}_{r2}^t) & rand < 0.5 \end{cases} \quad (26)$$

۵-تقویت در تبدیل رفتاری

با توجه به حرکت‌ها در الگوریتم پافین قطبی، استفاده از نگاشت لجستیک در بخش‌های زیر انجام شده است:

۱- تقویت عامل‌های جستجوی اولیه:

در معادله ۱ از روند تصادفی برای تولید عامل‌های جستجو استفاده می‌شود که پراکندگی مناسبی برای تولید عامل‌های جستجو با پراکندگی خوب در فضای مسئله، نداشته و همچنین ممکن است نقاط تکراری تولید شود. اما استفاده از نگاشت لجستیک داشتن پراکندگی عامل‌های جستجو را تضمین نموده و نقطه تکراری تولید نمی‌نماید. بنابراین معادله ۱ به معادله ۱۹ تغییر می‌کند:

$$\vec{X}_{i+1}^t = \lambda \vec{X}_i^t (1 - \vec{X}_i^t), \lambda = 4, \\ i = 1, 2, 3, \dots, N, \vec{X}_i^t [lb, ub] \quad (21)$$

در معادله ۲۱ دامنه تولید نقاط با نگاشت لجستیک بین حد پایین فضای مسئله ( $lb$ ) و حد بالای آن ( $ub$ ) محدود شده و مقدار  $\vec{X}_i^t$  در ابتدای شروع نگاشت یک مقدار تصادفی در دامنه تولید نقاط است. درواقع هر نقطه تولید شده با نگاشت لجستیک برای تولید نقطه بعدی استفاده می‌شود تا تمام عامل‌های جستجو ( $N$ ) تولید گردد.

۱-تقویت استراتژی جستجوی هوایی:

در معادله ۳ استراتژی جستجوی هوایی برای تولید مقدار  $R$  از مقدار تصادفی بین ۰ و ۱ استفاده می‌شود. در واقع مقدار پارامتر  $R$  بروی موقعیت پافین در جستجوی هوایی و اکتشاف فضای مسئله تاثیر مستقیم دارد، بنابراین برای تقویت این استراتژی از نگاشت لجستیک مطابق با معادله ۲۲ استفاده می‌شود [۴۶].

$$L_{k+1} = \lambda L_k (1 - L_k), \lambda = 4, i = 1, 2, 3, \dots, k, \\ L_k(0, 1) \quad (22)$$

و طبق  $L_k$  در معادله ۲۲، معادله ۳ به معادله ۲۳ تغییر نموده است:

$$R = \text{round} (0.5 * (0.05 + L_k)) * \alpha \quad (23)$$

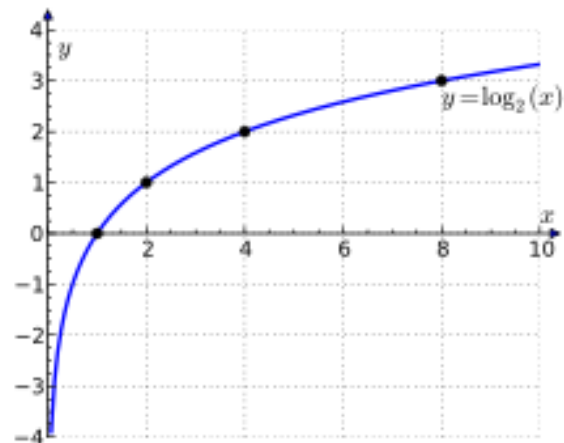
۲-تقویت استراتژی شکار با پرش

در معادله ۵ استراتژی شکار با پرش، مقدار  $S$  یک ضریب در بروزرسانی موقعیت جدید پافین‌ها است که از تابع تانژانت برای یک زاویه تصادفی استفاده می‌کند. همانطور که در شکل ۲ مشخص است نمودار تانژانت برای زاویه‌های مختلف تصادفی، ممکن است با مقادیر یکسان و دامنه تغییرات کم همراه باشد، ولی پراکندگی در نگاشت لجستیک باعث می‌شود دامنه تغییرات بیشتر شده و در نتیجه استراتژی شکار با پرش با اکتشاف بیشتری همراه گردد.

جدول ۲. توابع آزمایش و معادله مربوطه

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| (F1) تابع بهینه‌سازی اول                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | (F2) تابع بهینه‌سازی دوم                                                                                                                                                        |
| $F_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | $F_2(x) = \sum_{i=1}^n  x_i  + \prod_{i=1}^n  x_i $                                                                                                                             |
| (F3) تابع بهینه‌سازی سوم                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | (F4) تابع بهینه‌سازی چهارم                                                                                                                                                      |
| $F_3(x) = \sum_{i=1}^n \left( \sum_{j=1}^n x_j \right)^2$                                                                                                                                                                                                                                                                          | $F_4(x) = \max_i \{  x_i , 1 \leq i \leq n \}$                                                                                                                                  |
| (F5) تابع بهینه‌سازی پنجم                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | (F6) تابع بهینه‌سازی ششم                                                                                                                                                        |
| $F_5(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$                                                                                                                                                                                                                                                                 | $F_6(x) = \sum_{i=1}^n [(x_i + 0.5)]^2$                                                                                                                                         |
| (F7) تابع بهینه‌سازی هفتم                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | (F8) تابع بهینه‌سازی هشتم                                                                                                                                                       |
| $F_7(x) = \sum_{i=1}^n [ix_i^4 + \text{random}(0,1) + 10]$                                                                                                                                                                                                                                                                         | $F_8(x) = \sum_{i=1}^n [x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10]$                                                                                                                        |
| (F9) تابع بهینه‌سازی نهم                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | (F10) تابع بهینه‌سازی دهم                                                                                                                                                       |
| $F_9(x) = -20 \exp \left( -0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \right) - \exp \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(2\pi x_i) \right) + 20 + e$                                                                                                                                                                               | $F_{10}(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos \left( \frac{x_i}{\sqrt{i}} \right) + 1$                                                                    |
| (F11) تابع بهینه‌سازی یازدهم                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | (F12) تابع بهینه‌سازی دوازدهم                                                                                                                                                   |
| $F_{11}(x) = \frac{\pi}{n} \left\{ 10 \sin(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{n-1} (y_i - 1)^2 [1 + 10 \sin^2(\mu y_{i+1})] + (y_n - 1)^2 \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 10, 100, 4)$<br>$y_i = 1 + \frac{x_i + 1}{4}$<br>$u(x_i, a, k, m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m & x_i > a \\ 0 & -a < x_i < a \\ k(-x_i - a)^m & x_i < -a \end{cases}$ | $F_{12}(x) = 0.1 \left\{ \sin^2(3\pi x_1) + \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 [1 + \sin^2(3\pi x_i + 1)] + (x_n - 1)^2 [1 + \sin^2(2\pi x_n)] \right\} + \sum_{i=1}^n u(x_i, 5, 100, 4)$ |

در این الگوریتم با توجه به معادله ۱۹، B یک پارامتر تطبیقی است که به‌طور دینامیک تغییر می‌کند. این پارامتر به‌طور تصادفی و بر اساس نسبت بین شماره تکرار جاری و حداکثر تکرار، تنظیم می‌شود و این امر به شبیه‌سازی تصادفی بودن رفتار پافین‌ها کمک می‌کند [۴۷]. همانطور که از شکل ۳ مشخص است مقادیر تصادفی ممکن است دامنه تغییرات کمی را ایجاد کند که برای جستجو مناسب نیست، ولی پراکندگی در نگاشت لجستیک باعث شده تا دامنه تغییرات بیشتر باشد [۴۸].



شکل ۳. دیاگرام مربوط به لگاریتم برای مقادیر مختلف

بنابراین معادله ۱۷ با استفاده از معادله ۲۲ به معادله ۲۷ تغییر داده شده است.

$$B = 2 * \log \left( \frac{1}{L_k} \right) * \left( 1 - \frac{t}{T} \right) \quad (27)$$

## ۵- نتایج

جهت آزمایش نتایج از دوازده تابع آزمایش استاندارد در ابعاد ۱۰ الی ۵۰ بعد استفاده شده است. در جدول ۲ شکل توابع و معادله توابع آمده و کلیه مقادیر بهینه توابع نیز عدد صفر است. در شبیه‌سازی‌ها جمعیت اولیه هر دو روش ۳۰ عامل و تعداد تکرار نهایی الگوریتم ۱۰۰ بوده و نتایج بصورت میانگین از ۳۰ اجرای مختلف آمده است. آزمایشات با نرم‌افزار متلب ۲۰۲۳ و در سیستم با پردازنده core i3 7100 و حافظه RAM با ظرفیت ۸ گیگ در سیستم عامل ویندوز ۱۰ انجام شده است.

توابع استفاده شده در جدول ۲ شامل توابع تک بهینه و چند بهینه یا چندگانه است که دارای فضای مسئله پیچیده تری هستند. در شکل ۴ برخی از نمودارهای همگرایی روش پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم پافین قطبی آشوبی بروی این توابع آزمایش آمده است. همانطور که از نتایج در جدول ۳ مشخص است، نمودار همگرایی در روش پیشنهادی پافین قطبی اصلاح شده (آشوبی) نسبت به روش پافین قطبی اصلی دارای قدرت همگرایی بالاتری است زیرا در آخرین تکرار به کمینه‌ترین مقدار همگرا شده است، همچنین بعلاوه تکرارهای کم‌تری به دقت بهتر رسیده است، میزان سرعت اجرا در روش پیشنهادی نسبت به روش پافین قطبی اصلی کمتر است.

جدول ۳. مقایسه نتایج روش پیشنهادی نسبت به روش اصلی الگوریتم پافین قطبی در توابع با ۱۰ بعد

| معیار مقایسه / توابع | روش‌ها       | بهترین موقعیت | انحراف معیار | زمان اجرا (ثانیه) | میزان بهبود نتایج در دقت | میزان بهبود نتایج در سرعت اجرا |
|----------------------|--------------|---------------|--------------|-------------------|--------------------------|--------------------------------|
| F1                   | روش اصلی     | 3.83E-02      | 4.88E-02     | 0.04              | 31.98%                   | 33.33%                         |
|                      | روش پیشنهادی | 2.60E-02      | 4.85E-02     | 0.03              |                          |                                |
| F2                   | روش اصلی     | 2.63E-02      | 2.56E-02     | 0.03              | 2.92%                    | 0.00%                          |
|                      | روش پیشنهادی | 3.13E-02      | 1.34E-02     | 0.03              |                          |                                |
| F3                   | روش اصلی     | 1.47E+00      | 6.07E+00     | 0.05              | 86.18%                   | 0.00%                          |
|                      | روش پیشنهادی | 2.03E-01      | 2.06E+00     | 0.05              |                          |                                |
| F4                   | روش اصلی     | 3.96E-01      | 2.26E-01     | 0.03              | 44.66%                   | 0.00%                          |
|                      | روش پیشنهادی | 2.19E-01      | 1.85E-01     | 0.03              |                          |                                |
| F5                   | روش اصلی     | 8.35E+00      | 2.13E+01     | 0.04              | 23.29%                   | 33.33%                         |
|                      | روش پیشنهادی | 6.40E+00      | 2.16E+00     | 0.03              |                          |                                |
| F6                   | روش اصلی     | 6.53E-02      | 4.21E-02     | 0.03              | 45.21%                   | 0.00%                          |
|                      | روش پیشنهادی | 8.64E-02      | 3.81E-02     | 0.03              |                          |                                |
| F7                   | روش اصلی     | 8.18E-03      | 7.85E-03     | 0.05              | 33.41%                   | 25.00%                         |
|                      | روش پیشنهادی | 6.13E-03      | 8.28E-03     | 0.04              |                          |                                |
| F8                   | روش اصلی     | 1.81E+01      | 5.69E+00     | 0.05              | 2.19%                    | 25.00%                         |
|                      | روش پیشنهادی | 1.77E+01      | 6.66E+00     | 0.04              |                          |                                |
| F9                   | روش اصلی     | 9.28E-02      | 1.18E-01     | 0.04              | 41.94%                   | 33.33%                         |
|                      | روش پیشنهادی | 5.39E-02      | 5.49E-02     | 0.03              |                          |                                |
| F10                  | روش اصلی     | 5.59E-01      | 9.77E-02     | 0.04              | 8.93%                    | 0.00%                          |
|                      | روش پیشنهادی | 5.09E-01      | 7.84E-02     | 0.04              |                          |                                |
| F11                  | روش اصلی     | 2.54E-03      | 1.93E-02     | 0.09              | 29.74%                   | 12.50%                         |
|                      | روش پیشنهادی | 1.79E-03      | 9.32E-03     | 0.08              |                          |                                |
| F12                  | روش اصلی     | 1.68E-02      | 1.19E-02     | 0.09              | 74.75%                   | 12.50%                         |
|                      | روش پیشنهادی | 9.62E-03      | 3.10E-02     | 0.08              |                          |                                |
| میانگین              |              | 35.43%        | 14.58%       |                   |                          |                                |

