Journal of Information and Communication Technology

Volume 17, Issue 65, Special Issue on “Artificial Intelligence and data analytics”, October 2025, pp 105-124

Computational Models of Opinion Formation in Social Networks and Their Dimensions

Alireza Mansouri [1*]

[1] Information Technology Faculty, ICT Research Institute, Tehran, Iran

Received: 01 April 2024, Revised: 28 August 2025, Accepted: 04 October 2025
Paper type: Review

Abstract

Opinion formation is a propagation process in social networks, examining the dynamics of people's opinion dynamics under the influence of others. Several computational opinion formation models have been proposed to study the dynamics of opinion and the process of creating situations such as consensus, bipolarity/multi-polarization, or the diversity of opinions in a society. Due to the growing trend of online social networks and considering the speed and convenience of producing and publishing content in these networks, an appropriate opinion formation model should be used in related studies. This study surveys the major opinion formation models and introduces a set of dimensions distinguishing opinion formation models. These dimensions are comprised of 1) opinion space, 2) discrete/continuous time, 3) interaction network, 4) interaction limitation, 5) degree of influence, 6) time dependency, and 7) linearity of model. Moreover, some conditions could be considered on the models that affect opinion formation model, including 1) homogeneity/heterogeneity of interacting people, 2) the number of dimensions of opinion space, 3) first impression, and 4) deterministic/noisy modeling. The results of this study help the researchers in the field of opinion formation to choose the appropriate opinion formation model according to the conditions and characteristics of the subject under investigation, and even to expand opinion formation models, if necessary.

Keywords: Opinion Formation, Opinion Dynamics, Modeling, Computational Social Science.

[*] Corresponding Author’s email: amansuri@itrc.ac.ir

دوفصلنامه
فناوری اطلاعات و ارتباطات ایران

سال هفدهم، شماره ۶۵، مهر ۱۴۰۴، شمارهٔ ویژهٔ «هوش مصنوعی و تحلیل داده»، صفحه ۱۰۵ الی ۱۲۴

مدل‌های محاسباتی برای شکل‌گیری عقیده در شبکه‌های اجتماعی و ابعاد آنها

علیرضا منصوری[1*]

[1] استادیار، پژوهشکده فناوری اطلاعات، پژوهشگاه ارتباطات و فناوری اطلاعات، تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۱۳ تاریخ بازبینی: ۱۴۰۴/۰۶/۰۶ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۷/۱۲
نوع مقاله: مروری

چکیده

شکل‌گیری عقیده در شبکه‌های اجتماعی به بررسی پویایی تغییر عقیدهٔ افراد تحت تأثیر سایرین و در نتیجه تغییر عقیده در کل جامعه می‌پردازد. شکل‌گیری عقیده از مباحث علوم اجتماعی است، اما برخی مدل‌های محاسباتی برای آن ارائه شده‌اند که بررسی پویایی عقیده و نحوهٔ ایجاد وضعیت‌هایی مانند اجماع، دوقطبی/چندقطبی شدن، و یا اختلاف عقاید افراد جامعه در شرایط مختلف را با روش‌های محاسباتی توجیه نمایند. با روند روبه‌رشد شبکه‌های اجتماعی برخط و با توجه به سرعت و سهولت تولید و انتشار محتوا در این شبکه‌ها، انتخاب و استفاده از مدل شکل‌گیری عقیدهٔ مناسب از اهمیت زیادی برخوردار است. در این پژوهش ضمن مرور مدل‌های شکل‌گیری عقیده، ابعاد مختلفی که این مدل‌ها را نسبت به یکدیگر متمایز می‌کنند، استخراج شده و بر اساس این ابعاد، جایگاه مدل‌های شکل‌گیری عقیده نیز مشخص شده است. این ابعاد عبارتند از: ۱) فضای عقیده، ۲)گسسته/پیوسته بودن زمان ۳) شبکهٔ تعامل، ۴) محدودیت تعامل، ۵) میزان تأثیر، ۶) وابستگی به زمان و ۷) خطی/غیرخطی بودن. به‌علاوه، شرایطی را در مدل‌های شکل‌گیری عقیده می توان در نظر گرفته که روی پویایی و نتیجه تأثیرگذار است، شامل ۱) همگونی/ناهمگونی جامعه، ۲) تعداد ابعاد فضای عقیده، ۳) تصور اولیهٔ جامعه، ۴) قطعی یا نویزی بودن مدل. نتایج این پژوهش به پژوهشگران حوزهٔ شکل‌گیری عقیده کمک می‌کند مدل شکل‌گیری عقیدهٔ مناسب با توجه به شرایط و ویژگی‌های موضوع مورد بررسی انتخاب کنند و حتی در صورتی که نیاز به گسترش مدل‌های شکل‌گیری عقیده است، چه ابعاد و ویژگی‌هایی را مد نظر قرار دهند.

کلیدواژگان: شکل‌گیری عقیده، انتشار عقیده، پویایی عقیده، مدل‌سازی، علوم اجتماعی محاسباتی.

* رایانامهٔ نویسنده مسؤول: amansuri@itrc.ac.ir

۱- مقدمه

عقیده به معنای دیدگاه ، باور، قضاوت، و برآورد فکری فرد دربارهٔ موضوع خاص است. با نگاه ریاضی، می‌توان عقیده را به صورت قطبیت یا عددی در یک بازهٔ مشخص نسبت به ویژگی خاصی از یک موجودیت تعریف نمود [۱] که می‌تواند گسسته یا پیوسته باشد و بیان‌کنندهٔ میزان رضایت‌مندی، خواست یا ترجیح فرد باشد [۲].

در یک گروه یا جامعه از افراد که با هم در تعامل هستند، کنش‌های کوچک و سادهٔ افراد ممکن است باعث اثرگذاری در دیگران و انتشار عقاید در جامعه شود و نهایتاً منجر به بروز تغییرات مهم در جامعه شود. در واقع زنجیره‌هایی از تأثیرگذاری افراد روی عقاید یکدیگر و به عبارتی یک رفتار جمعی شکل می‌گیرد [۳] که تحت عنوان پویایی عقیده[1] یا شکل‌گیری عقیده[2] از آن یاد می‌شود. شاید تک‌تک افراد تعامل کننده در فضای مجازی که حتی ناشناس هستند، تأثیر چندانی روی تغییر عقیده افراد نداشته باشند، اما طبق فرضیهٔ «قدرت ارتباطات ضعیف» [۴]، حجم زیاد ارتباطات، اگر چه هر یک با تأثیرگذاری کم، در مجموع قدرت فراوانی تولید می‌کند که می‌تواند عقیدهٔ غالب جامعه را به سمت خاصی سوق دهد. بنابر این، شکل‌گیری عقیده از مصادیق فرآیند انتشار[3] و رفتار جمعی[4] است [۵] و [۶].

در سال‌های اخیر با توجه به رشد شبکه‌های اجتماعی، امکان انتشار عقیده بسیار سریعتر و فراگیرتر شده است [۷]. روش‌های علوم اجتماعی محاسباتی [۸] نیز در تحلیل این پدیده‌های اجتماعی به کار می‌روند. علوم اجتماعی محاسباتی با جمع‌آوری داده‌ها و اطلاعات از فضای مجازی و تحلیل آنها و نیز روش‌های مدل‌سازی و شبیه‌سازی، جامعه‌شناسان را به ابزاری مجهز می‌کنند که شناخت دقیق‌تری از عقاید جامعه و روند آن داشته باشند و در قیاس، به مثابهٔ تلسکوپ برای اخترشناسان است [۹].

شکل‌گیری عقیده در شبکه‌های اجتماعی در کاربردهای مختلفی مورد بررسی قرار می‌گیرد، مثل اقتصاد و تجارت [۱۰]، بازاریابی برخط [۱۱]، انتخابات سیاسی [۱۲, ۱۳] و حکمرانی دیجیتالی با شبکه‌های اجتماعی [۱۴]. در راستای این اهداف، انتشار شایعات و اخبار جعلی نیز بسیار استفاده شده است و البته در چند سال اخیر، کشف آنها به یک حوزهٔ تحقیقاتی پرطرفدار تبدیل شده است و روش‌های مختلفی برای آن پیشنهاد شده است [۱۵-۱۸].

از طرفی، شکل‌گیری عقیده به عنوان زیرمجموعه‌ای از مسائل در حوزهٔ شبکه‌های پیچیده[5] و پویایی شبکه[6] مطرح هستند که عموماً راه‌حل‌های ساده ندارند. مهم‌ترین دلیل این پیچیدگی را می‌توان پیچیدگی افراد و ذهنیت آنها، به عنوان اجزای سیستم تحت مطالعه دانست. اما برای بررسی شبکه‌ای که هر گرهٔ آن یک انسان است که به تنهایی دارای پیچیدگی فراوانی است [۱۹] و فرآیندهای شناختی او روی باورها و تصمیم‌گیری‌هایش بسیار تأثیرگذار است [۲۰]، مدل‌های نسبتاً ساده‌ای از تغییر عقیدهٔ هر فرد در نظر گرفته می‌شود که بتوان بر این پیچیدگی فائق آمد. به همین دلیل بسیاری از پژوهش‌ها در زمینهٔ شکل‌گیری عقیده با دنیای واقعی فاصله دارند و دلیل عمدهٔ آن را می‌توان در نظر نگرفتن رفتار واقعی و دقیق اجتماعی افراد دانست [۲۱]. در دنیای واقعی عوامل متعددی می‌توانند بر تأثیرگذاری دو نفر روی عقاید یکدیگر مؤثر باشند که مدل‌های مختلف تمامی این ابعاد را در نظر نمی‌گیرند، مثل شناخت افراد نسبت به هم، نوع رابطه (دوستی)، میزان اعتماد یا صمیمیت، موضوع مورد تعامل، و حالت هیجانی دو طرف. در مقیاس اجتماعی که تغییر عقاید در یک جمعیت مورد توجه است، باید به این موارد، ویژگی‌های اجتماعی را نیز اضافه نمود، مثلاً ساختار ارتباطات افراد در جامعه و جایگاه ساختاری افراد تأثیرگذار و تأثیرپذیر در جامعه. عقیدهٔ افراد نه تنها تحت تأثیر افرادِ تعامل‌کننده، بلکه تحت تأثیر سایر عوامل، مثل رسانه‌های جمعی نیز قرار می‌گیرند. ضمناً واکنش افراد در برابر عوامل اثرگذار بر تغییر عقیده نیز متفاوت است و تا حد زیادی به شخصیت، خُلق‌وخو و ویژگی‌های مردم‌شناسی آنها وابسته است.

