

# خانواده الگوریتم‌های تطبیقی تصویر افاین با اندازه گام متغیر در شبکه‌های توزیع شده انتشاری

محمد شمس اسفندآبادی و اسماعیل حیدری

تقسیم می‌کنند و هر گره با همسایگانش ارتباط دارد و برای تخمین بردار سیگنال مطلوب، از تخمین‌های همسایگان خود بهره می‌برد و شبکه گره‌ها با همفکری به یک تخمین مطلوب می‌رسند [۱۶].

الگوریتم تصویر افاین از مهم‌ترین الگوریتم‌های فیلترهای تطبیقی است که برای بهبود رفتار همگرایی الگوریتم‌های از نوع حداقل میانگین مربعات (LMS) پیشنهاد گردیده است. در مقایسه با الگوریتم‌های از نوع LMS، الگوریتم تصویر افاین دارای رفتار همگرایی بسیار بهتری در برابر داده‌های با همبستگی بالا است [۱۷]. الگوریتم‌های از نوع LMS برای اصلاح وزن، از یک بردار ورودی، و الگوریتم تصویر افاین، از چند بردار ورودی استفاده می‌کند. استفاده از چند بردار ورودی، باعث پیچیدگی محاسباتی می‌شود. جهت کاهش این پیچیدگی، الگوریتم‌های متفاوتی ارائه شده است [۱۸] تا [۲۲]. در الگوریتم تصویر افاین با انتخاب پویای دنباله ورودی (DS-APA)، جهت کاهش پیچیدگی محاسباتی، بردارهای مناسبی از ورودی طبق یک معیار انتخاب و در رابطه اصلاح وزن قرار می‌گیرند. در الگوریتم تصویر افاین با انتخاب دنباله ورودی (SR-APA)، تعداد ثابت و بهینه از بردارهای ورودی جهت کاهش پیچیدگی محاسباتی انتخاب می‌شود. الگوریتم تصویر افاین با اصلاح جزئی ضرایب (SPU-APA)، به جای اصلاح تمامی ضرایب وزن در هر تکرار، تعداد مشخصی از بلوک‌های وزن را انتخاب و اصلاح می‌کند. سرعت همگرایی بالا و خطای حالت ماندگار کم، از مهم‌ترین معیارها در فیلترهای تطبیقی است. دستیابی هم‌زمان به این دو معیار، بسیار حائز اهمیت است. جهت دستیابی به این مهم، ایده متغیرسازی اندازه گام بسیار مورد توجه پژوهشگران است. در سال‌های اخیر مقالات متعددی با استفاده از این ایده و با روش‌های مختلف جهت متغیرسازی اندازه گام ارائه گردیده‌اند. مرجع [۲۳] جهت بهبود عملکرد الگوریتم حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده در شبکه افزایشی، با استفاده از تخمین خطای پسین، به متغیرسازی اندازه گام پرداخته است. مرجع [۲۴] و [۲۵] با متغیر در نظر گرفتن اندازه گام، رفتار همگرایی الگوریتم حداقل میانگین مربعات انتشاری را بهبود بخشیده است. در [۲۶] جهت بهبود عملکرد الگوریتم تصویر افاین انتشاری، یک نوع الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر ارائه شده است. مرجع [۲۷] الگوریتم جدید تصویر افاین متناسب انتشاری را پیشنهاد داده است، این الگوریتم نسبت به الگوریتم تصویر افاین انتشاری عملکرد مطلوب‌تری دارد. مقاله مذکور جهت افزایش سرعت همگرایی و کاهش خطای ماندگار در الگوریتم پیشنهادی، به متغیرسازی اندازه گام پرداخته است. مرجع [۲۸] با استفاده از معیار مینیمم کردن متوسط مربع انحراف، به متغیرسازی اندازه گام پرداخته است. در این مرجع، الگوریتم تصویر افاین با اندازه گام متغیر و الگوریتم حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده با اندازه گام متغیر، در حالت تک‌فیلتره بیان شده است. مرجع [۹] ایده [۲۸] را به شبکه‌های توزیع شده انتشاری توسعه داده و الگوریتم حداقل میانگین مربعات انتشاری با اندازه گام متغیر را پیشنهاد داده است.

چکیده: پردازش‌های توزیع شده از محاسبات محلی در هر گره و ارتباطات میان گره‌های همسایه برای حل مسایل در شبکه‌ها استفاده می‌کنند. روش انتشاری به عنوان کارترین و قابل انعطاف‌ترین روش برای اجرای شبکه‌های توزیع شده است. در این مقاله، جهت بهبود عملکرد الگوریتم تصویر افاین انتشاری (DAPA)، یک الگوریتم نوین تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر (VSS-DAPA) در شبکه‌های توزیع شده ارائه می‌گردد. اندازه گام متغیر در هر گره به وسیله مینیمم کردن متوسط مربع انحراف (MSD) در آن گره به دست آمده است. در مقایسه با الگوریتم تصویر افاین انتشاری (DAPA)، الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر VSS-DAPA دارای سرعت همگرایی سریع‌تر و خطای حالت ماندگار کمتر است. جهت کاهش پیچیدگی محاسباتی VSS-DAPA، الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر با انتخاب پویای دنباله ورودی (VSS-SR-DAPA)، الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر با انتخاب پویای دنباله ورودی (VSS-DS-DAPA) و الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر با اصلاح جزئی ضرایب (VSS-SPU-DAPA) پیشنهاد شده‌اند. نتایج شبیه‌سازی، عملکرد مطلوب الگوریتم‌های پیشنهادی از نظر سرعت همگرایی و خطای حالت ماندگار را نشان می‌دهد.

کلیدواژه: فیلتر تطبیقی، انتشاری، تصویر افاین، اندازه گام متغیر، اصلاح جزئی ضرایب، انتخاب دنباله ورودی.

## ۱- مقدمه

فیلترهای تطبیقی به عنوان یکی از ابزارهای مهم در علم پردازش سیگنال، مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱] تا [۳]. از جمله کاربردهای فیلتر می‌توان متعادل‌ساز کانال، حذف اکو، حذف نویز، بهبود سیگنال، شناسایی سیستم، پیش‌بینی کننده خطی و کنترل تطبیقی را نام برد [۱] تا [۷]. در دهه اخیر، شبکه‌های توزیع شده با رویکرد کاهش حجم ارتباطات و پردازش‌ها و مبتنی بر روش همکاری به عنوان روشی هوشمندانه و بهینه مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. شبکه‌های توزیع شده، کامپیوترهای رومی، رایانه‌های قابل حمل، تلفن‌های همراه و حسگرها را به هم مرتبط می‌کند و به عنوان پایه‌ای برای ارتباطات و کنترل شبکه‌های آینده است.

از کاربردهای آن می‌توان به عنوان حسگر شبکه‌ها، دیده‌بانی محیط، فضا‌های هوشمند و تمرکز روی هدف اشاره کرد [۸] تا [۱۵]. در سال‌های اخیر، الگوریتم‌های تطبیقی توزیع شده متعددی بر پایه روش انتشاری پیشنهاد گردیده است. در روش انتشاری، شبکه را به چندین همسایگی

این مقاله در تاریخ ۹ تیر ماه ۱۳۹۷ دریافت و در تاریخ ۱۳ خرداد ماه ۱۳۹۸ بازنگری شد.

محمد شمس اسفندآبادی (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران، (email: mshams@sru.ac.ir).  
اسماعیل حیدری، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران، ایران، (email: e.heydari@sru.ac.ir).

که در (۲)،  $v_k$  نویز سفید با متوسط صفر و واریانس  $\sigma_{v,k}^2$  در هر گره است. همچنین  $w^o$  مقدار وزن بهینه است که سعی در تخمین زدن آن داریم. در الگوریتم‌های انتشاری در هر گره، هر تخمین از  $w^o$  در دو مرحله تطبیق و ترکیب صورت می‌گیرد. ترتیب انجام مراحل سبب ایجاد دو اصطلاح تطبیق سپس ترکیب و ترکیب سپس تطبیق شده است. استراتژی تطبیق سپس ترکیب، دارای متوسط مربع انحراف کمتر نسبت به استراتژی ترکیب سپس تطبیق است [۲۹]. ما در این مقاله از استراتژی تطبیق سپس ترکیب استفاده کرده‌ایم. رابطه اصلاح وزن الگوریتم تصویر افاین در شبکه انتشاری [۳۰] شامل دو مرحله زیر است

$$\psi_{k,i} = w_{k,i-1} + \mu_k U_{k,i}^* (U_{k,i} U_{k,i}^*)^{-1} e_{k,i} \quad (۳)$$

$$w_{k,i} = \sum_{l \in N_k} c_{lk} \psi_{l,i} \quad (۴)$$

به طوری که

$$e_{k,i} = d_{k,i} - U_{k,i} w_{k,i-1} \quad (۵)$$

$$U_{k,i} = \begin{bmatrix} u_{k,i} \\ u_{k,i-1} \\ \vdots \\ u_{k,i-T+1} \end{bmatrix} \quad (۶)$$

$$d_{k,i} = \begin{bmatrix} d_k(i) \\ d_k(i-1) \\ \vdots \\ d_k(i-T+1) \end{bmatrix} \quad (۷)$$