با توجه به اینکه یکی از اهداف اصلی روش پیشنهادی، بهبود پراکندگی جمعیت و کاهش همگرایی زودرس است، تحلیل کمی تنوع جمعیت می‌تواند نقش مهمی در ارزیابی عملکرد الگوریتم ایفا نماید. در این راستا، مطابق با رابطه ی ۲۸، در این پژوهش از معیار انحراف معیار جمعیت به‌عنوان شاخصی برای سنجش میزان پراکندگی استفاده شده است.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2} \quad (28)$$

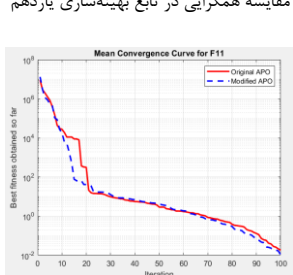
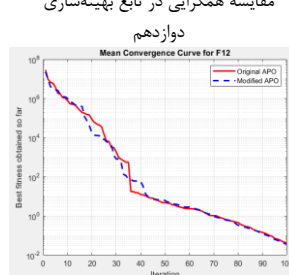
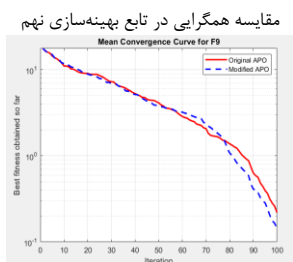
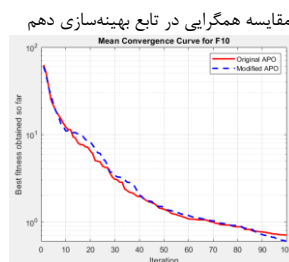
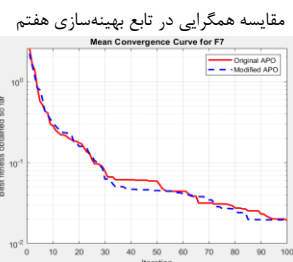
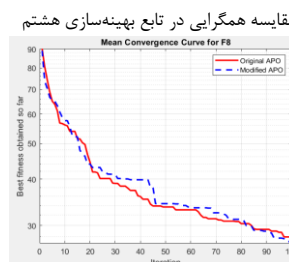
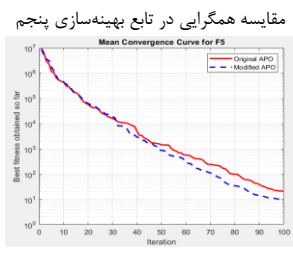
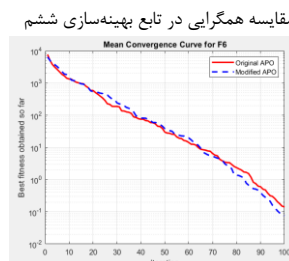
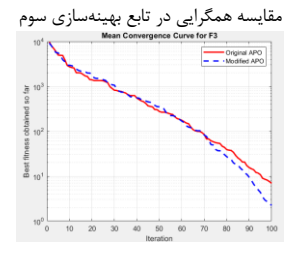
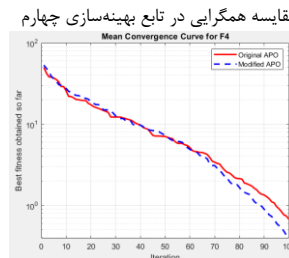
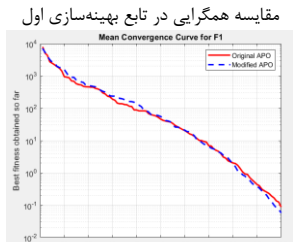
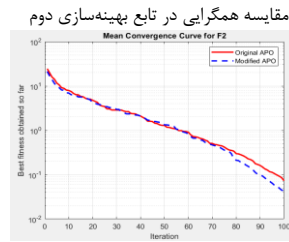
نقاط میانگین  $\mu = 5.11$  و انحراف معیار  $\sigma = 1.66$  دارند.

به‌طور مشخص، تنوع جمعیت در هر تکرار الگوریتم به‌صورت زیر محاسبه و توسط رابطه ی ۲۹ می‌شود:

$$Diversity(t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \|X_i^t - X_{mean}^t\|^2} \quad (29)$$

که در آن:

- $N$  تعداد عوامل (جمعیت) است.
- $X_i^t$  موقعیت عامل  $i$  در تکرار  $t$ .



شکل ۴. نمونه از نمودارهای همگرایی روش پیشنهادی در مقایسه با الگوریتم پافین قطبی آشوبی

شکل ۵ تغییرات تنوع جمعیت را در طول تکرارها برای الگوریتم‌های مختلف نشان می‌دهد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، الگوریتم ژنتیک با کاهش سریع تنوع جمعیت مواجه است که بیانگر همگرایی زودرس و کاهش توان اکتشاف در فضای جستجو می‌باشد. الگوریتم پافین قطبی نیز اگرچه عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک از خود نشان می‌دهد، اما روند نزولی تنوع در آن همچنان قابل مشاهده است و در تکرارهای میانی به بعد، کاهش معنی‌داری را تجربه می‌کند.

در مقابل، نسخه پیشنهادی مبتنی بر نگاشت آشوبی توانسته است سطح بالاتری از تنوع جمعیت را در طول فرآیند جستجو حفظ نماید. این رفتار ناشی از بهره‌گیری از توالی‌های آشوبی با ویژگی‌هایی نظیر ارگودیسیتی<sup>۱</sup> و پوشش یکنواخت‌تر فضای جستجو است که موجب جلوگیری از تجمع زودهنگام عوامل در نواحی محدود و در نتیجه، افزایش کارایی فرآیند جستجو و کاهش احتمال گیر افتادن در بهینه‌های محلی می‌شود.

در مجموع، نتایج تحلیل تنوع جمعیت تأیید می‌کند که روش پیشنهادی نه تنها موجب بهبود کیفیت همگرایی می‌شود، بلکه با حفظ تنوع جمعیت، عملکرد پایدارتری در فضای جستجو ارائه می‌دهد.

در جدول ۳ الی ۷ نتایج آزمایشات در ابعاد ۱۰ الی ۵۰ بعد برای توابع بهینه‌سازی آمده است. آزمایشات بروی توابع آزمایش با تعداد بهینه‌های مختلف و چندگانه انجام شده است تا مقایسه بهترین صورت پذیرد. انتخاب ابعاد ۱۰ برای توابع تست در تمام الگوریتم‌های تکاملی آزمایش شده ولی استفاده از ابعاد بالاتر بستگی به قدرت الگوریتم در بهینه‌سازی دارد. در تحقیق [۴] برای آزمایش الگوریتم پافین قطبی از ۱۰ بعد الی ۵۰ بعد استفاده شده است، بنابراین در این مقاله نیز این ابعاد بررسی شده است.

همانطور که از جدول ۳ مشخص است، میانگین دقت روش پیشنهادی در مجموع دوازده تابع آزمایش ۳۵,۴۳ درصد است در صورتیکه زمان اجرا ۱۴,۵۸ درصد کاهش داشته است. بیشترین میزان بهبود نتایج در دقت همگرایی مربوط به تابع سوم و کمترین نیز مربوط به تابع هشتم بوده است.

همانطور که از جدول ۴ مشخص است، میانگین دقت روش پیشنهادی در مجموع دوازده تابع آزمایش ۳۴,۸۵ درصد است در صورتیکه زمان اجرا ۲۱,۴۶ درصد کاهش داشته است. بیشترین میزان بهبود نتایج در دقت همگرایی مربوط به تابع سوم و کمترین

#### • میانگین موقعیت کل جمعیت در همان تکرار $X_{mean}^t$

این معیار نشان می‌دهد که افراد جمعیت تا چه حد در فضای جستجو پراکنده هستند. مقادیر بالاتر بیانگر تنوع بیشتر و قابلیت اکتشاف بهتر بوده، در حالی که کاهش سریع آن می‌تواند نشان‌دهنده همگرایی زودرس و تجمع جمعیت باشد.

نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی با استفاده از مکانیزم آشوبی، قادر است سطح تنوع جمعیت را در طول تکرارها در سطح بالاتری نسبت به نسخه پایه حفظ نماید. این موضوع به‌ویژه در مراحل اولیه و میانی جستجو مشهود است، جایی که الگوریتم پیشنهادی از کاهش سریع پراکندگی جلوگیری کرده و در نتیجه احتمال گیر افتادن در بهینه‌های محلی را کاهش می‌دهد. علاوه بر این، برای بررسی دقیق‌تر کاهش داده‌های تکراری، مطابق با رابطه‌ی ۳۰، می‌توان از معیار فاصله متوسط بین افراد نیز استفاده نمود:

$$AvgDist(t) = \frac{2}{N(N-1)} \sum_{i < j} \|X_i^t - X_j^t\| \quad (30)$$

که افزایش این معیار نیز بیانگر کاهش همپوشانی و تکرار در جمعیت است.

در مجموع، نتایج تحلیل تنوع جمعیت تأیید می‌کند که روش پیشنهادی نه تنها موجب بهبود کیفیت همگرایی می‌شود، بلکه با حفظ تنوع جمعیت، عملکرد پایدارتری در فضای جستجو ارائه می‌دهد.



شکل ۵. تغییرات تنوع جمعیت بر حسب تعداد تکرارها برای الگوریتم‌های مختلف

<sup>1</sup> Ergodicity

پیشنهادی با افزایش ابعاد توابع بیشتر شده است، به طوریکه در توابع با ابعاد ۴۰ این میزان بهبود در دقت ۸ درصد نسبت توابع با ابعاد ۳۰ رشد داشته است.