با وجود عوامل متعدد در شکل‌گیری عقیده، پژوهش‌های مختلف از دیدگاه‌های متفاوت موضوع را بررسی می‌کنند و هر یک از مدل‌های شکل‌گیری عقیده برای شرایط و همبافت[7] خاصی مناسب‌تر است و البته برخی مدل‌ها در تکامل مدل دیگری ارائه شده‌اند. با استفاده از مدل‌های شکل‌گیری عقیده، بررسی پویایی میکروسکوپی با روش‌هایی نظیر مکانیک آماری و نظریهٔ جنبشی، الگوی شکل‌گیری عقیده در مقیاس ماکرو و رفتار جمعی استخراج و بررسی می‌شود [۲۲]. بیشترین کاربرد مدل‌های شکل‌گیری عقیده در مدل‌سازی و شبیه‌سازی مبتنی بر عامل برای بررسی جامعه است. ایدهٔ اصلی در مدل‌سازی و شبیه‌سازی مبتنی بر عامل این است که به جای پرداختن به کلیت یک سیستم، آن سیستم به اجزای تشکیل‌دهنده

[1] Opinion Dynamics
[2] Opinion Formation
[3] Diffusion Process
[4] Collective Behaviour
[5] Complex Networks
[6] Network Dynamics
[7] Context

(عامل‌ها) خرد می‌شود و از کنش‌ها و تعامل‌های اجزاء، رفتار کل سیستم بررسی می‌شود. به این ترتیب مدل‌سازی و شبیه‌سازی مبتنی بر عامل برای تحلیل سیستم‌های پیچیده و پدیده‌هایی مانند شکل‌گیری عقیده در علوم اجتماعی رویکرد مناسبی است [۲۳-۲۶] و روش‌هایی مثل تحلیل گرافیکی برای غلبه بر پیچیدگی‌های آن ارائه شده است [۲۷]. با این توضیح، در ادامه از کلمهٔ «عامل» به عنوان مترادف با «فرد» استفاده می‌شود.

یکی از چالش‌هایی که در پژوهش‌های مرتبط با شکل‌گیری عقیده وجود دارد، انتخاب مدل مناسب برای شکل‌گیری عقیده است. در این مقاله علاوه بر مرور و معرفی مدل‌های اصلی شکل‌گیری عقیده، وجوه اشتراک و افتراق این مدل‌ها بیان می‌شود که نوآوری اصلی این مقاله است. به این منظور، ابعاد مدل‌های شکل‌گیری عقیده با بررسی مدل‌های مختلف احصاء شده‌اند که می‌تواند راهنمای مناسبی برای انتخاب مدل مناسب برای شکل‌گیری عقیده و حتی ارائهٔ مدل جدیدی برای شرایط و همبافت خاص باشد. دسته‌بندی مدل‌های مشهور شکل‌گیری عقیده بر اساس این ابعاد به درک بهتر جایگاه این مدل‌ها کمک می‌کند.

در ادامه، ابتدا در بخش ۲ روش پژوهش معرفی می‌شود، سپس در بخش ۳ الگوهای توزیع عقاید در جامعه توضی داده می‌شوند. بخش ۴ مدل‌های شکل‌گیری عقیده را به اختصار مرور می‌کند و در بخش ۵، ابعاد یا ویژگی‌های مدل‌های شکل‌گیری عقیده توضیح داده می‌شوند. نهایتاً بخش ۵ مقاله را جمع‌بندی می‌کند.

۲- روش

در این پژوهش به منظور پوشش دادن مدل‌های شکل‌گیری عقیده، گام‌های زیر طی شده است:

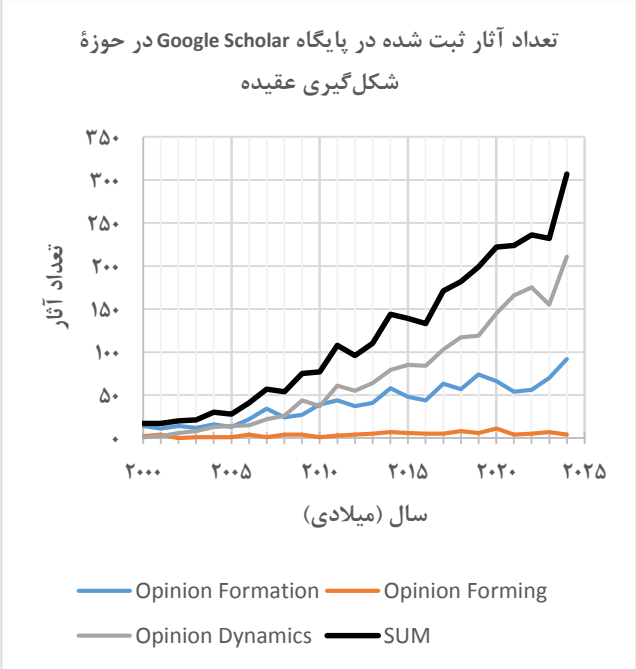
۱. جستجوی کلیدواژه‌های مرتبط در عنوان آثار علمی در پایگاه علمی Google Scholar با استفاده از عبارت پرس‌وجوی زیر:
allintitle: "Key_words"
که طی سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۲۵ منتشر شده‌اند و Key_words در سه مرحله، هر بار با یکی از عبارات زیر جایگزین شده است:
   - Opinion formation
   - Opinion dynamics
   - Opinion forming

۲. بررسی عنوان و خلاصهٔ آثار عملی بازیابی شده در گام قبل و حذف موارد غیرمرتبط از فهرست یافته‌ها.

۳. بررسی ارجاع‌های آثار باقیمانده و پیدا کردن و افزودن آثار مرتبط که قبل از سال ۲۰۰۰ منتشر شده‌اند به فهرست موارد.

۴. مقایسهٔ اشتراک‌ها و افتراق‌های مدل‌های شکل‌گیری عقیده و استخراج ابعاد و ویژگی‌های مدل‌های شکل‌گیری عقیده

در گام اول از گام‌های فوق آمار به دست آمده از جستجوی کلیدواژه‌ها که در شکل ۱ نشان داده شده است بیانگر روند افزایشی تحقیقات در موضوع شکل‌گیری عقیده در ۲۵ سال اخیر است، به طوری که بر اساس پایگاه Google scholar تعداد آثار منتشر شده از ۱۷ عنوان در سال ۲۰۰۰ به ۳۰۷ عنوان در سال ۲۰۲۴ رسیده است (در زمان نگارش این مقاله در سپتامبر ۲۰۲۵ نیز تعداد ۲۱۶ اثر مربوط به سال ۲۰۲۵ در پایگاه علمی گوگل ثبت شده‌اند).



شکل ۱. تعداد مقالات مرتبط با شکل‌گیری عقیده با جستجوی کلیدواژه‌های «Opinion formation»، «Opinion dynamics»، و «Opinion forming» منتشر شده در پایگاه Google Scholar طی سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۲۴

در گام دوم، مقالات مورد غربالگری قرار گرفتند. در این گام، مقالاتی که دیدگاه محاسباتی نسبت به موضوع شکل‌گیری نداشتند، از فهرست حذف شدند.

گام سوم در این پژوهش از اهمیت زیادی برخوردار است زیرا تعداد زیادی از مدل‌های شکل‌گیری عقیده قبل از سال ۲۰۰۰ ابداع شده‌اند و بدیهی است که در بازهٔ زمانی مورد جستجو قرار ندارند. این مقالات با بررسی ارجاعاتی که در مقالات پیدا شده، خصوصاً آنها که جنبهٔ مروری دارند [۶, ۷, ۱۱, ۱۹, ۲۸-۳۱]، مشخص شدند.

برخی از مدل‌های ارائه شده نیز با اعمال تغییر جزئی در یک مدل اولیه ایجاد شده‌اند که در این بررسی از این مدل‌ها نیز صرف‌نظر

شده است. مدل‌های باقیمانده که در فصل ۴ به آنها پرداخته خواهد شد را می‌توان مدل‌های اصلی و اصیل شکل‌گیری عقیده تلقی کرد.

در گام چهارم، مدل‌های اصلی و اصیل باقیمانده با هم مقایسه شده‌اند و ابعاد و ویژگی‌هایی برای مقایسهٔ آنها استخراج شده است.

قبل از پرداختن به مدل‌های اصلی شکل‌گیری عقیده و ابعاد آنها، الگوهای توزیع عقاید در جامعه در فصل بعد معرفی می‌شوند. شناخت این الگوها برای توضیح مدل‌های شکل‌گیری عقیده اهمیت دارند.