به طوری که  $T$  تعداد رگرسور یا سطرهای ماتریس ورودی است. در (۳) برای جلوگیری از صفرشدن دترمینان و معکوس‌ناپذیر بودن ماتریس  $U_{k,i} U_{k,i}^*$ ، در عمل درایه‌های ماتریس را با مقدار کوچکی جمع کرده و سپس معکوس می‌گیرند. در (۴)  $N_k$  مجموعه همسایگی‌های گره بوده که با گره  $k$  ارتباط دارد،  $\psi_{k,i}$  نمایانگر تخمین محلی از  $w^o$  در گره  $k$  و در زمان  $i$  است،  $\mu_k$  اندازه گام مربوط به گره  $k$  و ماتریس ترکیب‌کننده  $C = [c_{lk}]$ ، اطلاعات در مورد ساختار شبکه را دربردارد. یعنی  $c_{lk} \neq 0$  با هم ارتباط دارند، ماتریس ترکیب‌کننده باید شرط زیر را ارضا کند

$$\sum_l c_{lk} = 1, \quad l \in N_{k,i-1} \quad (۸)$$

### ۳-۲ الگوریتم SR-DAPA

حجم عملیات در خانواده تصویر افاین به شدت به تعداد بردارهای ورودی وابسته است. اگر به جای اصلاح تمامی بردارهای ورودی در هر تکرار الگوریتم، تعداد بهینه از بردارها را اصلاح کنیم، پیچیدگی محاسباتی به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد. یکی از الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین، SR-DAPA است. این الگوریتم با هدف کاهش پیچیدگی محاسباتی، به جای استفاده از تمام بردارهای ورودی، زیرمجموعه‌ای از بردارها را انتخاب می‌کند. ماتریس  $U_{k,i,H}$ ، ماتریس سیگنال ورودی با بُعد  $Q \times M$  است. همچنین  $d_{k,i,H}$  بردار سیگنال مطلوب  $Q \times 1$  است ( $Q < T$ ) که به صورت (۹) و (۱۰) تعریف می‌شوند

$$U_{k,i,H} = \begin{bmatrix} u_{k,i-t_1} \\ u_{k,i-t_2} \\ \vdots \\ u_{k,i-t_q} \end{bmatrix} \quad (۹)$$

ما در این مقاله، با متغیرسازی اندازه گام، سعی در ارائه روشی جهت بهبود عملکرد الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین انتشاری از نظر سرعت همگرایی و خطای حالت ماندگار داریم. در این مقاله، ما ایده [۲۸] را در شبکه‌های توزیع‌شده انتشاری توسعه می‌دهیم و الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر را پیشنهاد داده و روابط آن را بیان و اثبات می‌کنیم.

الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین شامل الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر (VSS-DAPA)، الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اصلاح جزئی ضرایب با اندازه گام متغیر (VSS-SPU-DAPA)، الگوریتم تصویر افاین انتشاری با انتخاب پویای دنباله ورودی با اندازه گام متغیر (VSS-DS-DAPA)، فرمول‌بندی و روابط آنها بیان شده است. همچنین عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادشده به وسیله شبیه‌سازی‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است.

این مقاله شامل بخش‌های زیر است: در بخش ۲ مروری بر الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین در شبکه انتشاری شده است. در بخش ۴، بعد، اندازه گام بهینه برای این خانواده به دست آمده است. در بخش ۵، پیچیدگی محاسباتی مربوط به الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین انتشاری بررسی شده است. در بخش ۵، نتایج شبیه‌سازی ارائه گردیده و در بخش آخر، نتیجه‌گیری و پیشنهادها ارائه شده است.

علایم ریاضی زیر در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته‌اند:

$\|\cdot\|$ : اندازه اقلیدسی یک بردار

$Tr(\cdot)$ : مجموع عناصر روی قطر اصلی یک ماتریس

$(\cdot)^*$ : ترانهاده مزدوج مختلط یک بردار یا ماتریس

$(\cdot)^{-1}$ : معکوس یک ماتریس یا یک عدد اسکالر

$E\{\cdot\}$ : امید ریاضی

## ۲- خانواده تصویر افاین انتشاری

### ۱-۲ مقدمه‌ای بر الگوریتم خانواده تصویر افاین انتشاری

الگوریتم تصویر افاین برای بهبود رفتار همگرایی الگوریتم‌های از نوع LMS ارائه گردیده است. در این الگوریتم از چندین بردار ورودی جهت اصلاح وزن استفاده می‌شود و این باعث پیچیدگی محاسباتی بالای این الگوریتم شده است. برای کاهش پیچیدگی محاسباتی، روش‌های مختلفی ارائه شده است. در این بخش مروری بر الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین انتشاری شامل الگوریتم‌های DAPA، SR-DAPA، DS-DAPA و SPU-DAPA شده است.

### ۲-۲ الگوریتم DAPA

در یک شبکه شامل  $N$  گره، هر یک از گره‌ها دسترسی به مشاهدات زمانی  $(u_{k,i}, d_k(i), k=1, 2, \dots, N)$  در هر لحظه از زمان  $i$  دارند.  $d_k(i)$  عدد مطلوب اسکالر و  $u_{k,i}$  بردار ورودی بوده و به شکل زیر تعریف می‌شوند

$$u_{k,i} = [u_k(i) \ u_k(i-1) \ \dots \ u_k(i-M+1)] \quad (۱)$$

به طوری که  $M$  تعداد ضرایب فیلتر است. مدل خطی برای هر گره به صورت زیر بیان می‌شود

$$d_k(i) = u_{k,i} w^o + v_k(i) \quad (۲)$$

$$U_{k,i,H_{Q(i)}} = \begin{bmatrix} u_{k,i-t_1} \\ u_{k,i-t_2} \\ \vdots \\ u_{k,i-t_{Q(i)}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

که در آن  $H = \{t_1, t_2, \dots, t_{Q(i)}\}$ ، زیرمجموعه  $Q$  عضو از مجموعه  $\{0, 1, \dots, T-1\}$  است.  $Q(i)$  تعداد بردار ورودی انتخاب‌شده در هر تکرار  $i$  با شرط (۲۱) است

$$e_k^T(i-t) > \frac{2\sigma_{v,k}^T}{2-\mu_k} \quad (21)$$

واریانس نویز در هر گره است.

## ۲-۵ الگوریتم SPU-DAPA

الگوریتم‌های با اصلاح جزئی ضرایب از مهم‌ترین روش‌های کاهش پیچیدگی محاسبات است. در این روش ضرایب بردارهای ورودی به  $B$  بلوک مساوی هر یک به طول  $L = M/B$  تقسیم می‌شود و  $S$  بلوک از کل بلوک‌ها، طبق ضابطه خاصی انتخاب و اصلاح می‌شوند. رابطه اصلاح وزن این الگوریتم به صورت (۲۲) و (۲۳) است

$$\psi_{k,i,F} = w_{k,i-\gamma,F} + \mu_k U_{k,i,F}^* (U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*)^{-1} e_{k,i} \quad (22)$$

$$w_{k,i} = \sum_{l \in N_k} c_{lk} \psi_{l,i} \quad (23)$$

به طوری که  $U_{k,i,F}$  ماتریس با ابعاد  $T \times SL$  از ماتریس (۶) و  $\psi_{k,i,F}$  و  $w_{k,i-\gamma,F}$  بردارهای  $SL \times 1$  از  $w_{k,i-\gamma}$  هستند که نحوه محاسبه آنها در ادامه آمده است. فرض کنید  $U_{k,i,G}$  بلوک  $G$  ام از  $U_{k,i}$  باشد. شاخص‌های  $G$  طبق معیار زیر محاسبه می‌شوند:

(۱) ابتدا برای هر  $1 \leq G \leq B$  مقدار (۲۴) محاسبه می‌شود

$$\text{Tr}(U_{k,i,G} U_{k,i,G}^*)^{-1} \quad (24)$$

(۲) تعداد  $S$  بلوک از بزرگ‌ترین مقادیر (۲۴) انتخاب شده و ماتریس  $U_{k,i,F}$  را به وجود می‌آورند. به همان ترتیبی که بلوک‌های ماتریس  $U_{k,i,F}$  انتخاب شده‌اند،  $S$  بلوک از  $w_{k,i-\gamma}$  و  $\psi_{k,i}$  بردارهای  $w_{k,i-\gamma,F}$  و  $\psi_{k,i,F}$  را تشکیل می‌دهند.

## ۳- الگوریتم‌های پیشنهادی

در این بخش جهت بهبود عملکرد الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین انتشاری، الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر را پیشنهاد می‌کنیم و روابط آنها را اثبات کرده و به دست می‌آوریم.