جدول ۵. مقایسه نتایج روش پیشنهادی نسبت به روش اصلی الگوریتم پافین قطبی در توابع با ۳۰ بعد

| معیارها<br>توابع | روش‌ها       | بهترین<br>موقعیت | انحراف<br>معیار | زمان اجرا<br>(ثانیه) | میزان بهبود<br>نتایج در<br>دقت | میزان بهبود<br>نتایج در<br>سرعت اجرا |
|------------------|--------------|------------------|-----------------|----------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| F1               | روش اصلی     | 2.59E+02         | 2.39E+02        | 0.05                 | 44.42%                         | 25.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 1.44E+02         | 8.96E+01        | 0.04                 |                                |                                      |
| F2               | روش اصلی     | 5.56E+00         | 1.93E+00        | 0.05                 | 5.47%                          | 25.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 5.25E+00         | 9.44E-01        | 0.04                 |                                |                                      |
| F3               | روش اصلی     | 1.24E+03         | 3.57E+02        | 0.1                  | 79.33%                         | 11.11%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 2.55E+02         | 1.55E+02        | 0.09                 |                                |                                      |
| F4               | روش اصلی     | 8.40E+00         | 3.27E+00        | 0.05                 | 5.99%                          | 25.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 7.90E+00         | 3.34E+00        | 0.04                 |                                |                                      |
| F5               | روش اصلی     | 1.93E+04         | 1.57E+03        | 0.06                 | 91.89%                         | 50.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 1.57E+03         | 8.26E+03        | 0.04                 |                                |                                      |
| F6               | روش اصلی     | 2.29E+02         | 2.60E+02        | 0.05                 | 37.92%                         | 25.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 1.42E+02         | 4.72E+01        | 0.04                 |                                |                                      |
| F7               | روش اصلی     | 6.36E-02         | 4.49E-02        | 0.09                 | 2.65%                          | 12.50%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 6.19E-02         | 4.85E-02        | 0.08                 |                                |                                      |
| F8               | روش اصلی     | 1.92E+02         | 1.73E+01        | 0.05                 | 17.68%                         | 0.00%                                |
|                  | روش پیشنهادی | 1.58E+02         | 2.03E+01        | 0.05                 |                                |                                      |
| F9               | روش اصلی     | 6.13E+00         | 4.19E-01        | 0.06                 | 19.01%                         | 50.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 4.25E+00         | 6.81E-01        | 0.04                 |                                |                                      |
| F10              | روش اصلی     | 3.89E+00         | 1.10E+00        | 0.06                 | 41.69%                         | 20.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 2.27E+00         | 3.66E-01        | 0.05                 |                                |                                      |
| F11              | روش اصلی     | 6.91E+00         | 3.39E+00        | 0.15                 | 73.61%                         | 7.14%                                |
|                  | روش پیشنهادی | 1.82E+00         | 3.52E+00        | 0.14                 |                                |                                      |
| F12              | روش اصلی     | 3.21E+01         | 6.83E+03        | 0.15                 | 62.73%                         | 7.14%                                |
|                  | روش پیشنهادی | 1.20E+01         | 1.36E+01        | 0.14                 |                                |                                      |
| میانگین          |              |                  |                 |                      | 40.20%                         | 21.49%                               |

همانطور که از جدول ۷ مشخص است، میانگین دقت روش پیشنهادی در مجموع دوازده تابع آزمایش ۵۱٫۶۳ درصد است در صورتیکه زمان اجرا ۱۳٫۲۱ درصد کاهش داشته است. بیشترین میزان بهبود نتایج در دقت همگرایی مربوط به تابع دوازده و کمترین نیز مربوط به تابع هشتم بوده است. نتایج نشان می‌دهد که در توابع با ابعاد ۱۰ و ۲۰ و ۳۰ و ۴۰ و ۵۰ میزان بهبود دقت همگرایی در روش پیشنهادی با افزایش ابعاد توابع بیشتر شده است، به طوریکه در توابع با ابعاد ۵۰ این میزان بهبود در دقت ۳ درصد نسبت توابع با ابعاد ۴۰ رشد داشته است.

نیز مربوط به تابع هفتم بوده است. نتایج نشان می‌دهد که در توابع با ابعاد ۱۰ و ۲۰، میزان بهبود دقت همگرایی در روش پیشنهادی تقریباً برابر است.

همانطور که از جدول ۵ مشخص است، میانگین دقت روش پیشنهادی در مجموع دوازده تابع آزمایش ۴۰٫۲۰ درصد است در صورتیکه زمان اجرا ۲۱٫۴۹ درصد کاهش داشته است. بیشترین میزان بهبود نتایج در دقت همگرایی مربوط به تابع پنجم و کمترین نیز مربوط به تابع هفتم بوده است. نتایج نشان می‌دهد که در توابع با ابعاد ۱۰ و ۲۰ و ۳۰، میزان بهبود دقت همگرایی در روش پیشنهادی با افزایش ابعاد توابع بیشتر شده است.

جدول ۴. مقایسه نتایج روش پیشنهادی نسبت به روش اصلی الگوریتم پافین قطبی در توابع با ۲۰ بعد

| معیارها<br>توابع | روش‌ها       | بهترین<br>موقعیت | انحراف<br>معیار | زمان اجرا<br>(ثانیه) | میزان بهبود<br>نتایج در<br>دقت | میزان بهبود<br>نتایج در<br>سرعت اجرا |
|------------------|--------------|------------------|-----------------|----------------------|--------------------------------|--------------------------------------|
| F1               | روش اصلی     | 3.45E+01         | 2.52E+01        | 0.04                 | 44.11%                         | 33.33%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 1.93E+01         | 2.06E+01        | 0.03                 |                                |                                      |
| F2               | روش اصلی     | 2.16E+00         | 2.70E-01        | 0.04                 | 26.12%                         | 33.33%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 1.60E+00         | 3.16E-01        | 0.03                 |                                |                                      |
| F3               | روش اصلی     | 3.41E+02         | 1.41E+02        | 0.08                 | 79.81%                         | 14.29%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 6.89E+01         | 7.97E+01        | 0.07                 |                                |                                      |
| F4               | روش اصلی     | 5.03E+00         | 2.50E+00        | 0.04                 | 40.66%                         | 33.33%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 2.99E+00         | 2.16E+00        | 0.03                 |                                |                                      |
| F5               | روش اصلی     | 7.58E+02         | 9.11E+02        | 0.05                 | 24.73%                         | 25.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 5.71E+02         | 4.90E+02        | 0.04                 |                                |                                      |
| F6               | روش اصلی     | 3.14E+01         | 3.91E+01        | 0.04                 | 40.55%                         | 33.33%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 1.87E+01         | 1.42E+01        | 0.03                 |                                |                                      |
| F7               | روش اصلی     | 3.45E-02         | 3.44E-02        | 0.07                 | 4.31%                          | 16.67%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 3.59E-02         | 1.39E-02        | 0.06                 |                                |                                      |
| F8               | روش اصلی     | 9.80E+01         | 1.11E+01        | 0.04                 | 16.62%                         | 0.00%                                |
|                  | روش پیشنهادی | 8.18E+01         | 1.43E+01        | 0.04                 |                                |                                      |
| F9               | روش اصلی     | 3.22E+00         | 4.94E-01        | 0.05                 | 19.01%                         | 25.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 2.60E+00         | 3.90E-01        | 0.04                 |                                |                                      |
| F10              | روش اصلی     | 1.22E+00         | 3.45E-01        | 0.05                 | 9.42%                          | 25.00%                               |
|                  | روش پیشنهادی | 1.11E+00         | 2.51E-01        | 0.04                 |                                |                                      |
| F11              | روش اصلی     | 2.24E+00         | 1.70E+00        | 0.12                 | 50.18%                         | 9.09%                                |
|                  | روش پیشنهادی | 1.11E+00         | 9.10E-01        | 0.11                 |                                |                                      |
| F12              | روش اصلی     | 5.11E+00         | 4.64E+00        | 0.12                 | 62.65%                         | 9.09%                                |
|                  | روش پیشنهادی | 1.91E+00         | 2.29E+00        | 0.11                 |                                |                                      |
| میانگین          |              | 34.85%           | 21.46%          |                      |                                |                                      |

همانطور که از جدول ۶ مشخص است، میانگین دقت روش پیشنهادی در مجموع دوازده تابع آزمایش ۴۸٫۰۷ درصد است در صورتیکه زمان اجرا ۴۸٫۱۰ درصد کاهش داشته است. بیشترین میزان بهبود نتایج در دقت همگرایی مربوط به تابع پنجم و کمترین نیز مربوط به تابع هفتم بوده است. نتایج نشان می‌دهد که در توابع با ابعاد ۱۰ و ۲۰ و ۳۰ و ۴۰، میزان بهبود دقت همگرایی در روش

## جدول ۶. مقایسه نتایج روش پیشنهادی نسبت به روش اصلی الگوریتم

پافین قطبی در توابع ۴۰ بعد

| معیارها<br>توابع | روش‌ها       | بهترین<br>موقعیت | انحراف معیار | زمان<br>اجرا<br>(ثانیه) | میزان بهبود<br>نتایج در<br>دقت | میزان بهبود<br>سرعت اجرا |
|------------------|--------------|------------------|--------------|-------------------------|--------------------------------|--------------------------|
| F1               | روش اصلی     | 6.29E+02         | 4.09E+02     | 0.41                    | 60.55%                         | 28.13%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 2.48E+02         | 1.67E+02     | 0.32                    |                                |                          |
| F2               | روش اصلی     | 1.68E+01         | 1.41E+00     | 0.28                    | 36.62%                         | 12.00%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 1.07E+01         | 3.06E+00     | 0.25                    |                                |                          |
| F3               | روش اصلی     | 2.20E+03         | 9.28E+02     | 0.68                    | 68.81%                         | 11.48%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 6.88E+02         | 5.53E+02     | 0.61                    |                                |                          |
| F4               | روش اصلی     | 1.54E+01         | 2.74E+00     | 0.33                    | 26.36%                         | 10.00%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 1.15E+01         | 3.08E+00     | 0.3                     |                                |                          |
| F5               | روش اصلی     | 8.14E+04         | 1.01E+05     | 0.43                    | 83.84%                         | 7.50%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 1.32E+04         | 1.31E+04     | 0.4                     |                                |                          |
| F6               | روش اصلی     | 7.40E+02         | 3.86E+02     | 0.35                    | 70.34%                         | 25.00%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 2.19E+02         | 3.07E+02     | 0.28                    |                                |                          |
| F7               | روش اصلی     | 9.78E-02         | 1.38E-01     | 0.53                    | 2.92%                          | 1.92%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 9.49E-02         | 8.72E-02     | 0.52                    |                                |                          |
| F8               | روش اصلی     | 2.98E+02         | 1.74E+01     | 0.3                     | 10.19%                         | 0.00%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 2.67E+02         | 1.83E+01     | 0.3                     |                                |                          |
| F9               | روش اصلی     | 6.70E+00         | 8.32E-01     | 0.47                    | 25.51%                         | 4.44%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 4.99E+00         | 6.68E-01     | 0.45                    |                                |                          |
| F10              | روش اصلی     | 7.73E+00         | 2.89E+00     | 0.58                    | 50.25%                         | 9.43%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 3.85E+00         | 2.05E+00     | 0.53                    |                                |                          |
| F11              | روش اصلی     | 9.38E+00         | 3.81E+00     | 1.22                    | 66.33%                         | 7.02%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 3.16E+00         | 2.92E+00     | 1.14                    |                                |                          |
| F12              | روش اصلی     | 9.04E+01         | 1.92E+04     | 0.74                    | 75.11%                         | 8.82%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 2.25E+01         | 2.26E+02     | 0.68                    |                                |                          |
| میانگین          |              | 48.07%           | 10.48%       |                         |                                |                          |