۳- الگوهای توزیع عقاید در جامعه

توزیع عقاید در افراد جامعه به شکل‌های مختلفی ممکن است، به عبارتی با وقوع یک فرآیند انتشار عقیده (که ممکن است بر اساس یک مدل شکل‌گیری عقیده توجیه شود)، به شکل‌های مختلفی ممکن است آن عقیده بین افراد جامعه توزیع شود، شامل [۳۲, ۳۳]:

- اجماع: افراد جامعه عقاید یکسان دارند و گاهی بین «اجماع کامل» که تمامی افراد جامعه بدون استثناء عقیدهٔ یکسان دارند و «اجماع» که تقریباً تمام افراد عقیده یکسان دارند (و ممکن است یک اقلیت قابل اغماض عقیدهٔ دیگری داشته باشند)، تمایز قائل می‌گردد، در این مقاله، منظور از اجماع، همان اجماع کامل است.
- قطبیت: وجود دو عقیدهٔ مخالف با نسبت تقریباً مساوی در جامعه است. قطبیت در شرایطی ممکن است که عقیده ماهیت گسسته دودویی داشته باشد.
- خوشه‌ای: عقیده، ماهیت گسسته با بیش از دو وضعیت دارد و جمعیت‌های قابل توجهی از جامعه به برخی یا تمام مقادیر ممکن عقیده نسبت داده می‌شوند.
- اختلاف عقاید: شرایطی است که افراد جامعه با توزیع تقریباً یکنواخت عقاید مختلف ممکن را پذیرفته باشند و در واقع عقیده‌ای را نتوان به عنوان عقیدهٔ غالب در جامعه مشخص کرد. این حالت مشابه قطبیت است اما برای عقاید با مقادیر گسستهٔ چندتایی و عقاید با مقادیر پیوسته نیز قابل تعریف است.

نکتهٔ مهم دیگر در الگوهای توزیع عقاید در جامعه این است که شرایط اولیهٔ جامعه در شکل‌گیری الگوی نهایی مهم است. مثلاً اگر جامعه‌ای در حالت اجماع کامل باشد و هیچ عقیدهٔ مخالفی وجود نداشته باشد (و عوامل خارجی تأثیرگذاری هم وجود نداشته باشند)، قاعدتاً دلیلی برای تغییر این الگوی اولیه وجود ندارد. بنابر این، مسألهٔ بررسی شکل‌گیری عقیده را می‌توان به این صورت توضیح داد که در شرایط اولیه با الگوی خاصی از توزیع عقاید در جامعه، با اِعمال یک مدل شکل‌گیری عقیدهٔ خاص، پس از مدت مشخصی، الگوی نهایی شکل‌گیری عقیده در جامعه چگونه خواهد بود.

۴- مدل‌های شکل‌گیری عقیده

مدل‌های شکل‌گیری عقیده به این موضوع می‌پردازند که چگونه عقاید افراد، تحت تأثیر اطلاعات دریافتی از محیط اجتماعی خود تغییر می‌کند [۳۴]. مهم‌ترین مدل‌های شکل‌گیری عقیده در این بخش معرفی می‌شوند. ممکن است برخی مدل‌های شکل‌گیری عقیده که گونه‌ای از یکی از این مدل‌ها یا ترکیبی از آنها تلقی می‌شوند، در این فهرست نباشند. مدل‌های شکل‌گیری عقیده در این بخش به ترتیب روند تاریخی ابداع آنها است که تاریخچهٔ تکامل آنها را نیز نشان می‌دهد.

۴-۱- مدل آیزینگ

مدل آیزینگ به نام فیزیکدان آلمانی، ارنست آیزینگ[1] است که یک مدل فیزیکی در سال ۱۹۲۴ برای بررسی حالت خاصی از زنجیرهٔ خطی ذرات مغناطیسی که می‌توانند یکی از دو حالت مغناطیسی بالا یا پایین را داشته باشند و با نزدیک‌ترین همسایه‌های خود تعامل دارند، ارائه کرد. آیزینگ نشان داد مغناطیسی شدن خودبخودی با این مدل در حالت یک بعدی قابل توصیف نیست، اما بعدها نشان داد نسخهٔ دوبعدی از این مدل که اینک به عنوان مدل آیزینگ شناخته می‌شود، می‌تواند این پدیده را توصیف نماید. از این نگاه میکروسکوپی و نتیجه‌گیری ماکروسکوپی از آن، به سرعت در سیستم‌های پیچیدهٔ مختلف در زیست‌شناسی، مالی، اجتماعی، و نیز در شکل‌گیری عقیده استفاده شد. بنابر این اگر چه مدل آیزینگ به عنوان مدل شکل‌گیری عقیده ارائه نشد، اما یکی از قدیمی‌ترین مدل‌های شکل‌گیری عقیده در نظر گرفته می‌شود که جهت ذرات مغناطیسی، نشان دهندهٔ جهت عقیدهٔ افراد است و اثر مغناطیسی هر ذره بر ذرات اطراف خود، مشابه تأثیرگذاری فرد بر عقاید افرادی است که با آنها در تعامل است.

۴-۲- مدل فرنچ

مدل فرنچ در سال ۱۹۵۶ توسط فرنچ[2] ارائه شد و از اولین مدل‌های توصیف چگونگی تأثیر عقاید افراد روی سایرین است. در این مدل

[1] Ernst Ising

[2] French

عقیدهٔ هر نفر به صورت یک عدد حقیقی نمایش داده می‌شود. در هر نقطهٔ زمانی، اعضای یک گروه بطور همزمان عقاید خود را به مقداری که متوسط عقاید خود و دیگرانی که به‌طور مستقیم با آنها ارتباط (عقیده‌ای) دارند، تغییر می‌دهند. اگر عضوهای j و k عقاید خود را با عضو i در میان بگذارند، پس از یک واحد زمانی، عقیدهٔ i طبق این رابطه محاسبه می‌شود:

$$(1/3)(o_i + o_j + o_k),$$

که در آن، o_i، o_j و o_k به ترتیب عقیدهٔ i، j و k هستند. در واقع، در زمان t تمام افراد به موقعیت‌هایی حرکت می‌کنند که مجموع مربع فاصله‌های بین آنها و سایر افراد تأثیرگذار در t-1 کمینه شود. فرنچ نتیجه‌گیری کرد که وابسته به ساختار ارتباطات تأثیرگذار بین افراد، عقاید اعضاء طی زمان به یک عقیدهٔ واحد همگرا می‌شود. استنتاج فرنچ در مورد تأثیر ساختار ارتباطات روی دستیابی به اجماع، با این فرضیهٔ روانشناسان اجتماعی سازگار بود که وقوع عقاید مشترک در یک جمعیت، به همبستگی آنها در ساختار ارتباطی وابسته است. فرنچ نتیجه گرفت که در جمعیتی با ارتباطات قویاً همبند یا همبند یک‌طرفه اجماع اتفاق می‌افتد [۳۵].

۴-۳- مدل اَبِلسون

مدل اَبِلسون[1] [۳۶] که در ۱۹۶۴ ارائه شد، مشابه مدل دیگروت یا مدل کلاسیک HK (که در ادامه توضیح داده می‌شوند) است و بهنگام‌سازی عقاید عامل‌ها با متوسط عقاید همسایه‌های عامل انجام می‌شود. نکتهٔ بارز این مدل، پیوسته بودن زمان است و به سبب همین نگرش به سیستم، پویایی سیستم با معادلات دیفرانسیل (به جای معادلات تفاضل در مدل‌های با زمان گسسته) مدل شده است [۳۸ ,۳۷].

۴-۴- مدل تیلُر

مدل تیلُر[2] [۳۸] در ۱۹۶۸ معرفی شد. این مدل از معدود مدل‌هایی است که بر اساس مدل ابلسون است و (مشابه ابلسون) با معادلات دیفرانسیل شکل‌گیری عقیده را مدل‌سازی می‌کند. تفاوت این مدل با مدل ابلسون در این است که ابلسون تغییر عقیدهٔ افراد جامعه را فقط تحت تأثیر سایر افراد تعامل‌کننده می‌دانست، اما تیلر علاوه بر سایر افراد، نقش منابع ثابت تأثیرگذار یعنی رسانه‌های اجتماعی را نیز در نظر گرفت. مدل تیلر همچنین دو عامل دیگر را نیز در شکل‌گیری عقیده لحاظ کرد، شامل مقاومت نسبت به تغییر عقیده که میزان این مقاومت نیز ثابت نیست و نیز نرخ تعامل که این نرخ نیز ثابت نیست.