### ۱-۳ الگوریتم VSS-DAPA

رابطه بازگشتی (۳) با کمک رابطه‌های بردار انحراف وزن، با مقادیرهای بهینه  $\tilde{w}_{k,i-\gamma} = w^o - w_{k,i-\gamma}$  و  $\tilde{\psi}_{k,i} = w^o - \psi_{k,i}$  به رابطه زیر تبدیل می‌شود

$$\tilde{\psi}_{k,i} = \tilde{w}_{k,i-\gamma} - \mu_k U_{k,i}^* (U_{k,i} U_{k,i}^*)^{-1} e_{k,i} \quad (25)$$

با متوسط و مربع‌گرفتن از طرفین رابطه فوق، رابطه زیر استخراج می‌گردد

$$E \|\tilde{\psi}_{k,i}\|^2 \triangleq E \|\tilde{w}_{k,i-\gamma}\|^2 - \Delta \mu_k \quad (26)$$

به طوری که

$$d_{k,i,H} = \begin{bmatrix} d_k(i) \\ d_k(i-t_1) \\ d_k(i-t_2) \\ \vdots \\ d_k(i-t_{Q(i)}) \end{bmatrix} \quad (10)$$

که در آن  $H = \{t_1, t_2, \dots, t_{Q(i)}\}$ ، زیرمجموعه  $Q$  عضو از مجموعه  $\{0, 1, \dots, T-1\}$  است به طوری که  $Q$  تا از بزرگ‌ترین مقادیر (۱۱) به عنوان اعضای  $H$  انتخاب می‌شوند

$$\frac{e_k^T(i-t)}{\|u_{k,i-t}\|^2}, \quad 0 \leq t \leq T-1 \quad (11)$$

9

$$e_{k,i} = \begin{bmatrix} e_k(i) \\ e_k(i-1) \\ \vdots \\ e_k(i-T+1) \end{bmatrix} \quad (12)$$

رابطه اصلاح وزن این الگوریتم به صورت (۱۳) و (۱۴) است

$$\psi_{k,i} = w_{k,i-\gamma} + \mu_k U_{k,i,H}^* (U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*)^{-1} e_{k,i,H} \quad (13)$$

$$w_{k,i} = \sum_{l \in N_k} c_{lk} \psi_{l,i} \quad (14)$$

به طوری که

$$e_{k,i,H} = d_{k,i,H} - U_{k,i,H} w_{k,i-\gamma} \quad (15)$$

### ۲-۴ الگوریتم DS-DAPA

یکی دیگر از الگوریتم‌های کاهش‌دهنده پیچیدگی محاسبات، الگوریتم DS-APA است. این الگوریتم همانند الگوریتم SR-APA، در هر تکرار به جای اصلاح تمامی بردارهای ورودی، تعداد بهینه از بردارهای ورودی را انتخاب و اصلاح می‌کند. در الگوریتم SR-APA تعداد بردارهای انتخابی ثابت است اما در الگوریتم DS-APA تعداد بردارها متغیر و بهینه انتخاب می‌شود. رابطه اصلاح وزن این الگوریتم در شبکه توزیع‌شده انتشاری به صورت (۱۶) و (۱۷) است

$$\psi_{k,i} = w_{k,i-\gamma} + \mu_k U_{k,i,H_{Q(i)}}^* (U_{k,i,H_{Q(i)}} U_{k,i,H_{Q(i)}}^*)^{-1} e_{k,i,H_{Q(i)}} \quad (16)$$

$$w_{k,i} = \sum_{l \in N_k} c_{lk} \psi_{l,i} \quad (17)$$

به طوری که بردار خطا بوده و به صورت (۱۸) است

$$e_{k,i,H_{Q(i)}} = d_{k,i,H_{Q(i)}} - U_{k,i,H_{Q(i)}} w_{k,i-\gamma} \quad (18)$$

همچنین

$$d_{k,i,H_{Q(i)}} = \begin{bmatrix} d_k(i) \\ d_k(i-t_1) \\ d_k(i-t_2) \\ \vdots \\ d_k(i-t_{Q(i)}) \end{bmatrix} \quad (19)$$

در الگوریتم‌های از نوع تصویر افاین، ثابت می‌شود که اگر مقدار اندازه گام مابین صفر و دو باشد، الگوریتم پایدار خواهد بود و خارج از این محدوده، الگوریتم ناپایدار است. لذا جهت پایداری فیلتر تطبیقی، معمولاً  $\mu_{\max}$  کمتر از ۲ انتخاب می‌شود [۳۱].

### ۳-۲ الگوریتم VSS-SR-DAPA

به کمک رابطه‌های بردار انحراف وزن و رابطه بازگشتی (۱۳) داریم

$$\tilde{\psi}_{k,i} = \tilde{w}_{k,i-1} - \mu_{k,i} U_{k,i,H}^* (U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*)^{-1} e_{k,i,H} \quad (38)$$

نحوه محاسبه  $U_{k,i,H}$  و  $e_{k,i,H}$  مطابق زیربخش ۲-۲ است. با متوسط و مربع گرفتن از طرفین (۳۸)، رابطه زیر استخراج می‌گردد

$$E \|\tilde{\psi}_{k,i}\|^2 \triangleq E \|\tilde{w}_{k,i-1}\|^2 - \Delta \mu_k \quad (39)$$

به طوری که

$$\Delta \mu_k = 2\mu_k \operatorname{Re}\{E[e_{k,i,H}^* (U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*)^{-1} U_{k,i,H} \tilde{w}_{k,i-1}]\} - \mu_k^2 E[e_{k,i,H}^* (U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*)^{-1} e_{k,i,H}] \quad (40)$$

با مشتق گرفتن از طرفین (۴۰)، رابطه زیر به دست می‌آید

$$\dot{\mu}_{k,i} = \frac{\operatorname{Re}\{E[e_{k,i,H}^* (U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*)^{-1} U_{k,i,H} \tilde{w}_{k,i-1}]\}}{E[e_{k,i,H}^* (U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*)^{-1} e_{k,i,H}]} \quad (41)$$

با فرض استقلال آماری داده ورودی و مستقل بودن نویز و همچنین عدم وابستگی  $\tilde{w}_{k,i-1}$  به نویزهای گذشته، داریم

$$\dot{\mu}_{k,i} = \frac{E \|\tilde{w}_{k,i-1}\|_{\Sigma}}{E \|\tilde{w}_{k,i-1}\|_{\Sigma} + \sigma_{v,k}^2 \operatorname{Tr}\{E[U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*]^{-1}\}} \quad (42)$$

که

$$E[\tilde{w}_{k,i-1}]_{\Sigma} = E[\tilde{w}_{k,i-1} U_{k,i,H}^* [U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*]^{-1} U_{k,i,H} \tilde{w}_{k,i-1}] \quad (43)$$

با توجه به زیربخش ۳-۱،  $P_{k,i}$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$P_{k,i} \triangleq U_{k,i,H}^* [U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*]^{-1} U_{k,i,H} \tilde{w}_{k,i-1} \quad (44)$$

با متوسط گرفتن از نرم اقلیدسی (۴۴)، اندازه گام زیربهمینه به صورت (۴۵) به دست می‌آید

$$\mu_{k,i} = \frac{E \|P_{k,i}\|^2}{E \|P_{k,i}\|^2 + \sigma_{v,k}^2 \operatorname{Tr}\{E[U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*]^{-1}\}} \quad (45)$$

وقتی  $v_k(i) = 0$ ،  $P_{k,i}$  را به صورت زیر تقریب می‌زنیم

$$\hat{p}_{k,i+1} = \alpha \hat{p}_{k,i} + (1-\alpha) U_{k,i,H}^* [U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*]^{-1} e_{k,i,H} \quad (46)$$

و  $0 \leq \alpha < 1$  است. با جایگذاری  $\|P_{k,i}\|^2$  به جای  $E \|P_{k,i}\|^2$  و با تقریب  $\gamma_k \approx Q/SNR_k$  به جای  $\sigma_{v,k}^2 \operatorname{Tr}\{E[U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*]^{-1}\}$ ، رابطه اصلاح وزن الگوریتم تصویر افاین با انتخاب دنباله ورودی در شبکه انتشاری با اندازه گام بهینه به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\psi_{k,i} = w_{k,i-1} + \mu_{k,i} U_{k,i,H}^* (U_{k,i,H} U_{k,i,H}^*)^{-1} e_{k,i,H} \quad (47)$$

$$w_{k,i} = \sum_{l \in N_k} c_{lk} \psi_{l,i} \quad (48)$$

به طوری که

$$\Delta \mu_k = 2\mu_k \operatorname{Re}\{E[e_{k,i}^* (U_{k,i} U_{k,i}^*)^{-1} U_{k,i} \tilde{w}_{k,i-1}]\} - \mu_k^2 E[e_{k,i}^* (U_{k,i} U_{k,i}^*)^{-1} e_{k,i}] \quad (27)$$

در (۲۷) اگر  $\mu_k$  را چنان بزرگ انتخاب کنیم که منجر به  $\Delta \mu_k$  بزرگ شود، بیشترین کاهش را در متوسط مربع خطا از مرحله  $i$  به مرحله قبل خواهیم داشت و بنابراین جهت رسیدن به اندازه گام بهینه، نسبت به  $\mu_k$  مشتق می‌گیریم

$$\dot{\mu}_{k,i} = \frac{\operatorname{Re}\{E[e_{k,i}^* (U_{k,i} U_{k,i}^*)^{-1} U_{k,i} \tilde{w}_{k,i-1}]\}}{E[e_{k,i}^* (U_{k,i} U_{k,i}^*)^{-1} e_{k,i}]} \quad (28)$$

حال با فرض این که در هر گره نویز با توزیع یکنواخت و مستقل است و با توجه به استقلال آماری داده ورودی و صرف نظر از وابستگی  $\tilde{w}_{k,i-1}$  به نویزهای گذشته، اندازه گام بهینه به صورت زیر تقریب زده می‌شود

$$\dot{\mu}_{k,i} = \frac{E[\tilde{w}_{k,i-1}]_{\Sigma}}{E[\tilde{w}_{k,i-1}]_{\Sigma} + \sigma_{v,k}^2 \operatorname{Tr}\{E[U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1}\}} \quad (29)$$