## جدول ۷. مقایسه نتایج روش پیشنهادی نسبت به روش اصلی الگوریتم

پافین قطبی در توابع ۵۰ بعد

| معیارها<br>توابع | روش‌ها       | بهترین<br>موقعیت | انحراف معیار | زمان اجرا<br>(ثانیه) | میزان بهبود<br>نتایج در<br>دقت | میزان بهبود<br>سرعت اجرا |
|------------------|--------------|------------------|--------------|----------------------|--------------------------------|--------------------------|
| F1               | روش اصلی     | 8.53E+02         | 8.64E+02     | 0.26                 | 31.84%                         | 23.81%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 5.81E+02         | 2.16E+02     | 0.21                 |                                |                          |
| F2               | روش اصلی     | 2.70E+01         | 5.13E+00     | 0.23                 | 40.24%                         | 15.00%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 1.61E+01         | 2.82E+00     | 0.2                  |                                |                          |
| F3               | روش اصلی     | 4.80E+03         | 1.67E+03     | 0.45                 | 79.60%                         | 9.76%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 9.79E+02         | 4.69E+02     | 0.41                 |                                |                          |
| F4               | روش اصلی     | 1.59E+01         | 4.67E+00     | 0.22                 | 19.08%                         | 15.79%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 1.28E+01         | 1.99E+00     | 0.19                 |                                |                          |
| F5               | روش اصلی     | 1.41E+05         | 1.21E+05     | 0.24                 | 90.62%                         | 14.29%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 1.32E+04         | 2.59E+04     | 0.21                 |                                |                          |
| F6               | روش اصلی     | 1.54E+03         | 6.15E+02     | 0.22                 | 58.82%                         | 15.79%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 6.33E+02         | 4.09E+02     | 0.19                 |                                |                          |
| F7               | روش اصلی     | 3.00E-01         | 2.10E-01     | 0.32                 | 40.55%                         | 10.34%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 1.78E-01         | 1.09E-01     | 0.29                 |                                |                          |
| F8               | روش اصلی     | 3.91E+02         | 2.50E+01     | 0.24                 | 10.79%                         | 14.29%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 3.48E+02         | 2.67E+01     | 0.21                 |                                |                          |
| F9               | روش اصلی     | 7.94E+00         | 6.97E-01     | 0.25                 | 36.15%                         | 13.64%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 5.07E+00         | 8.00E-01     | 0.22                 |                                |                          |
| F10              | روش اصلی     | 1.45E+01         | 7.83E+00     | 0.3                  | 53.61%                         | 15.38%                   |
|                  | روش پیشنهادی | 6.71E+00         | 2.17E+00     | 0.26                 |                                |                          |
| F11              | روش اصلی     | 1.51E+01         | 4.97E+02     | 0.62                 | 59.34%                         | 8.77%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 6.13E+00         | 2.79E+00     | 0.57                 |                                |                          |
| F12              | روش اصلی     | 2.56E+03         | 3.90E+04     | 0.6                  | 98.88%                         | 1.69%                    |
|                  | روش پیشنهادی | 2.86E+01         | 2.50E+02     | 0.59                 |                                |                          |
| میانگین          |              | 51.63%           | 13.21%       |                      |                                |                          |

بطور کل می‌توان نتیجه گرفت که توابع ۷ و ۸ دارای کمترین میزان بهبود نتایج بوده اند زیرا این توابع دارای فضایی با بهینه‌های زیاد و چندگانه هستند که یک چالش در بهینه‌سازی محسوب می‌شوند. اما سایر توابع از جمله تابع ۳ دارای فضایی با بهینه‌های چندگانه نیست و نتایج روش پیشنهادی دارای بهبود بیشتری بوده است. میتوان نتیجه گرفت که استفاده از نگاشت آشوب در مسائلی با بهینه‌های متعدد و چندگانه مفید است ولی هنوز نیاز به استفاده از راهکارهای تکمیلی دارد. به منظور بررسی معناداری آماری اختلاف عملکرد الگوریتم پیشنهادی و سایر الگوریتم‌های مقایسه‌ای، علاوه بر گزارش مقادیر میانگین، از آزمون‌های آماری ناپارامتریک استفاده شده است. با توجه به ماهیت تصادفی الگوریتم‌های فراابتکاری و عدم تضمین نرمال بودن توزیع نتایج، آزمون ویلکاکسون<sup>۲</sup> به عنوان روشی معتبر برای مقایسه جفتی الگوریتم‌ها به کار گرفته شد.

در این راستا، برای هر تابع آزمون، نتایج حاصل از اجرای مستقل الگوریتم‌ها در چندین بار تکرار جمع‌آوری شده و سپس مقایسه بین الگوریتم پیشنهادی و سایر روش‌ها انجام گردید. فرض صفر در این

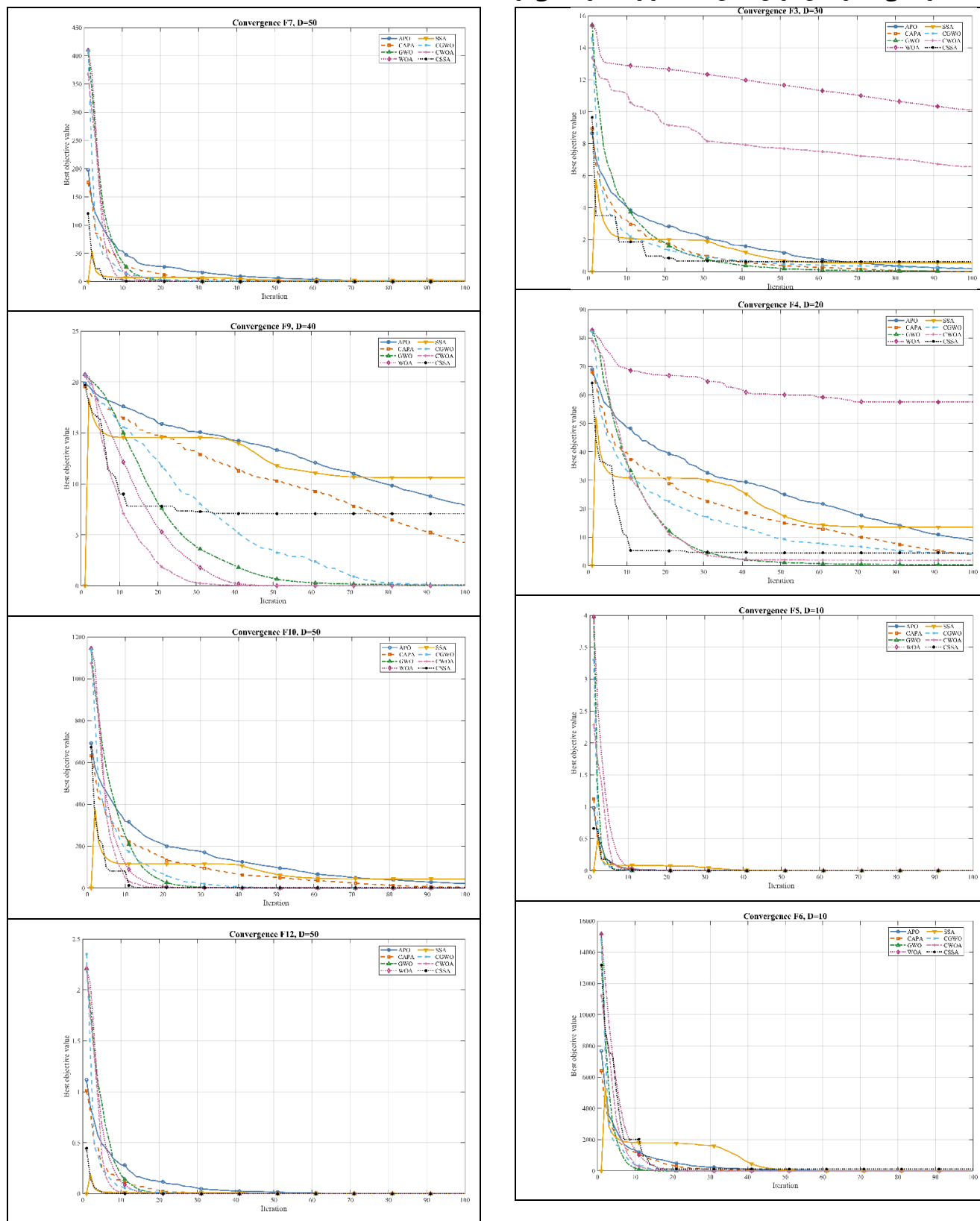
با وجود اینکه استفاده از نگاشت‌های آشوبی در الگوریتم پیشنهادی می‌تواند منجر به افزایش جزئی در هزینه محاسباتی هر تکرار شود، نتایج نشان می‌دهد که این افزایش هزینه در عمل تأثیر منفی قابل توجهی بر زمان اجرای کلی ندارد.

در واقع، به دلیل بهبود قابلیت اکتشاف و جلوگیری از همگرایی زودرس، الگوریتم پافین قطبی آشوبی قادر است در تعداد تکرارهای کمتری به جواب‌های باکیفیت برسد. این موضوع باعث می‌شود که زمان اجرای کلی در بسیاری از موارد قابل مقایسه با پافین قطبی باشد و در برخی موارد حتی بهبود نسبی مشاهده شود. با این حال، باید توجه داشت که هدف اصلی روش پیشنهادی، بهبود کیفیت پاسخ و پایداری الگوریتم بوده است، نه صرفاً کاهش زمان اجرا.

بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از نگاشت آشوبی یک مصالحه<sup>۱</sup> منطقی بین افزایش جزئی هزینه محاسباتی و بهبود قابل توجه در عملکرد ایجاد می‌کند.

<sup>۲</sup> Wilcoxon signed-rank test<sup>۱</sup> Trade-off

آزمون بیانگر عدم وجود تفاوت معنادار بین عملکرد دو الگوریتم روش‌ها خواهد بود. است، در حالی که رد این فرض نشان‌دهنده برتری آماری یکی از



شکل ۶. نمودارهای همگرایی الگوریتم پافین قطبی آشوبی در مقایسه با سایر الگوریتم

شدید و توقف زود هنگام در بیشتر منحنی‌ها بیانگر آن است که نگاشت آشوبی توانسته است تعادل مناسب‌تری میان اکتشاف فضای جست‌وجو و بهره‌برداری از نواحی برتر ایجاد کند. به‌طور کلی، نتایج نمودارهای همگرایی تأیید می‌کنند که اصلاح آشوبی پیشنهادی، رفتار دینامیکی الگوریتم پافین قطبی را بهبود داده و الگوریتم پافین قطبی آشوبی را به روشی سریع‌تر و پایدارتر در مقایسه با نسخه پایه تبدیل کرده است؛ هرچند میزان این بهبود به ساختار تابع و بُعد مسئله وابسته است.

استاندارد در ارزیابی الگوریتم‌های فراابتکاری انتخاب شده است؛ زیرا ضمن حفظ پیچیدگی فضای جست‌وجو، امکان مقایسه عادلانه میان الگوریتم‌ها را نیز فراهم می‌کند.