۴-۵- مدل دیگروت

در مدل دیگروت[3] [۳۹] که در ۱۹۷۴ ارائه شد، عقیدهٔ افراد (k نفر)، پیوسته است و هر فرد در ابتدا عقیده‌ای نسبت به موضوع دارد ($o_1,..,o_k$). هر فرد، وزن p_i به افراد گروه (شامل خودش و با مجموع برابر ۱) تخصیص می‌دهد و بهنگام‌سازی عقیدهٔ فرد در هر گام زمانی با محاسبهٔ متوسط وزن‌دار عقیده‌ها طبق رابطهٔ زیر انجام می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i o_i$$

در شکلِ ماتریسی، سطر iام از ماتریس P شامل وزن‌هایی می‌شود که فرد i به عقیدهٔ افراد گروه تخصیص می‌دهد و جمع هر سطر، یک است. بنابر این، ماتریس P یک ماتریس اتفاقی[4] است. اگر عقاید اولیهٔ افراد با ماتریس O شامل k سطر و یک ستون نشان داده شود، این عقاید پس از یک مرحله تعامل در گروه، به ماتریس $O^{(1)}$ تبدیل می‌شود که حاصل ضرب P و O است:

$$O^{(1)} = PO$$

و اگر به همین ترتیب گام‌های زمانی بعدی نیز طی شوند:

$$O^{(n)} = PO^{(n-1)} = P^n O, \qquad n = 2,3,..$$

فرض می‌شود این روند تا بی‌نهایت یا تا زمانی ادامه یابد که اجماع حاصل شود، به طوری که:

$$O^{(n+1)} = O^{(n)}.$$

انتقال به هر حالت، فقط به حالت قبل بستگی دارد که با ماتریس اتفاقی P انتقال انجام می‌شود، به این ترتیب این فرآیند، یک فرآیند بی‌حافظه[5] یا مارکوف[6] است و قضایای مربوط به آن قابل اعمال است. دیگروت اثبات کرد اگر عدد صحیح n وجود داشته باشد که تمامی درایه‌های حداقل یک ستون از ماتریس $P^{(n)}$ مثبت باشند، اجماع اتفاق می‌افتد و مقدار آن قابل محاسبه است.

۴-۶- مدل رأی‌دهنده

در مدل رأی‌دهنده[7] [۴۰] (سال ۱۹۷۵) عقیده‌ها گسسته هستند و

[1] Abelson
[2] Taylor
[3] DeGroot
[4] Stochastic
[5] Memoryless
[6] Markov
[7] Voter

به هر عامل، یک متغیر دودویی $s=\pm1$ تخصیص داده می‌شود. عامل‌ها و ارتباطات آنها، یک گراف جهت‌دار قویاً همبند[1] فرض می‌شود. در هر مرحله، گره‌ای به صورت تصادفی انتخاب می‌شود و این گره یکی از همسایه‌های خود (شامل خودش) را تصادفی انتخاب می‌کند و عقیدهٔ آن را به عنوان عقیدهٔ خودش انتخاب می‌کند. در واقع طبق این قاعده، عامل‌ها از همسایهٔ خود تقلید می‌کنند. می‌توان نشان داد که این الگوریتم به اجماع می‌رسد [۱۹].

۴-۷- مدل FJ

در مدل FJ[2] [۴۱, ۴۲] ارائه شده در ۱۹۹۰، فرد، عقیدهٔ ابتدایی خود را با وزن مشخص g_i حفظ می‌کند و وزن دیگری برای تمامی همسایگان قائل است. پس عقیدهٔ عامل iام در زمان $t+1$ با رابطهٔ زیر به دست می‌آید که a_{ij} وزنی است که عامل i برای عامل j قائل است:

$$o_i(t+1)=g_i o_i(0)+(1-g_i)(a_{i1}o_1(t)+...a_{in}o_n(t))$$

و فرم ماتریسی آن که تغییر عقیده برای تمامی عامل‌ها را بیان می‌کند به این صورت است:

$$O(t+1)=GO(0)+(1-G)AO(t) \quad for\ t\in T$$

که در آن، G ماتریس قطری است با g_i در قطر که $0\le g_i\le1$ و I ماتریس همانی است.

۴-۸- مدل اِشنید

اِشنید[3] مدل خود را که بر اساس مدل آیزینگ است، در سال ۲۰۰۰ ارائه کرد [۴۳] و در سال ۲۰۰۵ نسخهٔ کامل‌تری [۴۴] ارائه نمود. در مدل اِشنید، سیستم از تعدادی عامل تشکیل شده که عقیدهٔ هر عامل، تنها می‌تواند انتخابی بین دو گزینهٔ مشخص باشد. سیستم به صورت زنجیرهٔ آیزینگ در نظر گرفته می‌شود. در هر گام زمانی دو عامل i (که به صورت تصادفی انتخاب می‌شود) و عامل $i+1$ روی نزدیک‌ترین همسایه‌های خود، یعنی عامل‌های $i-1$ و $i+2$ تأثیر می‌گذارند. قاعدهٔ پویایی به صورت زیر است:

- اگر عقاید عامل‌های i و $i+1$ برابرند، روی همسایه‌ها یعنی عامل‌های $i-1$ و $i+2$ تأثیر می‌گذارند و عقاید همگی یکسان می‌شود.
- اگر عقاید عامل‌های i و $i+1$ مخالف یکدیگرند، عقیدهٔ عامل $i-1$ برابر عقیدهٔ عامل $i+1$ و عقیدهٔ عامل $i+2$ برابر عقیدهٔ عامل i می‌شود. به عبارت دیگر هر عامل روی همسایهٔ عامل دیگر تأثیر می‌گذارد و او را با خود، هم‌عقیده می‌نماید. از دیدگاه دیگر می‌توان گفت وقتی دو همسایه با هم اختلاف دارند، همسایهٔ دیگرِ آنها نیز با آنها مخالفت می‌کند.

شکل ۲ دو قاعدهٔ فوق را به خوبی نمایش می‌دهد. صورت‌هایی که به چپ یا راست نگاه می‌کنند، یکی از دو عقیدهٔ ممکن را دارند و صورت‌هایی که روبرو را نگاه می‌کنند، هنوز عقیده‌ای انتخاب نکرده‌اند و یکی از دو مقدار ممکن به آنها اختصاص خواهد یافت.

قاعدهٔ اول در این مدل، قاعدهٔ اعتبارسنجی اجتماعی[4] است. طبق این قاعده، در بعضی شرایط که نمی‌دانیم چکار کنیم، به دیگران نگاه می‌کنیم و همان کاری را انجام می‌دهیم که آنها انجام می‌دهند. این موضوع در آزمایش‌های مختلف اثبات شده است [۴۴].

مثلاً در شرایطی مثل مجلس نمایندگان که در مورد موضوعی قرار است رأی‌گیری انجام شود را در نظر بگیرید. نمایندگان روی صندلی‌های خود نشسته‌اند و با نمایندگانی که در صندلی‌های نزدیک‌تر نشسته‌اند راحت‌تر می‌توانند صحبت کنند و روی آنها تأثیر بگذارند. این مدل می‌تواند برای توصیف این شرایط مناسب باشد.

بدیهی است که این مدل یک بعدی برای جوامع بزرگ خیلی مفید نیست. مدل دوبعدی اِشتوفر یک قدم به واقعیت نزدیک‌تر است.

۴-۹- مدل اِشتوفِر

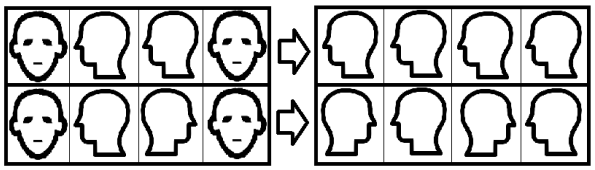
اِشتوفِر[5] [۴۵] مدل خود را در سال ۲۰۰۰ بر مبنای مدل اِشنید اما روی مشبکهٔ[6] $L\times L$ ارائه کرد. در این مدل نیز هر فرد (عامل) یکی از دو قطبیت ممکن را دارد و از دو قاعدهٔ زیر استفاده می‌شود:

- اگر تمامی چهار همسایه دارای قطبیت یکسان نباشند، هشت همسایهٔ آنها بدون تغییر باقی می‌مانند.
- یک جفت همسایه، تمام شش همسایهٔ خود را با خود هم‌جهت می‌کنند اگر و تنها اگر این دو همسایه هم‌جهت باشند.

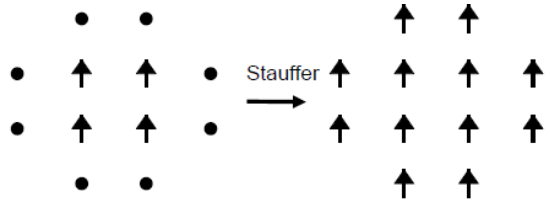
با این دو قاعده، همیشه در حالت پایدار[7]، اجماع به دست خواهد آمد. به علاوه، انتقال فاز نیز قابل مشاهده است به طوری که اگر چگالی اولیهٔ ذرات با جهت بالا کمتر از 0.5 باشد، تمام ذرات با جهت پایین خواهند بود و برعکس. شکل ۳ تغییرات را نشان می‌دهد (نقاط، ذراتی هستند که می‌توانند جهت بالا یا پایین بگیرند.)

[1] Strongly connected
[2] Friedkin and Johnsen
[3] Sznajd
[4] Social validation
[5] Stauffer
[6] Lattice
[7] Steady state

مثال مجلس نمایندگان که در مدل اشنید مطرح شد، در اینجا نیز قابل تصور است با این تعمیم که هر نماینده علاوه بر نمایندگانی که در چپ و راست خود قرار دارد، با نمایندگانی که در ردیف‌های جلوتر و عقب‌تر نشسته‌اند نیز گفتگو می‌کند.



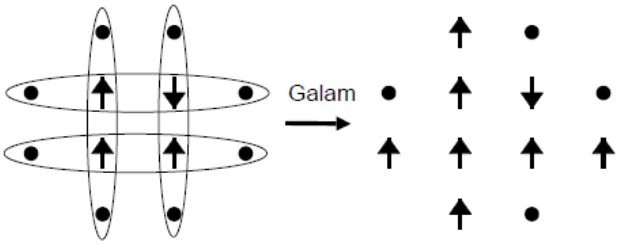
شکل ۲. تأثیر عامل‌های همسایه روی عقیدهٔ عامل در مدل یک‌بعدی اِشنید



شکل ۳. تأثیر عامل‌ها روی عقیدهٔ عامل‌های همسایه در مدل دو بعدی اِشتوفر [۴۴]

۴-۱۰- مدل گَلَم

گَلَم[1] در سال ۲۰۰۰ نشان داد قاعدهٔ بهنگام‌سازی یک بعدی در مدل اِشنید می‌تواند در مدل دوبعدی نیز دقیقاً اعمال شود، به این صورت که قاعدهٔ یک بعدی برای هر یک از چهار زنجیره (دو زنجیرهٔ افقی و دو زنجیرهٔ عمودی) که توسط چهار ذرهٔ وسط یک مشبک ایجاد می‌شود، اعمال گردد (شکل ۴).