که در آن  $E[\tilde{w}_{k,i-1}]_{\Sigma} = E[\tilde{w}_{k,i-1} U_{k,i}^* [U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1} U_{k,i} \tilde{w}_{k,i-1}]$  همچنین  $R(U_{k,i}^*)$  یک ماتریس تصویر بر روی  $U_{k,i}^* [U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1} U_{k,i}$  در محدوده فضایی  $U_{k,i}^*$  است.  $P_{k,i}$  که تصویر  $[\tilde{w}_{k,i-1}]$  بر روی  $R(U_{k,i}^*)$  است به صورت زیر تعریف می‌شود

$$P_{k,i} \triangleq U_{k,i}^* [U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1} U_{k,i} \tilde{w}_{k,i-1} \quad (30)$$

با متوسط گرفتن از نرم اقلیدسی اندازه گام بهینه به دست می‌آید

$$\|P_{k,i}\|^2 = \tilde{w}_{k,i-1}^* U_{k,i}^* [U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1} U_{k,i} \tilde{w}_{k,i-1} \quad (31)$$

$$\dot{\mu}_{k,i} = \frac{E \|P_{k,i}\|^2}{E \|P_{k,i}\|^2 + \sigma_{v,k}^2 \operatorname{Tr}\{E[U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1}\}} \quad (32)$$

در رابطه اندازه گام بهینه،  $P_{k,i}$  در دسترس نیست زیرا  $w^o$  در آن نامعلوم است. با توجه به مشکل فوق،  $P_{k,i} = U_{k,i}^* [U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1} e_{k,i}$  وقتی  $v_k(i) = 0$  است که متوسط آن به صورت زیر حاصل می‌گردد

$$E[P_{k,i}] = E[U_{k,i}^* [U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1} e_{k,i}] \quad (33)$$

بنابراین می‌توانیم  $P_{k,i}$  را به صورت زیر تقریب بزیم

$$\hat{p}_{k,i+1} = \alpha \hat{p}_{k,i} + (1-\alpha) U_{k,i}^* [U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1} e_{k,i} \quad (34)$$

و  $0 \leq \alpha < 1$  است. با جایگذاری  $\|P_{k,i}\|^2$  به جای  $E \|P_{k,i}\|^2$  و با تقریب  $\beta_k \approx T/SNR_k$  به جای  $\sigma_{v,k}^2 \operatorname{Tr}\{E[U_{k,i} U_{k,i}^*]^{-1}\}$ ، نسبت واریانس سیگنال ورودی به واریانس نویز در هر گره است، رابطه اصلاح وزن الگوریتم تصویر افاین در شبکه انتشاری با اندازه گام بهینه به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\psi_{k,i} = w_{k,i-1} + \mu_{k,i} U_{k,i}^* (U_{k,i} U_{k,i}^*)^{-1} [d_{k,i} - U_{k,i} w_{k,i-1}] \quad (35)$$

$$w_{k,i} = \sum_{l \in N_k} c_{lk} \psi_{l,i} \quad (36)$$

به طوری که

$$\mu_{k,i} = \mu_{\max} \cdot \frac{\|\hat{P}_{k,i}\|^2}{\|\hat{P}_{k,i}\|^2 + \beta_k} \quad (37)$$

جدول ۱: مقایسه پیچیدگی محاسباتی الگوریتم‌های تطبیقی انتشاری در هر نمونه ورودی.

الگوریتم	تعداد ضرب‌کننده‌ها	تعداد مقایسه‌کننده‌ها
DAPA	$N((T^r + \nu T)M + T^r + T^r + NM)$	-
SPU-DAPA	$N((T^r + \nu T)SL + T^r + T^r + \nu + NM)$	$NB \log_r NS + O(NB)$
SR-DAPA	$N((Q^r + T + Q)M + Q^r + Q^r + (T - Q)M + T + \nu + NM)$	$NT \log_r NQ + O(NT)$
DS-DAPA	$N((Q(i)^r + T + Q(i))M + Q(i)^r + Q(i)^r + NM)$	$NT$
VSS-DAPA	$N((T^r + \nu T)M + T^r + T^r + \nu M + NM)$	-
VSS-SPU-DAPA	$N((T^r + \nu T)SL + T^r + T^r + \nu SL + \nu + NM)$	$NB \log_r NS + O(NB)$
VSS-SR-DAPA	$N((Q^r + T + Q)M + Q^r + Q^r + (T - Q)M + T + \nu + \nu M + NM)$	$NT \log_r NQ + O(NT)$
VSS-DS-DAPA	$N((Q(i)^r + T + Q(i))M + Q(i)^r + Q(i)^r + \nu M + NM)$	$NT$

با فرض استقلال آماری داده ورودی و مستقل بودن نویز و همچنین عدم وابستگی  $\tilde{w}_{k,i-\nu,F}$  به نویزهای گذشته، داریم

$$\mu_{k,i} = \frac{E \|\tilde{w}_{k,i-\nu,F}\|_{\Sigma}}{E \|\tilde{w}_{k,i-\nu,F}\|_{\Sigma} + \sigma_{\nu,k}^r \text{Tr}\{E[U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*]^{-1}\}} \quad (57)$$

که

$$E[\tilde{w}_{k,i-\nu,F}]_{\Sigma} = E[\tilde{w}_{k,i-\nu,F}^* U_{k,i,F}^* [U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*]^{-1} U_{k,i,F} \tilde{w}_{k,i-\nu,F}] \quad (58)$$

با توجه به زیربخش قبل،  $P_{k,i,F}$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$P_{k,i,F} \triangleq U_{k,i,F}^* [U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*]^{-1} U_{k,i,F} \tilde{w}_{k,i-\nu,F} \quad (59)$$

با متوسط‌گرفتن از نرم اقلیدسی (۵۹)، اندازه گام بهینه به صورت (۶۰) به دست می‌آید

$$\mu_{k,i} = \frac{E \|P_{k,i,F}\|^r}{E \|P_{k,i,F}\|^r + \sigma_{\nu,k}^r \text{Tr}\{E[U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*]^{-1}\}} \quad (60)$$

وقتی  $\nu_k(i) = 0$ ،  $P_{k,i,F}$  را به صورت زیر تقریب می‌زنیم

$$\hat{P}_{k,i+\nu,F} = \alpha \hat{P}_{k,i,F} + (1 - \alpha) U_{k,i,F}^* [U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*]^{-1} e_{k,i} \quad (61)$$

و  $0 \leq \alpha < 1$  است. با جایگذاری  $\|P_{k,i,F}\|^r$  به جای  $E \|P_{k,i,F}\|^r$  و با تقریب  $\beta_k \approx T / \text{SNR}_k$  به جای  $\sigma_{\nu,k}^r \text{Tr}\{E[U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*]^{-1}\}$ ، رابطه اصلاح وزن الگوریتم تصویر افاین با اصلاح جزئی ضرایب در شبکه انتشاری با اندازه گام بهینه به صورت زیر تعریف می‌شود

$$\psi_{k,i,F} = w_{k,i-\nu,F} + \mu_{k,i} U_{k,i,F}^* (U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*)^{-1} e_{k,i} \quad (62)$$

$$w_{k,i} = \sum_{l \in N_k} c_{lk} \psi_{l,i} \quad (63)$$

به طوری که

$$\mu_{k,i} = \mu_{\max} \cdot \frac{\|\hat{P}_{k,i,F}\|^r}{\|\hat{P}_{k,i,F}\|^r + \beta_k} \quad (64)$$

### ۴- پیچیدگی محاسباتی

جدول ۱ تعداد ضرب‌کننده‌ها و مقایسه‌کننده‌ها در هر تکرار برای الگوریتم‌های ارائه‌شده در این مقاله را نشان می‌دهد. تعداد ضرب‌کننده‌ها بدون احتساب ضرب‌های مربوط به اندازه گام محاسبه شده‌اند. در مقایسه رابطه اصلاح وزن DAPA با VSS-DAPA مشخص است که الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر به علت اندازه گام متغیر به

$$\mu_{k,i} = \mu_{\max} \cdot \frac{\|\hat{P}_{k,i}\|^r}{\|\hat{P}_{k,i}\|^r + \gamma_k} \quad (49)$$

### ۳-۳ الگوریتم VSS-DS-DAPA

با توجه به بخش ۲، الگوریتم DS-DAPA شبیه به الگوریتم SR-DAPA است با این تفاوت که تعداد انتخاب‌ها در این الگوریتم متغیر است. با توجه به تفاوت (۱۳) و (۱۶) و همچنین توجه به (۴۷) تا (۴۹) و VSS-DS-DAPA به صورت زیر به دست می‌آید

$$\psi_{k,i} = w_{k,i-\nu} + \mu_{k,i} U_{k,i,H_{Q(i)}}^* (U_{k,i,H_{Q(i)}} U_{k,i,H_{Q(i)}}^*)^{-1} e_{k,i,H_{Q(i)}} \quad (50)$$

$$w_{k,i} = \sum_{l \in N_k} c_{lk} \psi_{l,i} \quad (51)$$

به طوری که

$$\mu_{k,i} = \mu_{\max} \cdot \frac{\|\hat{P}_{k,i}\|^r}{\|\hat{P}_{k,i}\|^r + \beta_k} \quad (52)$$

و  $U_{k,i,H_{Q(i)}}$  و  $e_{k,i,H_{Q(i)}}$  مطابق با زیربخش ۲-۳ به دست می‌آیند.