با بررسی مقادیر میانگین و انحراف معیار مشاهده می‌شود که عملکرد الگوریتم‌ها به نوع تابع هدف وابسته است و هیچ الگوریتمی در تمامی توابع بهترین نتیجه را کسب نکرده است. این موضوع با اصل No Free Lunch در بهینه‌سازی سازگار بوده و نشان می‌دهد که رفتار هر الگوریتم تحت تأثیر ویژگی‌های فضای جست‌وجوی هر مسئله قرار دارد. در مقایسه با الگوریتم پایه پافین قطبی، الگوریتم پیشنهادی پافین قطبی آشوبی در تمامی توابع مقدار میانگین کمتری را به دست آورده است که بیانگر بهبود پایدار عملکرد نسخه آشوبی نسبت به نسخه اصلی الگوریتم است. این موضوع نشان می‌دهد که استفاده از نگاشت آشوبی موجب افزایش کیفیت فرآیند جست‌وجو و کاهش اثرات نامطلوب فرایندهای کاملاً تصادفی در الگوریتم پایه شده است. از سوی دیگر، مقایسه الگوریتم پافین قطبی آشوبی با سایر الگوریتم‌های مرجع نشان می‌دهد که در برخی توابع، الگوریتم‌های بهینه‌سازی گرگ خاکستری آشوبی و بهینه‌سازی نهنگ مقادیر بهینه‌تری نسبت به الگوریتم پافین قطبی آشوبی به دست آورده‌اند. این نتیجه نشان می‌دهد که اگرچه استفاده از آشوب موجب بهبود عملکرد الگوریتم پافین قطبی شده است، اما میزان این بهبود در مقایسه با سایر الگوریتم‌های پیشرفته به ویژگی‌های مسئله وابسته بوده و در تمامی مسائل به برتری مطلق منجر نمی‌شود. بررسی انحراف معیار نتایج نیز نشان می‌دهد که الگوریتم پافین قطبی آشوبی در بسیاری از توابع دارای پراکندگی کمتری نسبت به الگوریتم پافین قطبی است. کاهش انحراف معیار بیانگر افزایش پایداری الگوریتم در اجراهای مستقل بوده و نشان می‌دهد که مکانیزم آشوبی علاوه بر بهبود کیفیت جواب، موجب کاهش حساسیت الگوریتم نسبت به مقداردهی اولیه نیز شده است. به‌طور کلی، نتایج جدول ۳ نشان می‌دهد که مهم‌ترین دستاورد الگوریتم پافین قطبی آشوبی، بهبود قابل توجه الگوریتم پایه پافین قطبی است، نه لزوماً برتری مطلق نسبت به تمامی الگوریتم‌های موجود. از این رو، برای قضاوت دقیق‌تر درباره معناداری اختلاف عملکرد الگوریتم‌ها، نتایج آزمون‌های آماری ویلکاکسون و فریدمن در بخش‌های بعدی ارائه و تحلیل خواهند شد.

مطابق با شکل ۶، بررسی منحنی‌های همگرایی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی پافین قطبی آشوبی در بخش قابل‌توجهی از توابع آزمون، نسبت به الگوریتم پایه پافین قطبی از سرعت همگرایی بیشتر و مقدار نهایی تابع هدف کمتری برخوردار است. فاصله ایجادشده میان منحنی‌های این دو الگوریتم، به‌ویژه در تکرارهای ابتدایی و میانی، بیانگر آن است که به‌کارگیری نگاشت آشوبی لجستیک موجب بهبود توزیع اولیه عامل‌های جست‌وجو و هدایت مؤثرتر آن‌ها به سمت نواحی امیدبخش فضای مسئله شده است. در نتیجه، الگوریتم پافین قطبی آشوبی ضمن کاهش رفتار تصادفی کنترل‌نشده در الگوریتم پافین قطبی، می‌تواند امکان شناسایی سریع‌تر نواحی دارای کیفیت بالاتر را فراهم کند.

در توابع ساده و هموار، منحنی الگوریتم پافین قطبی آشوبی با شیب نزولی بیشتری در تکرارهای ابتدایی همراه است و در مدت کوتاه‌تری به ناحیه نزدیک به پاسخ بهینه وارد می‌شود. این رفتار نشان‌دهنده افزایش توان بهره‌برداری الگوریتم پیشنهادی و استفاده مؤثرتر از اطلاعات بهترین پاسخ‌های به‌دست‌آمده است. در توابع پیچیده‌تر، چندانقله‌ای و دارای وابستگی میان متغیرها نیز کاهش مرحله‌ای مقدار تابع هدف در منحنی الگوریتم پافین قطبی آشوبی نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی تنها به همگرایی سریع اولیه متکی نیست، بلکه در مراحل میانی و پایانی جست‌وجو نیز توان ادامه بهبود پاسخ و توان ادامه بهبود پاسخ و جست‌وجوی مؤثرتر در فضای مسئله را حفظ می‌کند.

مقایسه الگوریتم پافین قطبی آشوبی با الگوریتم‌های گرگ خاکستری، بهینه‌سازی نهنگ، ازدحام سالپ‌ها، گرگ خاکستری آشوبی، بهینه‌سازی گرگ خاکستری آشوبی و ازدحام سالپ‌های آشوبی نشان می‌دهد که عملکرد همگرایی روش پیشنهادی در همه توابع یکسان نیست. در برخی مسائل، تعدادی از الگوریتم‌های مرجع سریع‌تر به مقدار نهایی خود می‌رسند یا پاسخ دقیق‌تری تولید می‌کنند؛ با این حال، منحنی الگوریتم پافین قطبی آشوبی در مقایسه با الگوریتم پافین قطبی عموماً در سطح پایین‌تری تثبیت شده و نوسانات کمتری در مراحل پایانی دارد. این موضوع نشان می‌دهد که سازوکار آشوبی افزوده‌شده، بیش از آنکه موجب برتری مطلق الگوریتم پافین قطبی آشوبی نسبت به تمام روش‌های رقیب شود، سبب ارتقای محسوس رفتار الگوریتم پایه از نظر سرعت، کیفیت پاسخ و پایداری فرآیند جست‌وجو شده است.

همچنین، صاف‌شدن تدریجی منحنی الگوریتم پافین قطبی آشوبی در تکرارهای پایانی نشان‌دهنده نزدیک‌شدن جمعیت به یک ناحیه پایدار و کاهش تغییرات غیرضروری در پاسخ‌هاست. نبود جهش‌های

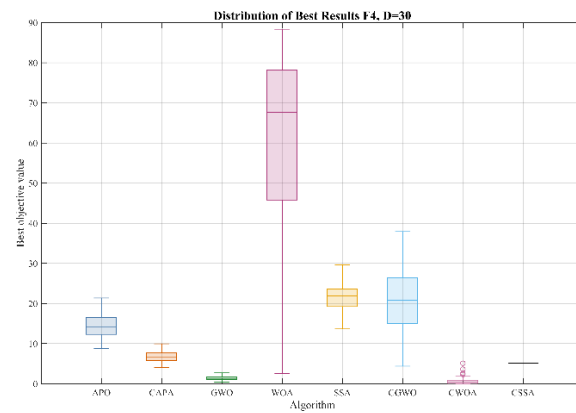
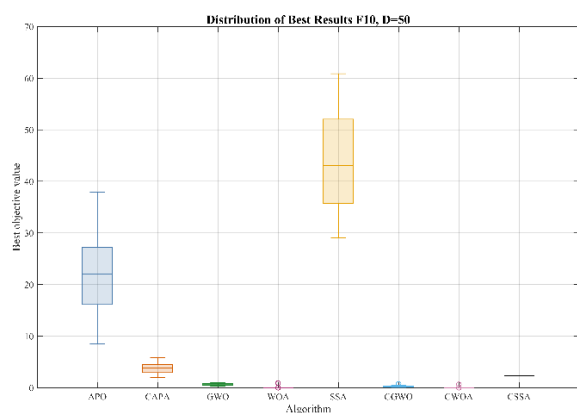
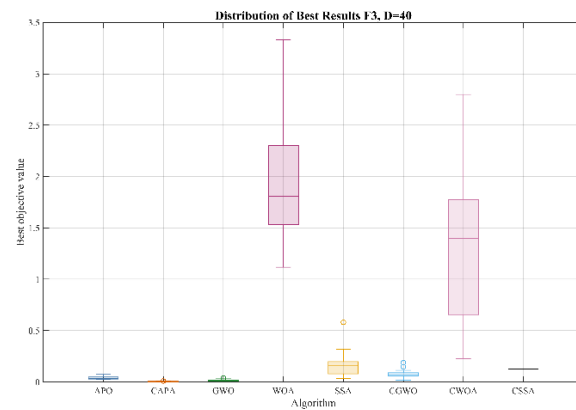
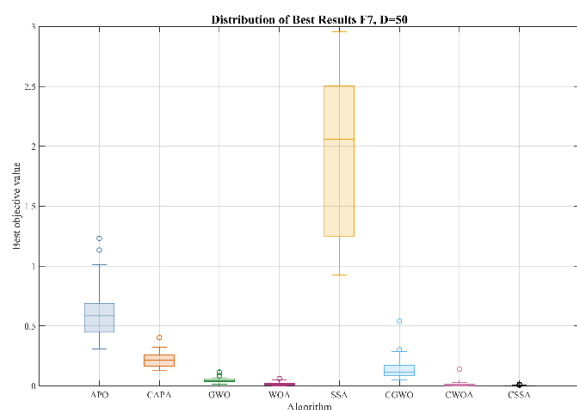
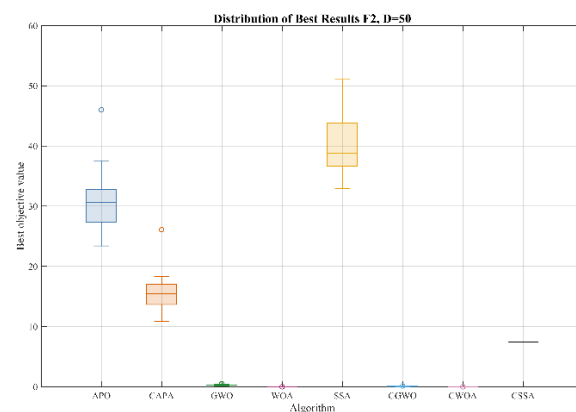
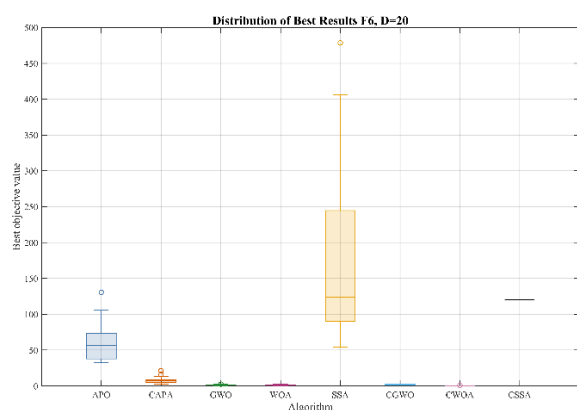
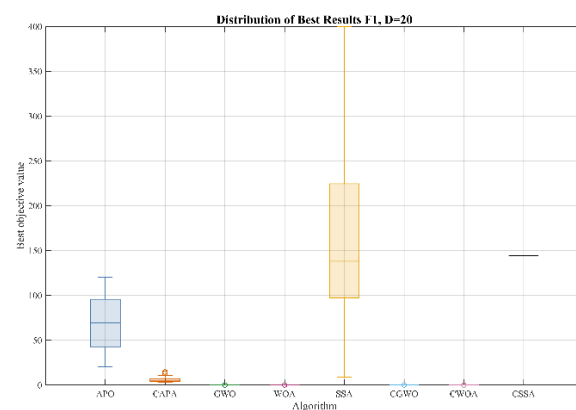
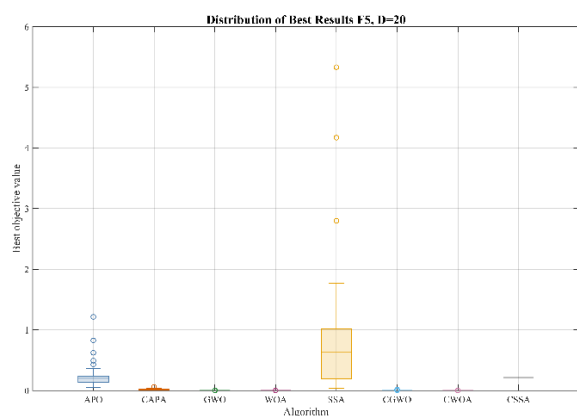
جدول ۸. مقایسه میانگین و انحراف معیار عملکرد الگوریتم‌های مورد مقایسه بر روی توابع معیار