شکل ۴. تأثیر عامل‌ها روی عقیدهٔ عامل‌های همسایه در مدل دو بعدی گَلَم [۴۴]

اما افراد در یک مشبک دوبعدی با یکدیگر ارتباط برقرار نمی‌کنند. پژوهش‌های مختلفی در جهت نزدیک‌تر کردن این مدل به دنیای واقعی انجام شده، مثلاً برخی ساختار مشبک را تغییر داده‌اند، برخی مدل را روی شبکهٔ پیچیده اجرا کرده‌اند، ساختارهای شبکه‌ای جهان کوچک[2]، بی‌مقیاس[3]، و گراف کامل نیز استفاده شده‌اند، و علاوه بر تغییر در ساختار شبکه، ابعاد دیگری نیز در پژوهش‌ها در نظر گرفته شده‌اند، مانند افزایش قلمرو تعامل و تعداد متغیرهای حالت [۴۴].

۴-۱۱- مدل دوفان

دوفان[4] یک مدل شکل‌گیری عقیده در سال ۲۰۰۰ ارائه کرد و گسترش هایی روی همین مدل را در سال‌های ۲۰۰۲ با اِعمال عدم قطعیت و ۲۰۰۴ با معرفی و اِعمال مفهومی به نام «محدودهٔ اعتماد نرم» ارائه کرد. مدل دوفان [۴۶] یک مدل پیوسته است که در هر گام زمانی دو عامل از N عامل موجود به طور تصادفی انتخاب می‌شوند و اگر اختلاف عقیدهٔ آنها از آستانهٔ مشخص d کمتر باشد، عقاید آنها، o_i و o_j، با پارامتر همگرایی μ (بین صفر و 0.5) طبق روابط زیر به هم نزدیک می‌شوند:

$$\begin{cases} o_i(t+1) = o_i(t) + \mu\big(o_j(t) - o_i(t)\big) \\ o_j(t+1) = o_j(t) + \mu\big(o_i(t) - o_j(t)\big) \end{cases}$$

تعداد قطب‌ها یا خوشه‌هایی که نهایتاً توسط این مدل تولید می‌شود، به d بستگی دارد به طوری که بیشترین تعداد قطب‌ها، p_{max} از رابطهٔ $p_{max}=1/(2d)$ تبعیت می‌کند، اما مقادیر μ و N روی زمان همگرایی تأثیر می‌گذارند.

مدل دوفان برای بررسی میزان و روند عقاید مردم در مواردی مانند دین، مذهب، جناح سیاسی، و امثال اینها مناسب است. مثلاً دو نفر شیعه مذهب ممکن است در مورد جزئیات یک حکم شرعی اختلاف نظر داشته باشند و با هم مباحثه کنند، اما قاعدتاً یکی از این دو در این خصوص با یک فرد مسیحی بحث نمی‌کند زیرا اختلاف نظر آنها (d در مدل دوفان) خیلی زیاد است. البته قابل تصور است که مباحثهٔ بین یک مسلمان و یک مسیحی روی اصل دین و انتخاب آنها باشد. ضمناً چنین مباحثاتی با افراد مختلف انجام می‌شود و حتی اگر دوبه‌دو هم نباشد، در مدل‌سازی قابل تبدیل به مباحثات دوبه‌دو است و در دورهای مختلف تکرار می‌شود.

در گسترشی روی مدل اولیهٔ دوفان، مفهوم توافق نسبی[5] جایگزین مفهوم اعتماد محدود می‌شود که در مدل اولیه استفاده شده بود. ضمناً در این مدل، علاوه بر عقیده، عدم قطعیت نیز می‌تواند در اثر تعاملات تغییر کند. در اعتماد محدود، عامل‌ها در صورتی روی عقیدهٔ یکدیگر اثر می‌گذارند که اختلاف عقیدهٔ آنها از آستانه‌ای[6]

[1] Galam
[2] Small world
[3] Scale free
[4] Deffuant
[5] Relative agreement
[6] Threshold

کمتر باشد، این آستانه می‌تواند به عنوان یک عدم قطعیت در اطراف عقیده تلقی گردد که افراد به عقاید خارج از محدوده عدم قطعیت خود، توجه نمی‌کنند [۴۷].

هر عامل i با دو متغیر بازنمایی می‌شود، عقیده o_i و عدم قطعیت u_i که هر دو، اعداد حقیقی هستند. محدودهٔ از o_i-u_i تا o_i+u_i، قطعهٔ[1] عقیدهٔ عامل i نامیده می‌شود. با این فرض که عقاید در محدودهٔ ۱- تا ۱+ قرار گیرند، دو عامل به‌طور تصادفی با یکدیگر تعامل می‌کنند و ممکن است روی عقیدهٔ یکدیگر تأثیر بگذارند. تغییرات o_j (عقیدهٔ عامل j) تحت تأثیر عامل i متناسب است با همپوشانی بین قطعات آنها (میزان توافق آنها) تقسیم بر عدم قطعیت قطعهٔ تأثیرگذار (که دلیل نامگذاری نسبی را توجیه می‌کند). نکتهٔ قابل توجه این است که عامل‌های با عدم‌قطعیت متفاوت، تأثیر واقعی‌شان متقارن نیست، به دلیل تقسیم عدم‌قطعیت عامل تأثیرگذار.

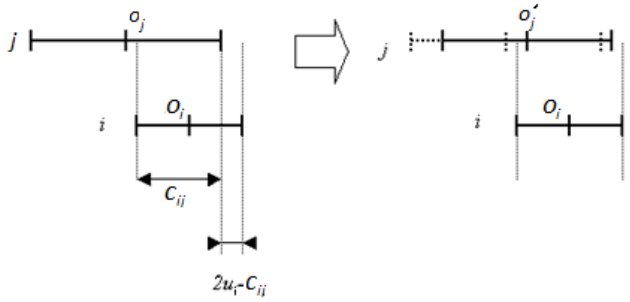
شکل ۵ تأثیر عامل i با عقیدهٔ o_i و عدم‌قطعیت u_i بر روی عامل j با عقیدهٔ o_j و عدم‌قطعیت u_j را نشان می‌دهد. c_{ij} همپوشانی بین عقاید دو عامل است و $2u_i$-c_{ij} بخشی از i است که با j همپوشانی ندارد. در سمت راست شکل، موقعیت قطعه‌ها قبل از تعامل با خط‌چین، و بعد از تعامل با خط توپر نشان داده شده‌اند. توافق، همپوشانی منهای ناهمپوشانی است، طبق این رابطه:

$$c_{ij} - \left(2u_i - c_{ij}\right) = 2\left(c_{ij} - u_i\right)$$

و توافق نسبی، حاصل تقسیم توافق به طول قطعهٔ عقیدهٔ عامل i یعنی $2u_i$ است. بنابر این توافق نسبی خواهد بود:

$$\frac{2\left(c_{ij} - u_i\right)}{2u_i} = \frac{c_{ij}}{u_i} - 1$$

در شکل ۵ پارامترهای مورد استفاده در رابطهٔ فوق مشخص شده‌اند.



شکل ۵. تأثیر عامل روی عقیدهٔ عامل دیگر در مدل توافق نسبی دوفان [۴۷]

دوفان در مدل دیگری [۴۸] اعتماد محدود نرم[2] را به مدل خود اضافه کرد و این پدیدهٔ روانشناسی اجتماعی را مد نظر قرار داد که وقتی از گروهی خواسته می‌شود در مورد یک سؤال کلی به اجماع برسند، در طی بحثی که بین خود انجام می‌دهند، به اجماعی دست می‌یابند که به جای اینکه متوسط نظرات اولیهٔ افراد باشد، نظرات به صورت افراطی به یکی از دو انتهای طیف گرایش دارند و آزمایش‌های مختلف این موضوع را اثبات کرده است. همچنین برخی مطالعات نشان داده که هر چه فضای بحث، غیررسمی و آزاد یا به اصطلاح بحث داغ[3] باشد، اجماع نهایی به افراط نزدیک‌تر است و در مقابل، فضای بحث رسمی و با محدودیت، منجر می‌شود اجماع به میانگین عقاید اولیه افراد نزدیک‌تر باشد.

در این مدل، افراد مشابه مدل قبلی دوفان یک عقیدهٔ پیوسته و یک عدم قطعیت دارند که با هم به صورت تصادفی تعامل می‌کنند. تأثیر افراد روی عقیدهٔ یکدیگر متناسب با یک تابع گاوسی از فاصلهٔ بین دو عقیده است. طبق این مدل، اگر بین جمعیت، افراط‌گرایانی حضور داشته باشند، انتقال به یکی از دو انتهای طیف انجام می‌شود، حتی اگر تعداد افراط‌گرایان در دو انتهای طیف برابر باشند.