### ۳-۴ الگوریتم VSS-SPU-DAPA

رابطه بازگشتی (۲۲) با کمک رابطه‌های بردار انحراف وزن با مقادیرهای بهینه  $\tilde{w}_{k,i-\nu,F} = w_{k,i-\nu,F}^o - w_{k,i-\nu,F}$  و  $\tilde{\psi}_{k,i,F} = w_{k,i,F}^o - \psi_{k,i,F}$  به رابطه زیر تبدیل می‌شود

$$\tilde{\psi}_{k,i,F} = \tilde{w}_{k,i-\nu,F} - \mu_k U_{k,i,F}^* (U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*)^{-1} e_{k,i} \quad (53)$$

نحوه محاسبه  $U_{k,i,F}$ ،  $\tilde{w}_{k,i-\nu,F}$  و  $\tilde{\psi}_{k,i,F}$  مطابق زیربخش ۲-۴ است. همچنین  $w_{k,i}^o$  از روی  $w^o$  مطابق با زیربخش ۲-۴ تعیین می‌شود. با متوسط و مربع‌گرفتن از طرفین (۵۳)، رابطه زیر استخراج می‌گردد

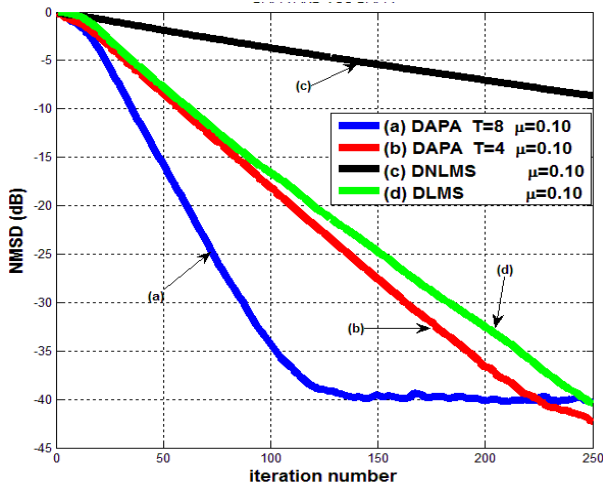
$$E \|\tilde{\psi}_{k,i,F}\|^r \triangleq E \|\tilde{w}_{k,i-\nu,F}\|^r - \Delta \mu_k \quad (54)$$

به طوری که

$$\Delta \mu_k = \nu \mu_k \text{Re}\{E[e_{k,i}^* (U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*)^{-1} U_{k,i,F} \tilde{w}_{k,i-\nu,F}]\} - \mu_k^r E[e_{k,i}^* (U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*)^{-1} e_{k,i}] \quad (55)$$

با مشتق‌گرفتن از طرفین (۵۵)، رابطه زیر به دست می‌آید

$$\mu_{k,i} = \frac{\text{Re}(E[e_{k,i}^* (U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*)^{-1} U_{k,i,F} \tilde{w}_{k,i-\nu,F}])}{E[e_{k,i}^* (U_{k,i,F} U_{k,i,F}^*)^{-1} e_{k,i}]} \quad (56)$$



شکل ۲: مقایسه الگوریتم های DAPA با الگوریتم های DLMS و DNLS.

جدول ۲: مقایسه عددی پیچیدگی محاسباتی الگوریتم های تطبیقی انتشاری در هر نمونه ورودی بر مبنای تعداد ضرب کننده ها.

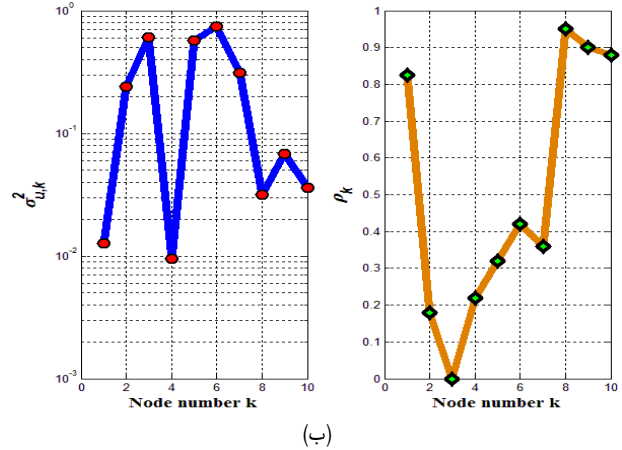
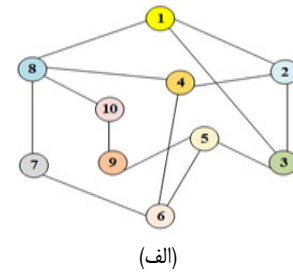
$T=8, N=10, Q=4, Q(i)=2$	$M=8$	$M=16$	$M=32$
DAPA	۱۲۹۶۰	۲۰۱۶۰	۳۴۵۶۰
VSS-DAPA	۱۳۱۲۰	۲۰۴۸۰	۳۵۲۰۰
VSS-SPU-DAPA	۹۸۵۰	۱۳۹۳۰	۲۲۰۹۰
VSS-SR-DAPA	۴۴۱۰	۷۹۳۰	۱۴۹۷۰
VSS-DS-DAPA	۲۲۰۰	۴۲۸۰	۸۴۴۰

هر گره و  $\rho_k$  در شکل ۱-ب نشان داده شده است. تعداد ضرایب فیلتر  $M=16$  است. سیگنال ورودی در هر گره از طریق گذراندن دنباله تصادفی گوسین از سیستم مرتبه اول با تابع تبدیل  $z$  زیر حاصل می شود

$$G_k(z) = \frac{1}{1 - \rho_k z^{-1}} \quad (۶۵)$$

دنباله نویز برای هر گره نویز سفید با واریانس  $(\sigma_{v,k}^2 = 0.01)$  در نظر گرفته شده است.  $\mu_{max} = 1$  و ضریب فراموشی  $\alpha = 0.99$  انتخاب شده و ماتریس ترکیب گر  $C$  بر اساس قانون متروپلیس [۳۲] محاسبه گردیده و منحنی متوسط مربع انحرافات با میانگین گیری از ۵۰ تکرار مستقل به دست آمده است. در شبیه سازی ها در حالت  $T=8$ ،  $\gamma_k \approx 0.18Q/SNR_k$  و  $\beta_k \approx 0.18T/SNR_k$  و در حالت  $T=4$ ،  $\gamma_k \approx 0.1Q/SNR_k$  و  $\beta_k \approx 0.1T/SNR_k$  فرض شده است.

در شکل ۲ الگوریتم DAPA با الگوریتم های حداقل میانگین مربعات انتشاری (DLMS) و حداقل میانگین مربعات نرمالیزه شده انتشاری (DNLS) مقایسه شده و معیار مقایسه  $NMSD = \|w^p - w\|^2 / \|w^p\|^2$  بوده و همان طور که مشخص است، الگوریتم تصویر افاین دارای رفتار همگرایی بهتر نسبت به دو الگوریتم دیگر است. در شکل های ۳ و ۴ الگوریتم های تصویر افاین انتشاری با اندازه گام های ثابت و متغیر در دو حالت  $T=8$  و  $T=4$  مقایسه شده است. الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام های کوچک و بزرگ، عملکرد مطلوبی ندارد اما الگوریتم VSS-DAPA به دلیل کنترل اندازه گام دارای عملکرد مطلوب از نظر سرعت همگرایی بالا و خطای حالت ماندگار کم به طور هم زمان است. در شکل های ۵ و ۶ عملکرد الگوریتم VSS-SR-DAPA بررسی شده است. در شکل ۵،  $T=8$  و در شکل ۶،  $T=4$  انتخاب شده است. همان طور که مشخص است با وجود این که در این الگوریتم، نیمی از کل بردارها انتخاب شده و پیچیدگی محاسباتی بسیار کمتر شده، دارای



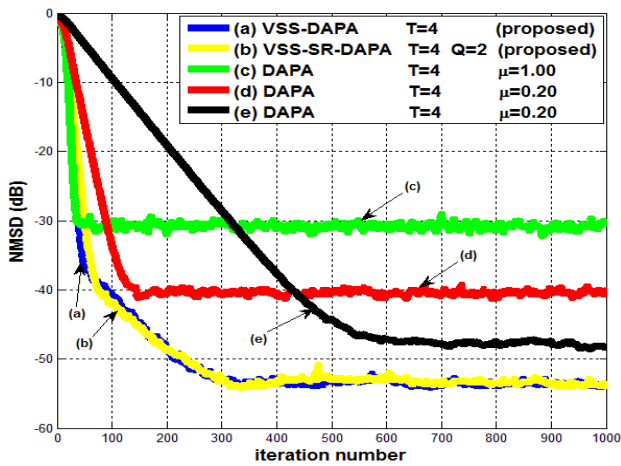
شکل ۱: تنظیمات شبکه توزیع شده انتشاری، (الف) توپولوژی شبکه و (ب) مقادیر  $\rho_k$  و واریانس ورودی  $(\sigma_{u,k}^2)$  برای هر گره  $k$ .