| تابع | APO                    | CAPA                   | GWO                    | WOA                    | SSA                    | CGWO                   | CWOA                   | CSSA                   |
|------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| F1   | 4.98E+02 ±<br>1.63E+02 | 5.77E+01 ±<br>2.64E+01 | 1.59E-02 ±<br>1.29E-02 | 1.18E-10 ±<br>5.84E-10 | 1.21E+03 ±<br>6.46E+02 | 1.88E-03 ±<br>1.22E-03 | 5.84E-10 ±<br>1.97E-09 | 1.84E+02 ±<br>2.89E-14 |
| F2   | 9.78E+00 ±<br>1.73E+00 | 4.02E+00 ±<br>8.87E-01 | 2.60E-02 ±<br>1.10E-02 | 1.11E-08 ±<br>2.50E-08 | 1.75E+01 ±<br>3.57E+00 | 3.76E-03 ±<br>1.71E-03 | 1.68E-07 ±<br>3.35E-07 | 3.86E+00 ±<br>2.71E-15 |
| F3   | 1.82E+03 ±<br>7.32E+02 | 1.45E+02 ±<br>5.55E+01 | 2.89E+02 ±<br>1.87E+02 | 1.01E+05 ±<br>2.27E+04 | 5.40E+03 ±<br>2.70E+03 | 2.21E+03 ±<br>2.02E+03 | 6.55E+04 ±<br>3.64E+04 | 6.26E+03 ±<br>3.70E-12 |
| F4   | 1.44E+01 ±<br>3.04E+00 | 6.76E+00 ±<br>1.45E+00 | 1.35E+00 ±<br>5.52E-01 | 6.08E+01 ±<br>2.25E+01 | 2.16E+01 ±<br>3.46E+00 | 2.05E+01 ±<br>7.85E+00 | 8.81E-01 ±<br>1.22E+00 | 5.10E+00 ±<br>0.00E+00 |
| F5   | 5.39E+04 ±<br>3.56E+04 | 1.39E+03 ±<br>8.86E+02 | 3.19E+01 ±<br>5.89E+00 | 2.88E+01 ±<br>9.03E-02 | 1.47E+05 ±<br>1.27E+05 | 5.01E+01 ±<br>7.71E+01 | 2.68E+01 ±<br>5.96E+00 | 2.03E+03 ±<br>6.94E-13 |
| F6   | 4.67E+02 ±<br>1.45E+02 | 4.84E+01 ±<br>1.66E+01 | 3.03E+00 ±<br>1.06E+00 | 2.03E+00 ±<br>6.07E-01 | 1.04E+03 ±<br>4.00E+02 | 3.83E+00 ±<br>5.69E-01 | 4.50E-01 ±<br>3.18E-01 | 1.49E+02 ±<br>8.67E-14 |
| F7   | 1.62E-01 ±<br>6.09E-02 | 9.90E-02 ±<br>3.18E-02 | 1.83E-02 ±<br>6.82E-03 | 2.60E-02 ±<br>2.94E-02 | 5.76E-01 ±<br>2.75E-01 | 4.97E-02 ±<br>2.39E-02 | 5.94E-03 ±<br>6.47E-03 | 9.65E-03 ±<br>6.02E-03 |
| F8   | 2.20E+02 ±<br>1.10E+01 | 2.04E+02 ±<br>1.82E+01 | 3.45E+01 ±<br>1.42E+01 | 1.36E+01 ±<br>5.19E+01 | 8.94E+01 ±<br>1.88E+01 | 1.24E+02 ±<br>3.28E+01 | 9.96E-09 ±<br>4.19E-08 | 4.66E+01 ±<br>3.61E-14 |
| F9   | 6.26E+00 ±<br>6.35E-01 | 3.49E+00 ±<br>4.37E-01 | 2.31E-02 ±<br>7.64E-03 | 5.32E-07 ±<br>9.24E-07 | 8.97E+00 ±<br>1.39E+00 | 1.32E-02 ±<br>6.27E-03 | 3.68E-06 ±<br>6.74E-06 | 4.07E+00 ±<br>3.61E-15 |
| F10  | 6.16E+00 ±<br>1.71E+00 | 1.43E+00 ±<br>1.74E-01 | 6.55E-02 ±<br>6.47E-02 | 6.57E-02 ±<br>2.16E-01 | 1.17E+01 ±<br>3.53E+00 | 4.51E-02 ±<br>7.85E-02 | 2.66E-09 ±<br>1.04E-08 | 2.66E+00 ±<br>1.36E-15 |
| F11  | 1.10E+01 ±<br>4.80E+00 | 2.74E+00 ±<br>1.46E+00 | 4.43E-01 ±<br>2.59E-01 | 1.65E-01 ±<br>1.11E-01 | 3.27E+01 ±<br>3.63E+01 | 6.59E+00 ±<br>1.19E+01 | 3.96E-02 ±<br>5.30E-02 | 2.14E+00 ±<br>9.03E-16 |
| F12  | 2.69E+03 ±<br>9.19E+03 | 8.19E+00 ±<br>3.55E+00 | 2.34E+00 ±<br>6.04E-01 | 1.20E+00 ±<br>3.30E-01 | 2.87E+04 ±<br>4.22E+04 | 3.09E+00 ±<br>1.60E+00 | 3.28E-01 ±<br>2.37E-01 | 4.17E+00 ±<br>9.03E-16 |

نمودارهای جعبه‌ای نشان می‌دهند که الگوریتم پیشنهادی پافین قطبی آشوبی در بیشتر توابع آزمون، علاوه بر دستیابی به مقادیر میانه کمتر، پراکندگی محدودتری نسبت به الگوریتم پایه پافین قطبی دارد. کوچک‌تر بودن دامنه بین چارکی و کوتاه‌تر بودن امتداد جعبه‌ها بیانگر پایداری بیشتر نتایج الگوریتم پافین قطبی آشوبی در اجراهای مستقل است. همچنین، کاهش تعداد و فاصله نقاط پرت نشان می‌دهد که نتایج حاصل از اجرای الگوریتم پافین قطبی آشوبی دارای پراکندگی کمتر و رفتار پایدارتر در اجراهای مستقل است. در مجموع، نتایج باکس‌پلات‌ها تأیید می‌کنند که الگوریتم پافین قطبی آشوبی نه تنها از نظر کیفیت پاسخ، بلکه از نظر استحکام و ثبات عملکرد نیز نسبت به الگوریتم پافین قطبی بهبود یافته است.

اگرچه جدول ۸ تفاوت عملکرد الگوریتم‌ها را بر اساس معیارهای توصیفی Mean و STD نشان می‌دهد، برای بررسی معناداری آماری این تفاوت‌ها، آزمون ویلکاکسون و آزمون فریدمن در بخش‌های بعدی ارائه شده‌اند.

برای هر الگوریتم، شاخص‌های میانگین، انحراف معیار، بهترین مقدار، بدترین مقدار، میانه و زمان اجرا ثبت و تحلیل شدند. علاوه بر مقایسه عددی، به منظور بررسی معناداری اختلاف عملکرد الگوریتم‌ها، آزمون رتبه علامت‌دار ویلکاکسون برای مقایسه زوجی و آزمون فریدمن برای رتبه‌بندی هم‌زمان تمامی الگوریتم‌های مورد بررسی استفاده شد. سطح معنی‌داری تمامی آزمون‌های آماری برابر با ۰/۰۵ در نظر گرفته شد. به طور مشابه، برای تحلیل پراکندگی نتایج و پایداری الگوریتم‌ها، نمونه‌هایی از نمودارهای جعبه‌ای ارائه شده‌اند. این نمودارها توزیع مقادیر نهایی تابع هدف حاصل از اجرای مستقل الگوریتم‌ها را نمایش داده و امکان مقایسه میزان پراکندگی و پایداری روش‌ها را فراهم می‌کنند.



شکل ۷. مقایسه توزیع نتایج الگوریتم‌های مورد بررسی

## تحلیل آماری نتایج

با توجه به ماهیت تصادفی الگوریتم‌های فراابتکاری، ارزیابی عملکرد آن‌ها تنها بر اساس مقدار میانگین و انحراف معیار نتایج نمی‌تواند به‌طور کامل بیانگر میزان برتری یک روش نسبت به روش‌های دیگر باشد. زیرا اختلاف مشاهده‌شده میان دو الگوریتم ممکن است ناشی از تغییرات تصادفی در فرآیند جستجو باشد. بنابراین، به‌منظور بررسی معناداری آماری تفاوت عملکرد الگوریتم پیشنهادی پافین قطبی آشوبی با الگوریتم‌های مقایسه‌ای، از آزمون ناپارامتری رتبه علامت‌دار ویلکاکسون استفاده شد.

انتخاب آزمون ویلکاکسون به این دلیل انجام شد که نتایج الگوریتم‌های تکاملی و فراابتکاری معمولاً از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند و استفاده از آزمون‌های پارامتری نیازمند فرض‌هایی درباره توزیع داده‌ها است. آزمون ویلکاکسون بدون نیاز به فرض نرمال بودن داده‌ها، امکان مقایسه زوجی عملکرد دو الگوریتم را بر اساس نتایج حاصل از اجراهای مستقل فراهم می‌کند و یکی از آزمون‌های متداول در ارزیابی روش‌های بهینه‌سازی محسوب می‌شود.

در این پژوهش، مقادیر نهایی تابع هدف حاصل از ۳۰ اجرای مستقل الگوریتم پیشنهادی پافین قطبی آشوبی با نتایج الگوریتم‌های پافین قطبی، گرگ خاکستری، بهینه‌سازی نهنگ، ازدحام سالپ‌ها، گرگ خاکستری آشوبی، بهینه‌سازی گرگ خاکستری آشوبی و ازدحام سالپ‌های آشوبی مقایسه شد. این آزمون برای تمامی توابع معیار مورد استفاده و در ابعاد مختلف مسئله انجام گرفت. در هر مقایسه، فرض صفر بیان‌کننده عدم وجود اختلاف معنادار میان عملکرد دو الگوریتم و فرض مقابل بیان‌کننده وجود تفاوت آماری میان آن‌ها است.

سطح معنی‌داری آزمون برابر با ۰.۰۵ در نظر گرفته شد. بنابراین، در صورتی که مقدار احتمال حاصل از آزمون کمتر از ۰.۰۵ باشد، فرض صفر رد شده و اختلاف عملکرد دو الگوریتم از نظر آماری معنادار در نظر گرفته می‌شود. در مسائل کمینه‌سازی، علامت مثبت نشان‌دهنده برتری آماری الگوریتم پافین قطبی آشوبی، علامت منفی نشان‌دهنده برتری الگوریتم مقایسه‌ای و مقدار غیرمعنادار نشان‌دهنده نبود اختلاف آماری قابل اطمینان میان دو روش است.

در جدول ۹، تعداد مقایسه‌های آماری بر اساس تمامی توابع معیار، ابعاد مختلف مسئله و نتایج ۳۰ اجرای مستقل هر الگوریتم گزارش شده است. ستون "تعداد برتری الگوریتم پافین قطبی آشوبی" نشان‌دهنده تعداد مواردی است که الگوریتم پیشنهادی دارای عملکرد بهتر با سطح معنی‌داری کمتر از ۰.۰۵ بوده است. همچنین

ستون "تعداد برتری الگوریتم مقابل نسب به پافین قطبی آشوبی" نشان‌دهنده مواردی است که الگوریتم مقایسه‌ای عملکرد آماری بهتری ارائه کرده است.