در مدل اولیهٔ دوفان، مطابق مفهوم اعتماد محدود، دو عامل که در محدودهٔ اعتماد هم قرار می‌گرفتند و تعامل می‌کردند، نظر عامل دیگر را بر اساس ضریب ثابتی به سمت خود جلب می‌کردند. اما در این مدل، مفهوم اعتماد محدود نرم معرفی و استفاده شده که در آن، میزان جلب نظر عامل مقابل متناسب است با تابع گاوسی[4] از فاصلهٔ بین عقاید و انحراف معیار عدم قطعیت عامل. لحاظ نمودن این ویژگی در مدل و انجام آزمایش‌های مختلف، نحوهٔ گرایش عقاید به حدود یک انتهای طیف عقاید را توجیه می‌نماید.

عامل‌های افراط‌گرا در این مدل، عامل‌هایی هستند که عقیدهٔ آنها در یک انتهای طیف قرار دارد و عدم قطعیت آنها خیلی کم است و سایر عامل‌ها که می‌توان آنها را میانه‌رو[5] نامید، در بازهٔ عقاید توزیع شده‌اند و عدم‌قطعیت بیشتری دارند.

در این مدل، تأثیر عامل با عقیدهٔ $o(t)$ و عدم قطعیت $u(t)$ پس از بحث، بر روی عامل با عقیدهٔ $o'(t)$ و عدم قطعیت $u'(t)$ با تابع گاوسی زیر بیان می‌شود:

$$g_u\left(o - o'\right) = \exp\left(-\left(\frac{o - o'}{u}\right)^2\right)$$

[1] Segment
[2] Smooth Bounded Confidence
[3] Warm discussion
[4] Gaussian function
[5] Moderate

بنابر این، تغییرات عقیده و عدم‌قطعیتِ عامل در یک گام زمانی با روابط زیر بیان می‌شود:

$$o(t+1)=\frac{o(t)+o'(t)g_u\big(o(t)-o'(t)\big)}{1+g_u\big(o(t)-o'(t)\big)},$$

$$u(t+1)=\frac{u(t)+u'(t)g_u\big(o(t)-o'(t)\big)}{1+g_u\big(o(t)-o'(t)\big)}.$$

۴-۱۲- مدل شکل‌گیری عقیدهٔ تأثیر اجتماعی

فرضیهٔ تأثیر اجتماعی در روانشناسی توصیف می‌کند که چگونه افراد تحت تأثیر دیگران قرار می‌گیرند و به نوبهٔ خود روی دیگران تأثیر می‌گذارند. طبق تعریف، هر گونه تأثیرگذاری و تأثیرپذیری روی احساس، افکار، یا رفتار فرد که بر اثر حضور یا عمل واقعی، ضمنی، یا تصورشدهٔ دیگران باشد، تأثیر اجتماعی[1] است [۴۹]. آش[2] نیز در دههٔ ۱۹۵۰ با مطالعات و آزمایش های تجربی اثبات کرده بود که عقیدهٔ افراد تحت تأثیر اطرافیان آنها و فشار گروهی قرار می‌گیرد[۵۰، ۵۱]. بر همین مبنا، مدل‌های شکل‌گیری عقیده مبتنی بر فرضیهٔ تأثیر اجتماعی ابداع شدند [۵]. بر اساس این فرضیه، تأثیر یک گروه اجتماعی روی یک فرد به موارد زیر بستگی دارد:

- تعداد افراد گروه: هر چه تعداد افراد بیشتری مخالف عقیدهٔ فرد باشند و با او تعامل کنند، تأثیر بیشتری در تغییر عقیدهٔ فرد دارند و به‌طور مشابه اگر تعداد افراد بیشتری با او هم‌عقیده باشند و با او تعامل کنند، استوار ماندن فرد بر عقیدهٔ فعلی خود بیشتر می‌شود.
- قدرت متقاعد کردن گروه متقاعدکننده: افراد دارای قدرت‌های متفاوتی در متقاعد کردن هستند. این متقاعد کردن می‌تواند در جهت تغییر عقیده (توسط فردی با عقیدهٔ مخالف) یا در جهت تقویت عقیدهٔ فعلی فرد (توسط فرد هم‌عقیده) باشد.
- فاصلهٔ گروه متقاعدکننده از فرد: این فاصله می‌تواند فاصلهٔ فیزیکی و/یا فاصله تجریدی باشد و حتی فاصلهٔ زمانی از زمان تعامل نیز می‌تواند ملاک قرار گیرد. هر اندازه فاصلهٔ گروه متقاعدکننده از فرد کمتر باشد، تأثیرگذاری روی فرد بیشتر است.

طبق مدل شکل‌گیری تأثیر اجتماعی در نقطهٔ شروع، N فرد وجود دارند که هر فرد i یکی از دو عقیدهٔ مخالف $o_i=\pm1$ را دارد. ضمناً برای هر فرد دو پارامتر با مقادیر حقیقی در نظر گرفته می‌شود که نشان دهندهٔ قدرت تأثیر او روی دیگران است. این دو پارامتر شامل پارامتر قدرت متقاعدسازی[3] p_i ، و پارامتر قدرت پشتیبانی[4] s_i است. پارامتر قدرت متقاعدسازی برای تغییر عقیدهٔ دیگران و پارامتر قدرت پشتیبانی برای ثابت نگه‌داشتن عقیدهٔ آنها است. فرض می‌شود این دو پارامتر اعداد تصادفی با متوسط به ترتیب p و s باشند. به این ترتیب اغتشاش در سیستم ایجاد می‌شود و دینامیک پیچیده در مدل برقرار می‌شود. در ساده‌ترین حالت، جمع تأثیرات، I_i ، که یک فرد i از محیط جامعهٔ خودش تجربه می‌کند طبق رابطهٔ زیر است:

$$I_i=\left[\sum_{j=1}^{N}\frac{p_j}{d_{ij}^{\alpha}}\big(1-o_io_j\big)\right]-\left[\sum_{j=1}^{N}\frac{s_j}{d_{ij}^{\alpha}}\big(1-o_io_j\big)\right]$$

که α سرعت کاهش تأثیر متناسب با فاصلهٔ d_{ij} بین دو نفر را بیان می‌کند. جملهٔ اول در معادلهٔ بالا تأثیر متقاعدسازی توسط عامل‌های با عقیدهٔ مخالف است (برای عامل‌های موافق، $1-o_io_j$ برابر صفر است) و جملهٔ دوم، تأثیر تداوم عقیده یعنی اصرار عامل‌های هم‌عقیدهٔ i برای باقی ماندن i روی عقیدهٔ فعلی خود می‌باشد (در این حالت برای عامل‌های مخالف، $1+o_io_j$ برابر صفر است). در هر دو حالت، تأثیر هر عامل روی i متناسب با قدرت متقاعدسازی/ تداوم عقیدهٔ اوست. اگر مجموع تأثیر برای تغییر عقیدهٔ فرد i بیش از مجموع تأثیر برای ثابت ماندن عقیده‌اش باشد، I_i مثبت می‌شود.

پویایی عقیده در این مدل توسط رابطهٔ زیر بیان می‌شود:

$$o_i(t+1)=-sign\big[o_i(t)I_i(t)+h_i\big],$$

که در آن h_i یک مقدار تصادفی برای بیان تأثیر تمام منابع غیر از تأثیر اجتماعی بر روی عقیده است. با فرض $h_i=0$، طبق این معادله، اگر فشار تغییر عقیده بر فشار تداوم عقیدهٔ فعلی غلبه کند، $I_i>0$ و فرد عقیده‌اش را تغییر می‌دهد. اما h_i می‌تواند غیرصفر باشد و فشار توسط منابعی غیر از افراد تعامل‌کننده در جهت یکی از عقاید ممکن را در مدل وارد کند.

از این مدل مثلاً می‌توان برای بررسی عقاید جامعه و روند تغییرات آن در یک فضای انتخابات عمومی بین دو گزینه مثل انتخابات ریاست جمهوری بین دو نامزد استفاده کرد. اگر رسانه‌های عمومی به سمت نامزد خاصی گرایش داشته باشند، h_i مقداری غیرصفر دارد که تأثیرگذاری به سمت یکی از نامزدها را نشان می‌دهد. در مباحثاتی که در شبکه‌های اجتماعی برخط یا گروه‌ها انجام می‌شوند هر بار یک نفر در تأیید یا رد یکی از نامزدها اظهار نظر می‌کند و تأثیری در مخاطبان می‌گذارد (p_j یا s_j)، وابسته به شناخت مخاطبان

[1] Social impact
[2] Solomon E. Asch
[3] Persuasiveness
[4] Supportiveness

از گوینده (نظردهنده)، تأثیرپذیری متفاوت است (d_{ij} و α) و در طی گام‌های زمانی متوالی، عقیدهٔ جامعه و تصمیم نهایی در انتخاب نامزد و تعیین برندهٔ نهایی انتخابات مشخص‌تر می‌شود. قاعدتاً مدل‌ساز بر اساس شناخت خود از جامعه، نمونه‌گیری‌ها و آمارگیری‌ها، پارامترها را تخمین می‌زند و مدل را اجرا (شبیه‌سازی) می‌کند.