$2NM$  ضرب اضافی در هر نمونه از ورودی نیاز دارد. همچنین الگوریتم VSS-SPU-DAPA در مقایسه با الگوریتم SPU-DAPA به  $2NSL$  ضرب اضافی و  $NB \log_2 NS + O(NB)$  مقایسه در هر نمونه از ورودی نیاز دارد. واضح است که پیچیدگی محاسبات الگوریتم VSS-SPU-DAPA نسبت به الگوریتم VSS-DAPA بسیار کمتر است. در الگوریتم VSS-SR-DAPA،  $2NM$  ضرب اضافی در مقایسه با SR-DAPA در هر نمونه از ورودی وجود دارد. همچنین این الگوریتم به  $NT \log_2 NP + O(NT)$  مقایسه نیز نیاز دارد. واضح است که پیچیدگی محاسبات الگوریتم VSS-SR-APA از الگوریتم VSS-DAPA کمتر می باشد. الگوریتم VSS-DS-APA نیز در مقایسه با VSS-DS-DAPA به  $2NM$  ضرب اضافی نیاز دارد. در جدول ۲ به بررسی پیچیدگی محاسباتی با مقدارهای عددی پرداخته ایم. الگوریتم VSS-DAPA در مقایسه با الگوریتم DAPA اندکی حجم محاسباتی بالاتری دارد و ایده های اصلاح جزئی ضرایب، انتخاب دنباله ورودی و انتخاب پویای دنباله ورودی به خوبی توانسته اند این مشکل را رفع نمایند.

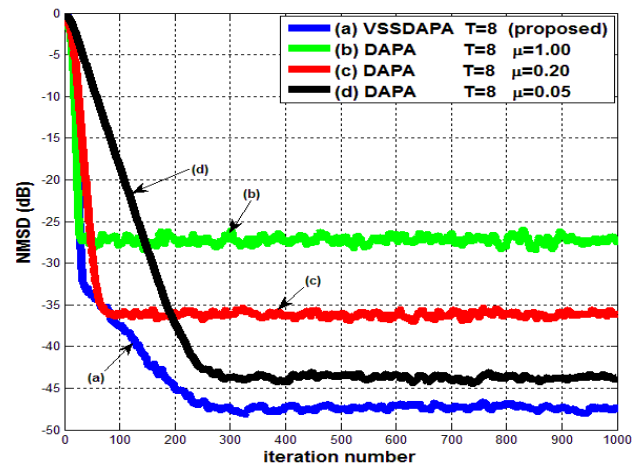
تغییرات مقدار اندازه گام در الگوریتم های با اندازه گام متغیر می تواند پایداری الگوریتم را با مشکل مواجه کند. در روابط مربوط به تعیین مقدار اندازه گام در هر مرحله، پارامتر  $\mu_{max}$  را افزوده ایم. این پارامتر حداکثر مقدار اندازه گام را کنترل می کند. همان طور که اشاره شد، جهت پایداری الگوریتم های ارائه شده، لازم است مقدار اندازه گام از ۲ فراتر نرود. معمولاً در مراحل ابتدایی، جهت افزایش سرعت، گام ها بزرگ برداشته می شوند و سپس جهت رسیدن به خطای کمینه، گام ها کوچک می شوند. در بخش بعد به بررسی مقادیر اندازه گام پرداخته ایم.

### ۵- نتایج شبیه سازی

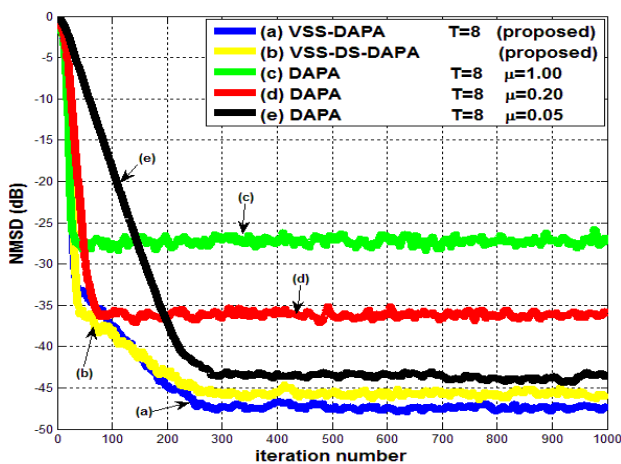
برای بررسی عملکرد الگوریتم های ارائه شده، از ساختار شناسایی سیستم استفاده کرده ایم. شبکه انتشاری را با ۱۰ گره ( $N=10$ ) مطابق شکل ۱-الف در نظر می گیریم. مقدار واریانس سیگنال ورودی مربوط به



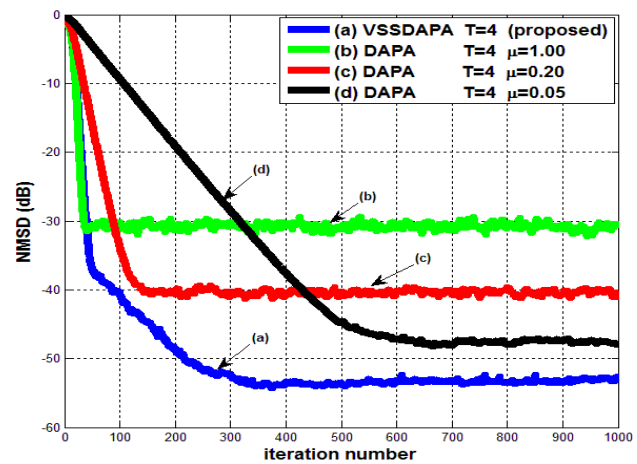
شکل ۶: مقایسه الگوریتم‌های DAPA، VSS-DAPA و VSS-SR-DAPA.



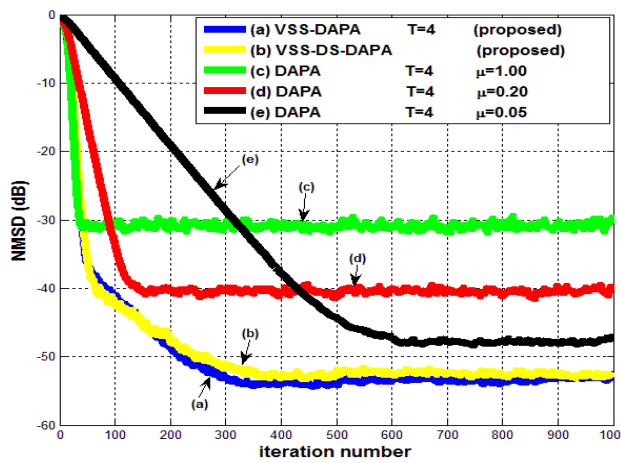
شکل ۳: مقایسه الگوریتم‌های DAPA و VSS-DAPA.



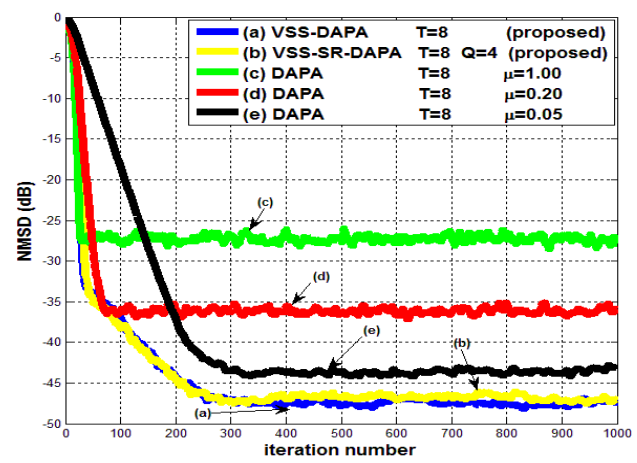
شکل ۷: مقایسه الگوریتم‌های DAPA، VSS-DAPA و VSS-DS-DAPA.



شکل ۴: مقایسه الگوریتم‌های DAPA و VSS-DAPA.



شکل ۸: مقایسه الگوریتم‌های DAPA، VSS-DAPA و VSS-DS-DAPA.

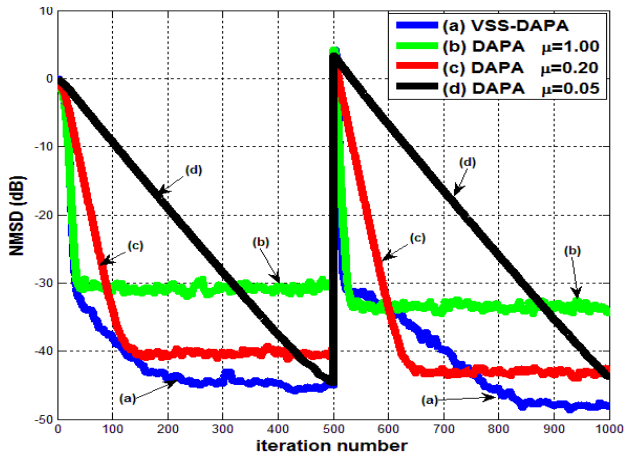


شکل ۵: مقایسه الگوریتم‌های DAPA، VSS-DAPA و VSS-SR-DAPA.