جدول ۹. تحلیل مقایسه‌ای معنادار آماری بر اساس آزمون ویلکاکسون

| تعداد موارد بدون اختلاف | تعداد برتری الگوریتم مقابل نسب به پافین قطبی آشوبی | تعداد برتری الگوریتم پافین قطبی آشوبی | الگوریتم مقایسه‌ای |
|-------------------------|----------------------------------------------------|---------------------------------------|--------------------|
| ۲                       | ۰                                                  | ۵۸                                    | APO                |
| ۲                       | ۵۴                                                 | ۴                                     | GWO                |
| ۲                       | ۴۴                                                 | ۱۴                                    | WOA                |
| ۱                       | ۶                                                  | ۵۳                                    | SSA                |
| ۵                       | ۴۱                                                 | ۱۴                                    | CGWO               |
| ۱                       | ۵۰                                                 | ۹                                     | CWOA               |
| ۳                       | ۲۱                                                 | ۳۶                                    | CSSA               |

نتایج آزمون ویلکاکسون نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی پافین قطبی آشوبی در مقایسه با الگوریتم پایه پافین قطبی دارای بهبود آماری بسیار قابل توجهی است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، الگوریتم پافین قطبی آشوبی در ۵۸ مورد از ۶۰ مقایسه انجام‌شده با الگوریتم پافین قطبی دارای برتری معنادار بوده است، درحالی‌که الگوریتم پافین قطبی در هیچ موردی نتوانسته است برتری آماری معناداری نسبت به الگوریتم پافین قطبی آشوبی نشان دهد. این نتیجه تأیید می‌کند که جایگزینی فرآیندهای تصادفی الگوریتم پافین قطبی با سازوکار آشوبی پیشنهادی، موجب بهبود پایدار رفتار جستجو و افزایش کیفیت پاسخ‌ها شده است.

همچنین، الگوریتم پافین قطبی آشوبی در مقایسه با ازدحام سالپ‌ها نیز عملکرد آماری مطلوبی ارائه کرده و در ۵۳ مورد از ۶۰ مقایسه دارای برتری معنادار بوده است. این نتیجه نشان می‌دهد که سازوکار آشوبی پیشنهادی علاوه بر بهبود الگوریتم پایه، توانایی رقابت با برخی روش‌های فراابتکاری مطرح را نیز دارد.

در مقایسه با نسخه‌های آشوبی الگوریتم‌ها، نتایج متعادل‌تر است. الگوریتم پافین قطبی آشوبی در برابر ازدحام سالپ‌های آشوبی در تعداد بیشتری از مسائل دارای برتری آماری بوده است، اما در مقایسه با برخی الگوریتم‌ها مانند گرگ خاکستری، بهینه‌سازی نهنگ، گرگ خاکستری آشوبی و بهینه‌سازی گرگ خاکستری آشوبی، برتری عمومی مشاهده نشده است. این موضوع نشان می‌دهد که عملکرد الگوریتم‌های فراابتکاری وابسته به ساختار مسئله، نوع تابع هدف و بعد جستجو است و هیچ الگوریتمی نمی‌تواند در تمام مسائل

قطبی رتبه بهتری کسب کرده است. این موضوع بیانگر اثر مثبت سازوکار آشوبی پیشنهادی در ارتقای الگوریتم پایه است.

جدول ۱۰. نتایج آزمون فریدمن و رتبه میانگین الگوریتم‌ها در ابعاد مختلف

| بهترین الگوریتم بر اساس رتبه میانگین | رتبه APO | رتبه CAPA | مقدار p آزمون فریدمن | بعد مسئله |
|--------------------------------------|----------|-----------|----------------------|-----------|
| GWO                                  | ۵۰۱۶     | ۳۰۵۸      | <0.05                | ۱۰        |
| CWOA                                 | ۶۰۴۱     | ۴۰۷۵      | <0.05                | ۲۰        |
| CWOA                                 | ۶۰۵۸     | ۵۰۰۰      | <0.05                | ۳۰        |
| CWOA                                 | ۶۰۵۰     | ۴۰۷۵      | <0.05                | ۴۰        |
| CWOA                                 | ۶۰۵۰     | ۵۰۲۵      | <0.05                | ۵۰        |

با این حال، نتایج آزمون فریدمن نشان می‌دهد که الگوریتم پافین قطبی آشوبی در تمامی شرایط بالاترین رتبه کلی را کسب نکرده است. الگوریتم‌هایی مانند بهینه‌سازی گرگ خاکستری آشوبی و گرگ خاکستری در برخی ابعاد رتبه‌های بهتری ارائه کرده‌اند. این نتیجه با ماهیت مسائل بهینه‌سازی فراابتکاری سازگار است، زیرا عملکرد هر الگوریتم به ساختار تابع هدف، میزان پیچیدگی فضای جستجو و بعد مسئله وابسته است.

بنابراین، یافته‌های آزمون فریدمن تأیید می‌کنند که الگوریتم پافین قطبی آشوبی توانسته است نسبت به الگوریتم پایه پافین قطبی بهبود قابل توجهی ایجاد کند، اما همانند سایر روش‌های فراابتکاری، عملکرد آن در تمامی مسائل به صورت مطلق غالب نیست. این نتیجه، جایگاه الگوریتم پافین قطبی آشوبی را به عنوان یک روش بهبودیافته و رقابتی در مقایسه با الگوریتم پایه و برخی روش‌های مرجع مشخص می‌کند.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، یک نسخه بهبودیافته از الگوریتم پافین قطبی با عنوان الگوریتم پافین قطبی آشوبی ارائه شد. هدف اصلی این پژوهش، کاهش وابستگی الگوریتم پافین قطبی به فرایندهای تصادفی و بهبود رفتار جستجوی عامل‌ها از طریق بهره‌گیری از نگاشت آشوبی لجستیک بود. در روش پیشنهادی، توالی‌های آشوبی به منظور بهبود فرآیند تولید مقادیر هدایت‌کننده جستجو و تقویت رفتار اکتشاف و بهره‌برداری مورد استفاده قرار گرفتند تا تعادل مناسب‌تری میان جستجوی گسترده فضای مسئله و تمرکز بر نواحی امیدبخش ایجاد شود.

عملکرد الگوریتم پیشنهادی بر روی ۱۲ تابع معیار با ابعاد مختلف

بهینه‌سازی عملکرد کاملاً غالب داشته باشد.

به طور کلی، نتایج آزمون ویلکاکسون تأیید می‌کند که نوآوری اصلی این پژوهش، یعنی استفاده از نگاشت آشوبی لجستیک برای بهبود الگوریتم پافین قطبی، موجب ایجاد یک ارتقای آماری معنادار نسبت به نسخه پایه شده است. همچنین ترکیب نتایج آماری با تحلیل همگرایی و نمودارهای جعبه‌ای، نشان‌دهنده افزایش پایداری و قابلیت اطمینان الگوریتم پیشنهادی است.

## تحلیل رتبه‌بندی چندالگوریتمی با آزمون فریدمن

با توجه به اینکه آزمون ویلکاکسون تنها امکان مقایسه زوجی میان دو الگوریتم را فراهم می‌کند، برای بررسی اختلاف کلی میان مجموعه‌ای از الگوریتم‌های مورد مقایسه، از آزمون ناپارامتری فریدمن استفاده شد. این آزمون یکی از روش‌های متداول در ارزیابی الگوریتم‌های فراابتکاری است که امکان رتبه‌بندی همزمان چند روش را بدون نیاز به فرض نرمال بودن داده‌ها فراهم می‌کند.

در این پژوهش، آزمون فریدمن بر اساس مقادیر نهایی تابع هدف حاصل از ۳۰ اجرای مستقل الگوریتم‌ها انجام شد. الگوریتم‌های مورد بررسی شامل الگوریتم‌های پافین قطبی، پافین قطبی آشوبی، گرگ خاکستری، بهینه‌سازی نهنگ، ازدحام سالپ‌ها، گرگ خاکستری آشوبی، بهینه‌سازی گرگ خاکستری آشوبی و ازدحام سالپ‌های آشوبی بودند. آزمون برای پنج بعد مختلف مسئله شامل ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰ و ۵۰ انجام گرفت و سطح معنی‌داری برابر با ۰.۰۵ در نظر گرفته شد.

فرض صفر در این آزمون بیان می‌کند که تمامی الگوریتم‌های مورد بررسی دارای عملکرد آماری مشابهی هستند، در حالی که فرض مقابل بیانگر وجود حداقل یک الگوریتم با عملکرد متفاوت است. در صورتی که مقدار احتمال آزمون کمتر از ۰.۰۵ باشد، فرض صفر رد شده و وجود تفاوت معنادار میان الگوریتم‌ها تأیید می‌شود.

نتایج آزمون فریدمن نشان داد که در تمامی ابعاد بررسی‌شده، اختلاف میان الگوریتم‌های مورد مقایسه از نظر آماری معنادار است. این نتیجه بیان می‌کند که تفاوت مشاهده‌شده میان عملکرد الگوریتم‌ها ناشی از تغییرات تصادفی اجراها نبوده و انتخاب الگوریتم تأثیر قابل توجهی بر کیفیت جواب‌های نهایی دارد.

نتایج جدول ۱۰ نشان می‌دهد که اختلاف عملکرد میان الگوریتم‌های مورد بررسی در تمامی ابعاد مسئله از نظر آماری معنادار است. همچنین مقایسه رتبه‌های میانگین نشان می‌دهد که الگوریتم پافین قطبی آشوبی در تمامی ابعاد نسبت به نسخه پایه الگوریتم پافین