۴-۱۳- مدل HK

مدل HK[1] در سال ۲۰۰۲ [۳۷] ارائه شد. در این مدل N عامل در سیستم وجود دارند که هر عامل عقیدهٔ پیوستهٔ $o_i(t)$ دارد و مشابه مدل اولیهٔ دوفان طبق قاعدهٔ اعتماد محدود، هر فرد همسایه‌های مرتبط را انتخاب می‌کند و فقط با همسایه‌هایی ارتباط دارد که عقایدشان به اندازهٔ کافی به او نزدیک است. در مدل دوفان، در هر گام زمانی عامل تحت تأثیر یک عامل دیگر قرار می‌گیرد اما در این مدل، تحت تأثیر عامل‌های دیگر (بین صفر تا تمام عامل‌ها) قرار می‌گیرد و بر اساس وزنی که به آنها تخصیص می‌دهد، عقیده‌اش تغییر می‌کند. هر عامل i یک وزن a_{ij} برای عقیدهٔ سایر عامل‌های j قائل است به طوری که جمع a_{ij} ها یک می‌شود و شکل‌گیری عقیدهٔ عامل i در هر گام زمانی طبق رابطهٔ زیر تغییر می‌کند:

$$o_i(t+1) = a_{i1}o_1(t) + a_{i2}o_2(t) + \ldots + a_{in}o_n(t)$$

اما ضرایب ممکن است با زمان تغییر کنند، در این صورت a_{ij} تابع زمان و/یا کل عقاید عامل‌ها، یعنی $o(t)$ است، بنابر این:

$$a_{ij} = a_{ij}(t, o(t)),$$

و اگر تمامی این وزن‌های متغیر طی زمان در یک ماتریس جمع‌آوری شوند، ماتریس زیر با n سطر و n ستون ساخته می‌شود که یک ماتریس اتفاقی[2] است، ماتریسی نامنفی است که جمع هر سطر آن، یک است:

$$A(t, o(t)) = \left(a_{ij}(t, o(t))\right).$$

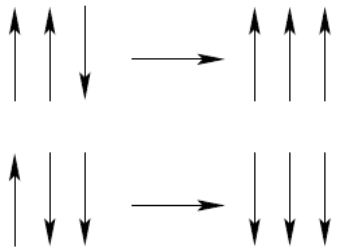
به این ترتیب معادلهٔ زیر مدل عمومی را بیان می‌کند.

$$o(t+1) = A(t, o(t))o(t) \quad \text{for } t \in T$$

حالت خاصی از این مدل که ضرایب با زمان تغییر نکنند، مدل کلاسیک یا همان مدل دیگروت است و حالت خاص دیگر، مدل FJ است که عامل برای عقیدهٔ خود یک وزن و برای عقاید سایر عامل‌ها نیز یک وزن قائل می‌شود. مدل اَبلسون نیز مدل مشابهی است اما زمان را پیوسته در نظر می‌گیرد.

۴-۱۴- مدل قاعدهٔ اکثریت

مدل قاعدهٔ اکثریت[3] [۵۲] در سال ۲۰۰۲ معرفی شد و مناظره و اظهار نظر عموم پس از آن را توصیف می‌کند. در این مدل، عقیده‌های دودویی به یک جمعیت N تایی از عامل‌ها تخصیص می‌یابند. عامل‌های با عقیدهٔ ۱+ و با عقیدهٔ ۱- به ترتیب نسبت $p+$ و $p-$ از کل جمعیت عامل‌ها را تشکیل می‌دهند ($p-=1-p+$). برای سادگی فرض کنید تمام عامل‌ها می‌توانند با هم ارتباط داشته باشند و شبکهٔ اجتماعی ارتباطات، یک گراف کامل است. در هر تکرار، گروهی از r عامل به عنوان گروه مباحثه به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند و به عنوان نتیجهٔ تعامل، تمام عامل‌های گروه با عقیدهٔ اکثریت عامل‌های درون گروه هم‌عقیده می‌شوند. اندازهٔ گروه، r، ثابت نیست و در هر گام، از یک توزیع تصادفی انتخاب می‌شود (شکل ۶).



شکل ۶. مدل قاعدهٔ اکثریت: تأثیر عقیدهٔ اکثریت گروه به تمام اعضای گروه [۱۹]

گونه‌های مختلفی از مدل قاعدهٔ اکثریت نیز بررسی شده است، مثلاً عقیدهٔ چندحالتی، امکان حرکت عامل‌ها در فضا، امکان تعامل عامل با تعداد متغیری از همسایه‌ها، وجود افراد مخالف نظر جمع[4]، و وجود عامل‌های غیرمنعطف که همیشه روی نظر خود پافشاری می‌کنند [۱۹].

مثلاً بعد از پخش یک مناظرهٔ تلویزیونی بین نامزدهای یک انتخابات عمومی که مردم شناخت کافی از آنها ندارند، افراد جامعه در جمع‌های کوچک دو یا چند نفری نظرات خود را با هم در میان می‌گذارند و به یک جمع‌بندی (هر چند موقت) می‌رسند و البته تمایل آنها تحت تأثیر این تعامل‌ها در جمع‌های مختلف ممکن است بارها تغییر کند. مدل قاعدهٔ اکثریت برای این شرایط مدل مناسبی است. اگر این محدودیت را قائل شویم که فقط جمع‌های دونفری شکل بگیرد، مدل رأی‌دهنده که پیشتر بررسی شد، مدل مناسب‌تری است.

[1] Hegselmann and Krause
[2] Stochastic
[3] Majority rule
[4] Contrarians

۴-۱۵- مدل آلتافینی

آلتافینی[1] مدل‌هایی در سال‌های ۲۰۱۲، ۲۰۱۳، و ۲۰۱۵ ارائه کرد. او پویایی عقیده را برای حالت خاصی در گراف عامل‌ها در نظر گرفت که روابط خصمانه[2] نیز بین عامل‌ها وجود دارد و روابط خصمانه بین عامل‌ها را در شبکهٔ تأثیرگذاری عقاید با علامت منفی نشان داد [۵۳]. در حالت خاصی که گراف علامت‌دار را بتوان به دو قسمت تقسیم کرد به‌طوری که گره‌های هر قسمت دارای علامت‌های مثبت بین خود باشند و تمام لبه‌های بین دو گرهٔ متعلق به دو قسمت مختلف، منفی باشند، این گراف متوازن ساختاری[3] است. گراف بدون علامت منفی حالت خاصی است که یکی از این دو بخش، تهی است. آلتافینی نشان داد اگر گراف تأثیر عقاید، متوازن ساختاری باشد، می‌توان با تبدیل‌هایی علامت‌های منفی در شبکه را حذف کرد و پویایی آن را با اصول و روابط حاکم بر سیستم‌های یکنوا[4] تحلیل نمود.

در اغلب مدل‌ها چنین در نظر گرفته شده که عامل‌ها با تعامل همکارانه[5] سعی می‌کنند به اجماع برسند در صورتی که نمونه‌هایی در دنیای واقع می‌توان یافت که برخی عامل‌ها با یکدیگر رقابت[6] می‌کنند. آلتافینی در [۵۴] نشان داد در شرایط خاص، دو قطبی ایجاد می‌شود به طوری که افراد به دو دستهٔ با عقاید مخالف تقسیم می‌شوند. این اتفاقی است که مثلاً در سیستم‌های سیاسی دوحزبی، بازارهای انحصار دوقطبی[7]، بلوک‌های رقیب بین‌المللی و امثال اینها وجود دارد.

در [۵۵] حالت خاصی در نظر گرفته شده که عامل‌ها ضمن وجود برخی روابط رقابتی باید به یک اجماع برسند، مشابه مسابقه‌ای که بین دو گروه رقیب برگزار می‌شود و در پایان تنها یک نتیجه اعلام می‌شود. در ضمن شرط توازن ساختاری نیز برداشته شده و گراف جهت‌دار علامت‌دار قویاً همبند[8] در نظر گرفته شده است.

۴-۱۶- مدل BEBA

بر اساس ادعای ابداع‌کنندگان مدل BEBA[9] [۵۶]، مدل‌های شکل‌گیری عقیده عمدتاً بر اساس قواعد ساده‌ای از تأثیرپذیری افراد تحت تأثیر اجتماع اطراف، بنا شده‌اند، در حالی که در دنیای امروزی که غالباً محتوا از طریق شبکه‌های برخط و در بسیاری موارد با استفاده از ابزارهای هوش مصنوعی تولید و منتشر می‌شود، دو پدیدهٔ اجتماعی نقش مهمی دارند: ۱) نتیجهٔ معکوس (که استعارهٔ آن، پس زدن آتش تفنگ است) و ۲) جذب متعصبانه. منظور از نتیجهٔ معکوس آن است که یک عقیدهٔ مخالف ممکن است باعث تثبیت بیشتر عقیدهٔ فرد شود، به این معنی که نه تنها باعث تعدیل عقیدهٔ او نشود، بلکه او را در عقیدهٔ فعلی خود راسخ‌تر نماید. جذب متعصبانه نیز به این معنی است که اگر عقیدهٔ فرد دیگری تأییدکنندهٔ عقیدهٔ فرد باشد، عقیدهٔ او را می‌پذیرد. مدل BEBA در واقع گسترش یافته‌ای از مدل دیگروت است که نتیجهٔ معکوس نیز در آن لحاظ شده است.

۴-۱۷- سایر مدل‌های شکل‌گیری عقیده

مهمترین و مشهورترین مدل‌های شکل‌گیری عقیده به اختصار مرور شدند. سایر مدل‌های شکل‌گیری عقیده، عمدتاً گونه‌هایی از این مدل‌ها با تغییراتی در برخی ابعاد آنها و یا ترکیب‌هایی از آنها محسوب می‌شوند.