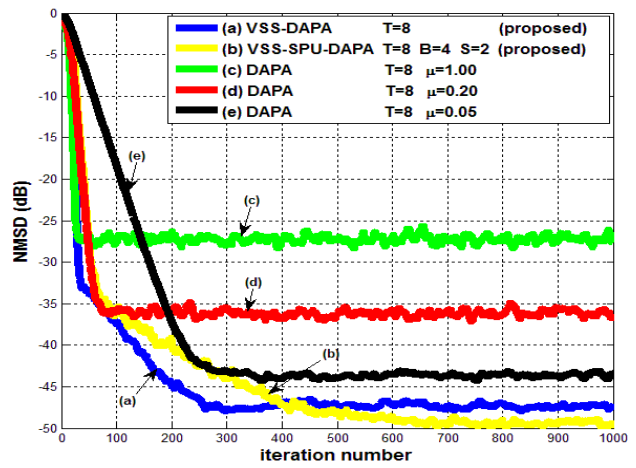
خطای کم هستند. در شکل ۱۲ عملکرد ردیابی الگوریتم VSS-DAPA و الگوریتم DAPA مورد بررسی قرار گرفته است. روش کار به این صورت بوده که ضرایب سیستم ناشناخته مورد استفاده، در تکرار مرکزی به سیستم ناشناخته دیگر با همان طول ضرایب تغییر یافته است. نتیجه شبیه‌سازی بیانگر این است که الگوریتم پیشنهادی دارای عملکرد بهتر نسبت به الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام ثابت است. در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ جهت بررسی پایداری، مقادیر اندازه گام را رسم کرده‌ایم. در الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین لازم است این مقادیر بین صفر و دو باشند که در شکل نشان از پایداری سیستم دارد. در شکل ۱۵، روند انتخاب تعداد بلوک‌ها در الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام

عملکردی مشابه با الگوریتم VSS-DAPA است و سرعت همگرایی بالا و خطای حالت ماندگار کم را دارد. شکل‌های ۷ و ۸ عملکرد مطلوب الگوریتم VSS-DS-DAPA را برای دو حالت  $T=4$  و  $T=8$  نشان می‌دهد. در این الگوریتم با انتخاب بهینه از بردارهای ورودی، پیچیدگی محاسباتی بسیار کم شده است. در شکل‌های ۹ و ۱۰ عملکرد الگوریتم VSS-SPU-DAPA در دو حالت  $T=4$  و  $T=8$  نشان داده شده است، این الگوریتم دارای بار محاسباتی کمتر نسبت به الگوریتم VSS-DAPA بوده و دارای خطای حالت ماندگار کم و سرعت همگرایی بالا به طور هم‌زمان است. شکل ۱۱ الگوریتم‌های پیشنهادی را نشان می‌دهد. مشخص است که تمامی الگوریتم‌های پیشنهادی دارای سرعت بالا و

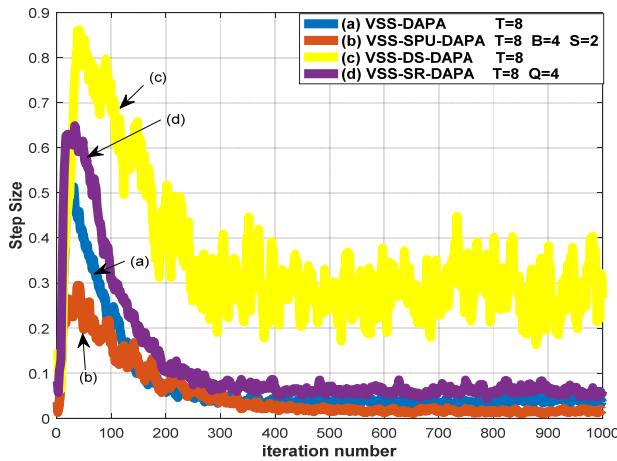




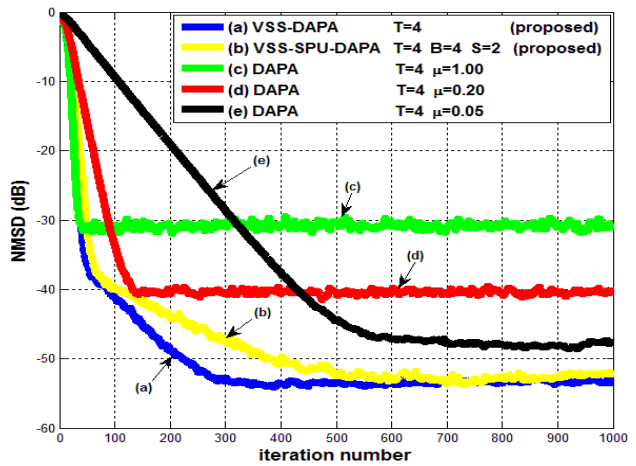
شکل ۱۲: عملکرد ردیابی VSS-DAPA و DAPA.



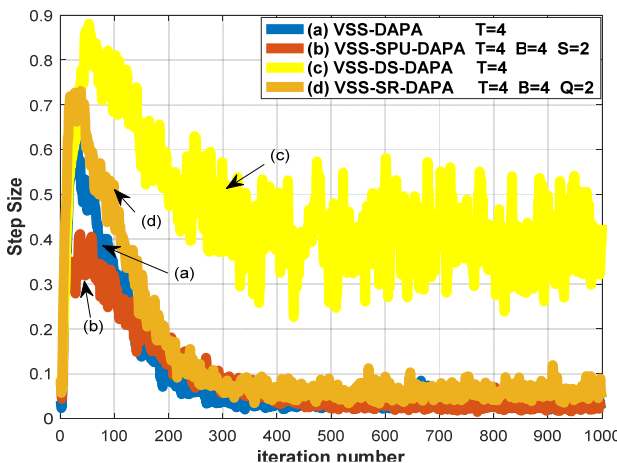
شکل ۹: مقایسه الگوریتم‌های DAPA، VSS-DAPA و VSS-SPU-DAPA.



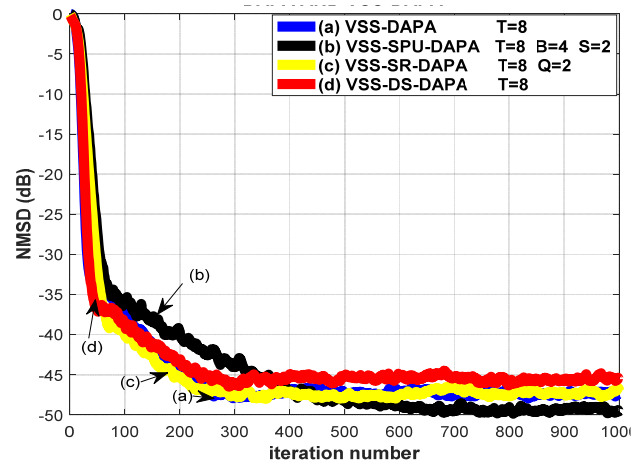
شکل ۱۳: بررسی پایداری الگوریتم‌های پیشنهادی.



شکل ۱۰: مقایسه الگوریتم‌های DAPA، VSS-DAPA و VSS-SPU-DAPA.



شکل ۱۴: بررسی پایداری الگوریتم‌های پیشنهادی.



شکل ۱۱: مقایسه الگوریتم‌های پیشنهادی.

عملکرد الگوریتم تصویر افاین انتشاری گردید. جهت کاهش پیچیدگی محاسباتی، روش‌های اصلاح جزئی ضرایب، انتخاب دنباله ورودی و روش انتخاب پویای دنباله ورودی را بیان کرده و الگوریتم‌های VSS-SR-DAPA، VSS-SPU-DAPA و VSS-DS-DAPA را پیشنهاد و اثبات کردیم. در الگوریتم‌های پیشنهادی، اندازه گام متغیر را بر مبنای مینیمم کردن متوسط مربع انحراف به دست آوردیم. عملکرد الگوریتم‌های خانواده تصویر افاین انتشاری با اندازه گام ثابت و متغیر را به کمک شبیه‌سازی مورد بررسی قرار دادیم و نتایج حکایت از آن داشت که الگوریتم‌های پیشنهادی دارای عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم با اندازه گام ثابت است و همچنین دارای سرعت همگرایی بالا و خطای حالت

متغیر با انتخاب دنباله ورودی را نشان داده‌ایم. همان طور که مشخص است، الگوریتم جهت دستیابی به سرعت همگرایی بالا، اندازه گام را بزرگ برداشته و سپس جهت رسیدن به خطای کم، گام‌ها را کوچک می‌کند. شکل ۱۶ به بررسی پیچیدگی محاسباتی الگوریتم می‌پردازد. این شکل مقادیر جدول ۱ را به صورت گرافیکی نشان می‌دهد.

### ۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله جهت بهبود عملکرد الگوریتم تصویر افاین انتشاری، یک الگوریتم تصویر افاین انتشاری با اندازه گام متغیر را پیشنهاد دادیم. الگوریتم پیشنهادی به ازای افزایش جزئی بار محاسباتی، سبب بهبود



physical models," in *Proc. IEEE Int. Conf. Sensor Ad Hoc Comm. Netw.*, pp. 460-469, Santa Clara, CA, USA, 4-7 Oct. 2004.

[12] F. S. Cattivelli and A. H. Sayed, "Modeling bird flight formations using diffusion adaptation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 5, pp. 2038-2051, May 2011.

[13] S. Y. Tu and A. H. Sayed, "Mobile adaptive networks," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 5, no. 4, pp. 649-664, Aug. 2011.

[14] F. S. Cattivelli and A. H. Sayed, "Distributed detection over adaptive networks using diffusion adaptation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 59, no. 5, pp. 1917-1932, May 2011.

[15] J. B. Predd, S. R. Kulkarni, and H. V. Poor, "Distributed learning in wireless sensor networks," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 23, no. 4, pp. 56-69, Jul. 2006.