- [5] Fakhouri, H. N., Alkhalaileh, M. S., Hamad, F., Sirhan, N. N., & Fakhouri, S. N. (2024). Hybrid Arctic Puffin Algorithm for Solving Design Optimization Problems. *Algorithms*, 17(12), 589.
- [6] Sun, L., & Wang, B. (2024). Arctic Puffin Optimization Algorithm Based on Multi-Strategy Blending. *Journal of Computer and Communications*, 12(12), 151-170.
- [7] Xiao, J., Xu, W., & Chen, J. (2024, October). Social media emotional state classification prediction based on Arctic Puffin Algorithm (APO) optimization of Transformer mode. In 2024 International Conference on Electrical, Communication and Computer Engineering (ICECCE) (pp. 1-6). IEEE.
- [8] Lv, Y., Zhao, X., & Mou, Z. Parameter Identification and Verification of Doubly Fed Induction Generator Controllers Based on Arctic Puffin Optimization. Available at SSRN 5104987.
- [9] Tang, W., Dai, J., Liu, B., Hu, W., Gong, K., & Fan, Y. (2024). Aircraft Range Fuel Consumption Prediction Using CNN-LSTM Enhanced by CEEMDAN and Improved Arctic Puffin Optimization Algorithm.
- [10] Firmansyah, R., Widayaka, P. D., Fahrezy, M. R., Saputra, P. P. S., & Septian, D. (2024, October). Voltage Control of DC Microgrid using Arctic Puffin Optimization Algorithm for Tuning of Sliding Mode Control Gain. In 2024 Seventh International Conference on Vocational Education and Electrical Engineering (ICVEE) (pp. 279-282). IEEE.
- [11] Chen, L., & Aihara, K. (1995). Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos. *Neural networks*, 8(6), 915-930.
- [12] Yuan, X., Yuan, Y., & Zhang, Y. (2002). A hybrid chaotic genetic algorithm for short-term hydro system scheduling. *Mathematics and computers in simulation*, 59(4), 319-327.
- [13] Li-Jiang, Y., & Tian-Lun, C. (2003). Application of chaos in genetic algorithms. *Communications in Theoretical Physics*, 38(2), 168.
- [14] Mingjun, J., & Huanwen, T. (2004). Application of chaos in simulated annealing. *Chaos, Solitons & Fractals*, 21(4), 933-941.
- [15] Liu, B., Wang, L., Jin, Y. H., Tang, F., & Huang, D. X. (2005). Improved particle swarm optimization combined with chaos. *Chaos, Solitons & Fractals*, 25(5), 1261-1271.
- [16] Chuanwen, J., & Bompard, E. (2006). A hybrid method of chaotic particle swarm optimization and linear interior for reactive power optimisation. *Mathematics and computers in Simulation*, 68(1), 57-65.
- [17] Zuo, X. Q., & Fan, Y. S. (2006). A chaos search immune algorithm with its application to neuro-fuzzy controller design. *Chaos, Solitons & Fractals*, 30(1), 94-109.
- [18] Xiang, T., Liao, X., & Wong, K. W. (2007). An improved particle swarm optimization algorithm combined with piecewise linear chaotic map. *Applied Mathematics and Computation*, 190(2), 1637-1647.
- [19] Gong, W., & Wang, S. (2008, December). Chaos ant colony optimization and application. In 2009 fourth international conference on internet computing for science and engineering (pp. 301-303). IEEE.
- [20] Alatas, B., Akin, E., & Ozer, A. B. (2009). Chaos embedded particle swarm optimization algorithms. *Chaos, Solitons & Fractals*, 40(4), 1715-1734.
- [21] Alatas, B. (2010). Chaotic harmony search algorithms. *Applied mathematics and computation*, 216(9), 2687-2699.
- [22] Alatas, B. (2010). Chaotic bee colony algorithms for global numerical optimization. *Expert systems with applications*, 37(8), 5682-5687.
- [23] Alatas, B. (2011). Uniform big bang-chaotic big crunch optimization. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 16(9), 3696-3703.

۱۰ تا ۵۰ ارزیابی شد و نتایج آن با الگوریتم پایه پافین قطبی و چندین الگوریتم فراابتکاری مطرح شامل گرگ خاکستری، بهینه‌سازی نهنگ، ازدحام سالپ‌ها و نسخه‌های آشوبی آن‌ها شامل گرگ خاکستری آشوبی، بهینه‌سازی گرگ خاکستری آشوبی و ازدحام سالپ‌های آشوبی مقایسه گردید. نتایج تجربی نشان داد که استفاده از نگاشت آشوبی لجستیک موجب بهبود رفتار همگرایی، افزایش پایداری نتایج و ارتقای کیفیت پاسخ‌های الگوریتم پافین قطبی در بسیاری از مسائل آزمون شده است.

تحلیل منحنی‌های همگرایی و نمودارهای جعبه‌ای نشان داد که پافین قطبی آشوبی در مقایسه با الگوریتم پایه پافین قطبی، رفتار جستجوی پایدارتر، کاهش پراکندگی نتایج و روند همگرایی مناسب‌تری ارائه می‌دهد. همچنین نتایج آزمون‌های آماری ویلکاکسون و فریدمن نشان داد که تفاوت عملکرد میان الگوریتم پیشنهادی و روش پایه پافین قطبی از نظر آماری معنادار است و بهبود حاصل‌شده صرفاً ناشی از تغییرات تصادفی اجراها نیست.

با وجود عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی، نتایج مقایسه با سایر الگوریتم‌های فراابتکاری نشان داد که عملکرد روش‌های بهینه‌سازی وابسته به ساختار تابع هدف و ویژگی‌های فضای جستجو است و هیچ الگوریتمی نمی‌تواند در تمام مسائل به‌صورت مطلق برتری داشته باشد. بنابراین، پافین قطبی آشوبی را می‌توان به‌عنوان یک روش بهبودیافته و رقابتی برای افزایش کارایی الگوریتم پافین قطبی در مسائل بهینه‌سازی پیوسته در نظر گرفت.

به‌عنوان مسیرهای تحقیقاتی آینده، می‌توان از روش‌های تطبیقی مانند سیستم‌های استنتاج فازی برای کنترل پویای پارامترهای مؤثر بر تعادل اکتشاف و بهره‌برداری استفاده کرد. همچنین توسعه سازوکارهای آشوبی پیشرفته‌تر، ترکیب پافین قطبی آشوبی با روش‌های یادگیری ماشین و ارزیابی آن در مسائل واقعی پیچیده می‌تواند زمینه‌های مناسبی برای ادامه این پژوهش فراهم کند.

## مراجع

- [1] Zheng, Y. J. (2015). Water wave optimization: a new nature-inspired metaheuristic. *Computers & Operations Research*, 55, 1-11.
- [2] Mahfoud, S. W. (1995). A comparison of parallel and sequential niching methods. In *Conference on genetic algorithms* (Vol. 136, p. 143).
- [3] Heidari, A. A., Mirjalili, S., Faris, H., Aljarah, I., Mafarja, M., & Chen, H. (2019). Harris hawks optimization: Algorithm and applications. *Future generation computer systems*, 97, 849-872.
- [4] Wang, W. C., Tian, W. C., Xu, D. M., & Zang, H. F. (2024). Arctic puffin optimization: A bio-inspired metaheuristic algorithm for solving engineering design optimization. *Advances in Engineering Software*, 195, 103694.

- [38] Luo, T., Xie, J., Zhang, B., Zhang, Y., Li, C., & Zhou, J. (2024). An improved levy chaotic particle swarm optimization algorithm for energy-efficient cluster routing scheme in industrial wireless sensor networks. *Expert Systems with Applications*, 241, 122780.
- [39] Abdelrazek, M., Abd Elaziz, M., & El-Baz, A. H. (2024). CDMO: Chaotic Dwarf Mongoose optimization algorithm for feature selection. *Scientific reports*, 14(1), 701.
- [40] Abdel-Salam, M., Askr, H., & Hassanien, A. E. (2024). Adaptive chaotic dynamic learning-based gazelle optimization algorithm for feature selection problems. *Expert Systems with Applications*, 256, 124882.
- [41] Chauhan, U., Chhabra, H., Jain, P., Dev, A., Chauhan, N., & Kumar, B. (2024). Chaos inspired invasive weed optimization algorithm for parameter estimation of solar PV models. *IFAC Journal of Systems and Control*, 27, 100239.
- [42] Farzin, S. (2025). A Methodology to Improving the Performance of MOAHA Optimization Algorithm using Chaos Theory; Principle and Application in Optimal Reservoir Operation. *Water Resources Management*, 1-22.
- [43] Qasim, M., Sajid, M., Rajak, R., & Shahid, M. (2025). Task Scheduling Strategy Using Chaotic Whale Optimization Algorithm in Cloud Computing. In *Nature-Inspired Optimization Algorithms for Cyber-Physical Systems* (pp. 31-52). IGI Global Scientific Publishing.
- [44] B. Lotfi, Neghabi, Ali Akbar, "Evaluation, Comparison, and Performance Analysis of the Coati Optimization Algorithm (COA) with Other Metaheuristic Algorithms," *Journal of Southern Communication Engineering*, vol. 16, no. 61, pp. 159-240, 2026, doi: 10.71656/jce.2026.1198826.
- [45] F. Amirghafouri, A. A. Neghabi, H. Shakeri, and Y. E. Sola, "Nature-inspired meta-heuristic algorithms for resource allocation in the internet of things," *International Journal of Communication Systems*, vol. 38, no. 5, p. e6141, 2025.
- [46] F. Delbari, A. A. Neghabi, and J. Iziy, "Evaluating and Comparing the Performance of the Alibaba and Forty Thieves Algorithm Compared to Selected Meta-heuristic Algorithms," 2025.
- [47] S. Alimohamadi, Fathi, Mohammad, "Providing an Intrusion Detection System in the Industrial Internet of Things Using the Gray Wolf Algorithm," *Journal of Information and Communication Technology*, vol. 16, no. 61, pp. 218-228, 2024. [Online]. Available: <https://rimag.ir/fa/Article/46422>.
- [48] S. Asadinia, Yaghoubi, Elham, sadeghi, mostafa, "7-PORTNon-blocking Optical Router Design and Efficient Routing Algorithm in 3D Mesh Optical Network on Chip," *Journal of Information and Communication Technology*, vol. 17, no. 66, pp. -, 2026. [Online]. Available: <https://rimag.ir/fa/Article/51065>.
- [24] Talatahari, S., Azar, B. F., Sheikholeslami, R., & Gandomi, A. H. (2012). Imperialist competitive algorithm combined with chaos for global optimization. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 17(3), 1312-1319.
- [25] Gandomi, A. H., Yang, X. S., Talatahari, S., & Alavi, A. H. (2013). Firefly algorithm with chaos. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 18(1), 89-98.
- [26] Gandomi, A. H., & Yang, X. S. (2014). Chaotic bat algorithm. *Journal of computational science*, 5(2), 224-232.
- [27] Askarzadeh, A., & dos Santos Coelho, L. (2014). A backtracking search algorithm combined with Burger's chaotic map for parameter estimation of PEMFC electrochemical model. *International journal of hydrogen energy*, 39(21), 11165-11174.
- [28] Zhu, W., & Duan, H. (2014). Chaotic predator-prey biogeography-based optimization approach for UCAV path planning. *Aerospace science and technology*, 32(1), 153-161.
- [29] Koupaei, J. A., & Hosseini, S. M. M. (2015). A new hybrid algorithm based on chaotic maps for solving systems of nonlinear equations. *Chaos, Solitons & Fractals*, 81, 233-245.
- [30] Bingol, H., & Alatas, B. (2016). Chaotic league championship algorithms. *Arabian journal for science and engineering*, 41, 5123-5147.
- [31] Heidari, A. A., Ali Abbaspour, R., & Rezaee Jordehi, A. (2017). An efficient chaotic water cycle algorithm for optimization tasks. *Neural Computing and Applications*, 28, 57-85.
- [32] Kaur, G., & Arora, S. (2018). Chaotic whale optimization algorithm. *Journal of Computational Design and Engineering*, 5(3), 275-284.
- [33] Zhenxing, Z., Rennong, Y. A. N. G., Huanyu, L. I., Yuhuan, F. A. N. G., Zhenyu, H., & Ying, Z. (2019). Antlion optimizer algorithm based on chaos search and its application. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 30(2), 352-365.
- [34] Bingol, H., & Alatas, B. (2020). Chaos based optics inspired optimization algorithms as global solution search approach. *Chaos, Solitons & Fractals*, 141, 110434.
- [35] Aydilek, I. B., Karaçizmeli, I. H., Tenekeci, M. E., Kaya, S., & Gümüşçü, A. (2021). Using chaos enhanced hybrid firefly particle swarm optimization algorithm for solving continuous optimization problems. *Sādhanā*, 46(2), 65.
- [36] Zhang, X. Y., Zhou, K. Q., Li, P. C., Xiang, Y. H., Zain, A. M., & Sarkheyli-Hägele, A. (2022). An improved chaos sparrow search optimization algorithm using adaptive weight modification and hybrid strategies. *Ieee Access*, 10, 96159-96179.
- [37] Aydemir, S. B. (2023). A novel arithmetic optimization algorithm based on chaotic maps for global optimization. *Evolutionary Intelligence*, 16(3), 981-996.