[16] C. G. Lopes and A. H. Sayed, "Diffusion least-mean squares over adaptive networks," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP '07*, vol. 3, pp. 917-920, Honolulu, HI, USA, 15-20 Apr. 2007.

[17] K. Ozeki and T. Umeda, "An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties," *Electronics and Communications in Japan, Part I: Communications*, vol. 67-A, no. 5, pp. 19-27, May 1984.

[18] K. Dogancay and O. Tannkulu, "Adaptive filtering algorithms with selective partial updates," *IEEE Trans. Circuits, Syst. II: Analog and Digital Signal Processing*, vol. 48, no. 8, pp. 762-769, Aug. 2001.

[19] S. Werner, M. L. R. de Campos, and P. S. R. Diniz, "Partial-update NLMS algorithms with data-selective updating," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 52, no. 4, pp. 938-948, Apr. 2004.

[20] K. Y. Hwang and W. J. Song, "An affine projection adaptive filtering algorithm with selective regressors," *IEEE Trans. Circuit. Syst. II: Express Briefs*, vol. 54, no. 1, pp. 43-46, Jan. 2007.

[21] S. J. Kong, K. Y. Hwang, and W. J. Song, "An affine projection algorithm with with dynamic selection of input vectors," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 14, no. 8, pp. 529-532, Aug. 2007.

[22] M. S. E. Abadi and V. Mehrdad, "Family of affine projection adaptive filters with selective partial updates and selective regressors," *IET Signal Processing*, vol. 4, no. 5, pp. 567-575, Oct. 2010.

[23] L. Shi and H. Zhao, "Variable step-size distributed incremental normalised LMS algorithm," *Electronics Letters*, vol. 52, no. 7, pp. 519-521, Apr. 2016.

[24] M. O. B. Saeed and A. Zerguine, "A new variable step-size strategy for adaptive networks," in *Proc. 45th Asilomar Conf. Signals, Syst. Comput.*, pp. 312-315, Pacific Grove, CA, USA, 6-9 Nov. 2011.

[25] M. O. B. Saeed, A. Zerguine, and S. A. Zummo, "A noise-constrained algorithm for estimation over distributed networks," *Int. J. Adapt. Contr. Signal Process.*, vol. 27, no. 10, pp. 827-845, Oct. 2013.

[26] J. Shi, J. Ni, and X. Chen, "Variable step-size diffusion proportionate affine projection algorithm," in *Proc. IEEE Int. Workshop on Acoustic Signal Enhancement, IWAENC'16*, 4 pp., Xi'an, China, 13-16 Sept. 2016.

[27] J. W. Yoo, I. S. Song, J. W. Shin, and P. G. Park, "A variable step-size diffusion affine projection algorithm," *Int. J. Commun. Syst.*, vol. 29, no. 5, pp. 1012-1025, 25 Mar. 2016.

[28] H. C. Shin, A. H. Sayed, and W. J. Song, "Variable step-size NLMS and affine projection algorithms," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 11, no. 2, pp. 132-135, Feb. 2004.

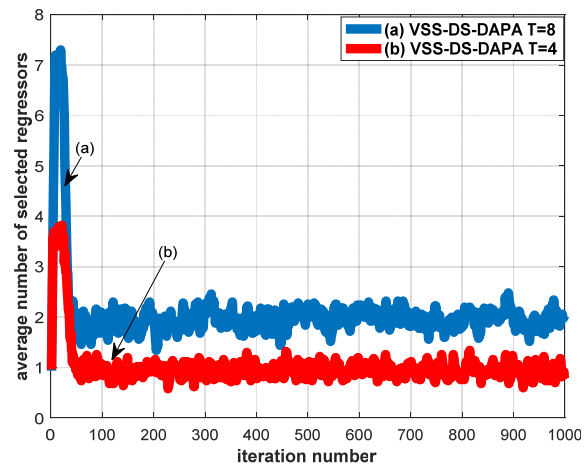
[29] F. S. Cattivelli and A. H. Sayed, "Diffusion LMS strategies for distributed estimation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 58, no. 3, pp. 1035-1048, Mar. 2010.

[30] L. Li and J. Chambers, "Distributed adaptive estimation based on the apa algorithm over diffusion networks with changing topology," in *Proc. IEEE/SP 15th Workshop on Statistical Signal Processing Statistical Signal Processing*, pp. 757-760, Cardiff, UK, 31 Aug.-3 Sept. 2009.

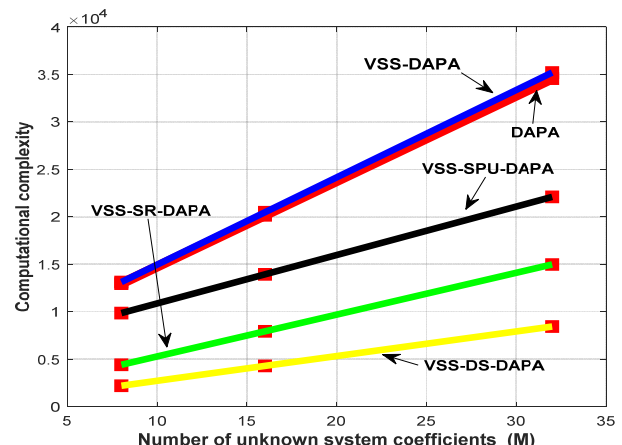
[31] H. C. Shin and A. H. Sayed, "Transient behavior of affine projection algorithms," in *Proc. Int. Conf. Acoust. Speech, Signal Processing, ICASSP'03*, vol. 4, pp. 353-356, Hong Kong, China, 6-10 Apr. 2003.

[32] N. Metropolis, A. W. Rosenbluth, M. N. Rosenbluth, A. H. Teller, and E. Teller, "Equations of state calculations by fast computing machines," *J. of Chemical Physics*, vol. 21, no. 6, pp. 1087-1092, 1953.

محمد شمسی اسفندآبادی در سال ۱۳۷۹ مدرک کارشناسی خود را در رشته مهندسی برق از دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل دریافت کرد. وی تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی ارشد و دکتری در رشته مهندسی برق - بیوالکترونیک در دانشگاه تربیت مدرس در سال های ۱۳۸۲ و ۱۳۸۶ به پایان رساند. وی هم‌اکنون دانشیار دانشکده مهندسی



شکل ۱۵: میانگین روند انتخاب تعداد رگرسور در الگوریتم VSS-DS-DAPA.



شکل ۱۶: مقایسه پیچیدگی محاسباتی الگوریتم‌های پیشنهادی با الگوریتم DAPA.

ماندگار کم به طور هم‌زمان است. برای ادامه کار می‌توان جهت کاهش هرچه بیشتر پیچیدگی محاسباتی، الگوریتم‌های ارائه‌شده را ترکیب کرد و الگوریتم‌هایی مانند VSS-SPU-SR-DAPA را بیان نمود.

### مراجع

[1] B. Widrow and S. D. Stearns, *Adaptive Signal Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

[2] J. R. Treichler, C. R. Johnson, and M. G. Larimore, *Theory and Design of Adaptive Filters*, Wiley, 1987.

[3] B. F. Boroujeny, *Adaptive Filters: Theory and Applications*, Wiley, 1998.

[4] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, NJ: Prentice-Hall, 4th Edition, 2002.

[5] A. H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*, Wiley, 2003.

[6] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*, 2nd Ed, Kluwer, 2002.

[7] م. حاجی‌آبادی، ع. ابراهیمی‌مقدم و ح. خوش‌بین، "حذف نویز صوتی مبتنی بر یک الگوریتم واقعی نوین"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، دوره ۴۵، شماره ۳، صص. ۱۳۹-۱۴۶، زمستان ۱۳۹۵.

[8] ق. آذرنیا و م. ع. طینتی، "افزایش همگرایی شبکه‌های تطبیقی با لینک‌های نویزی: الگوریتم حداقل میانگین مربعات توزیع‌شده افزایشی طول متغیر"، *مجله مهندسی برق دانشگاه تبریز*، جدول ۴۵، شماره ۳، صص. ۱۵-۱، زمستان ۱۳۹۴.

[9] H. S. Lee, S. E. un Kim, J. W. Lee, and W. J. Song, "A variable step-size diffusion LMS algorithm for distributed estimation," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 63, no. 7, pp. 1808-1820, 1 Apr. 2015.

[10] I. Akyildiz, W. Su, Y. Sankarasubramaniam, and E. Cayirci, "A survey on sensor networks," *IEEE Commun. Mag.*, vol. 40, no. 8, pp. 102-114, Aug. 2002.

[11] L. A. Rossi, B. Krishnamachari, and C. C. J. Kuo, "Distributed parameter estimation for monitoring diffusion phenomena using

برق دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: پردازش تصویر، فیلترهای تطبیقی و شبکه‌های توزیع‌شده تطبیقی.

**اسماعیل حیدری** در سال ۱۳۹۰ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه حکیم سبزواری و در سال ۱۳۹۶ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق خود را از دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی در تهران دریافت نمود. نام‌رده از سال ۱۳۹۰ به عنوان هنرآموز در هنرستان‌های شیراز و تهران به کار مشغول بوده و از سال ۱۳۹۷ به دوره دکتری مهندسی برق در دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی تهران وارد گردید. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: فیلترهای تطبیقی و شبکه‌های توزیع‌شده تطبیقی.