۵- ابعاد مدل‌های شکل‌گیری عقیده

برای مدل‌های مختلف شکل‌گیری عقیده می‌توان ابعاد یا ویژگی‌های مختلفی قائل شد. در [۳۴] سه ویژگی برای دسته‌بندی مدل‌های شکل‌گیری عقیده ذکر شده است: ۱) زمان (پیوسته/ گسسته)، ۲) عقیده (پیوسته/ گسسته)، و ۳) تمام فرضیاتی که در خصوص تأثیر اجتماعی در مدل انجام می‌شود. در [۲۹] مقالات منتشر شده در حوزهٔ استفاده از مدل‌سازی مبتنی بر عامل برای شکل‌گیری عقیده بررسی شده‌اند و ویژگی‌هایی که در این مدل‌های مبتنی بر عامل شناسایی شده‌اند، عبارتند از: فضای عقیده، جهت تأثیرگذاری عامل‌ها روی یکدیگر (دوطرفه، یک‌طرفه)، عامل‌های طرف تعامل (دوبه‌دو، هر دو عامل ممکن، نزدیک‌ترین همسایه‌ها)، تابع به‌روزرسانی (مثلاً متوسط یا متوسط وزن‌دار تأثیر عامل‌های تأثیرگذار)، تواتر به‌روزرسانی عقاید عامل‌ها (به‌روزرسانی منظم یا دوره‌ای تمام عامل‌ها در هر گام زمانی، یا به‌روزرسانی نامنظم)، و تابع مطلوبیت[10] که در برخی بررسی‌ها عامل‌ها بر اساس تابع مطلوبیت رفتار می‌کنند.

در این پژوهش، ویژگی‌های جامع‌تری از مدل‌های شکل‌گیری عقیده با مطالعهٔ مدل‌های شکل‌گیری عقیده و بررسی نقاط اشتراک و

[1] Claudio Altafini
[2] Antagonistic
[3] Structurally balanced
[4] Monotone systems
[5] Collaborative
[6] Compete
[7] Duopolistic
[8] Strongly connected signed digraph
[9] Backfire Effect and Biased Assimilation
[10] Utility function

افتراق آنها استخراج شده‌اند که در ادامه مرور می‌شوند.

۵-۱- فضای عقیده

در مدل کردن عقیده، به دو صورت می‌توان به عقیده کمیّت داد:

- عقیدهٔ گسسته: در مدل‌های با عقیدهٔ گسسته، عامل‌ها دارای مقادیر گسسته مثلاً صفر و یک به عنوان عقیدهٔ خود هستند و سعی می‌کنند با تعامل با دیگران عقیده‌شان با آنها هماهنگ شوند [۲]. از مدل‌های مشهور این دسته، مدل‌های اِشنید[۱]، رأی‌دهنده، قاعدهٔ اکثریت و مدل تأثیر اجتماعی است.
- عقیدهٔ پیوسته: در مدل‌های پیوسته، مثل مدل‌های دوفان، عقیدهٔ هر عامل می‌تواند عددی حقیقی در یک بازهٔ عددی مثل [0,1] باشد. این بازه، فضای عقیده نامیده می‌شود.

۵-۲- زمان گسسته/ پیوسته

زمان در مدل‌های شکل‌گیری عقیده به دو صورت گسسته یا پیوسته تلقی می‌شود:

- زمان گسسته: تغییرات عقیده به صورت رویدادهای گسسته فرض می‌شود و در مدل‌سازی تحلیلی آن از معادلات تفاضل[۲] استفاده می‌شود. اغلب مدل‌های شکل‌گیری عقیده، زمان گسسته هستند.
- زمان پیوسته: در مدل‌سازی با زمان پیوسته، اختلاف زمانی بین رویدادها به سمت صفر میل می‌کند و بنابر این از معادلات دیفرانسیل[۳] برای مدل‌سازی تحلیلی استفاده می‌شود، مانند مدل‌های ابلسون و تیلر.

۵-۳- شبکهٔ عامل‌ها

می‌توان برای شبکهٔ عامل‌هایی که با هم تبادل عقیده می‌کنند یا می‌توانند تبادل عقیده کنند، دسته‌بندی قائل شد:

- خطی یا یک بعدی: عامل‌ها به صورت زنجیره با یکدیگر تعامل دارند و هر عامل فقط با دو عامل دیگر (چپ و راست) تعامل دارد، مانند مدل اِشنید و آیزینگ یک‌بعدی.
- مشبک[۴] دو بعدی: شبکه به صورت گراف مسطح و منظمی است که هر گره (جز گره‌های مرزی در اطراف شبکه) با چهار گره دیگر (چپ، راست، بالا، پایین) تعامل دارد. مدل‌های اِشنید دو بعدی، اِشتوفر[۵] و گَلَم[۶] چنین ساختاری دارند.
- گراف کامل: هر گره با تمامی سایر گره‌ها تعامل دارد یا می‌تواند داشته باشد.
- گراف تصادفی: از گراف‌های تصادفی نظیر گراف تصادفی اردوش-رنیی[۷] [۵۷]، گراف جهان کوچک[۸] [58]، و گراف بی‌مقیاس[۹] [۵۹] برای شبکهٔ ارتباط عامل‌ها استفاده می‌شود.

۵-۴- محدودیت تعامل عامل‌ها

در برخی مدل‌های شکل‌گیری عقیده، علاوه بر ساختار حاکم بر عامل‌های تعامل‌کننده، محدودیت‌هایی روی تعامل عامل‌ها در نظر گرفته می‌شود، طبق دسته‌بندی زیر:

- بدون محدودیت: برخی مدل‌ها محدودیتی روی عامل‌های تعامل کننده ندارند و هر دو عاملی که با هم ارتباط دارند (در گراف مدل، لبه‌ای بین آنها وجود دارد)، می‌توانند با هم تعامل کنند.
- اعتماد محدود[۱۰]: با این محدودیت، عامل‌ها تنها در صورتی با یکدیگر تعامل می‌کنند که عقاید آنها از آستانهٔ مشخص که اعتماد محدود نامیده می‌شود، به هم نزدیک‌تر باشند [۳۱]. از مشهورترین مدل‌های این دسته، مدل دوفان و مدل HK هستند.
- سایر محدودیت‌ها: علاوه بر اعتماد محدود که ذکر شد، محدودیت‌های دیگر نیز می‌توانند اِعمال شوند، مثل توافق نسبی[۱۱] که در مدل توافق نسبی دوفان استفاده شده است.

۵-۵- میزان تأثیر عامل‌ها

میزان تأثیر عامل‌های تعامل‌کننده یا پارامتر همگرایی[۱۲]: این شاخص تعیین می‌کند وقتی عامل با یک یا چند عامل دیگر تعامل می‌کند، چقدر و در چه جهتی تغییر عقیده در عامل اتفاق می‌افتد. این شاخص می‌تواند نوع رابطهٔ بین عامل‌ها تلقی شود که در برخی مدل‌ها یکسان و در برخی، متفاوتند. برخی مهمترین انواع آنها به شرح زیر است اما محدود به اینها نیست:

- ضریب ساده: در برخی مدل‌ها مثل مدل اولیهٔ دوفان تأثیر عامل‌ها روی عقیدهٔ هم با یک ضریب ساده بیان می‌شود.

[1] Sznajd
[2] Difference Equations
[3] Differential Equations
[4] Lattice
[5] Stauffer
[6] Galam
[7] Erdős–Rényi
[8] Small-world
[9] Scale-free
[10] Bounded confidence
[11] Relative agreement
[12] Convergence

- وزن‌دار: در مدل‌هایی مثل دیگروت و HK، میزان تأثیر بر اساس وزن‌هایی است که عامل به هر یک از عامل‌های دیگر تخصیص می‌دهد. این وزن‌ها می‌توانند متفاوت باشند و ممکن است طی زمان تغییر کنند. در برخی مدل‌ها به جای متوسط حسابی، روش‌های دیگری مانند متوسط هندسی یا متوسط همساز[1] استفاده می‌شود [۶۰].
- بر اساس میزان اشتراک: میزان اشتراک و اختلاف عقیده می‌تواند ملاک میزان تأثیر عامل‌ها روی یکدیگر باشند. مثلاً توافق نسبی یا تابع گاوسی[2] در برخی مدل‌های دوفان مثالی از این دسته هستند.
- تأثیر مخالف: برخی مدل‌ها رابطهٔ دشمنانه را نیز بین عامل‌ها در نظر می‌گیرند به‌طوری که عقیدهٔ عامل در تعامل با عامل دشمن، از او دور می‌شود. در مدل آلتافینی روابط دشمنانه در نظر گفته شده‌اند.

۵-۶- وابستگی به زمان

بر اساس وابستگی به زمان، مدل‌های شکل‌گیری عقیده را به دو دسته می‌توان تقسیم کرد:

- وابسته به زمان: اگر شرایط و محدودیت‌های حاکم بر مسأله در طی زمان تغییر کند، مدل، وابسته به زمان است.

مستقل از زمان: بر خلاف مدل‌های وابسته به زمان، در مدل‌های مستقل از زمان، شرایط و محدودیت‌های حاکم در طی زمان تغییر می‌کنند. مهمترین شرط، تأثیرپذیری یا تأثیرگذاری عامل‌ها روی عقیدهٔ یکدیگر است که در اغلب مدل‌ها با ماتریس تعامل نشان داده می‌شود. به عنوان نمونه، در [۳۷] و [۶۱] چنین مدل‌هایی بررسی شده‌اند.

۵-۷- خطی/غیرخطی

مدل‌های شکل‌گیری عقیده را از منظر دیگری می‌توان به دو دستهٔ خطی یا غیرخطی تفکیک کرد:

- مدل‌های خطی: در مدل‌های خطی (و به طور کلی در سیستم‌های خطی) از اصل برهم‌نهی[3] پیروی می‌شود. طبق اصل برهم‌نهی پاسخ تولید شده به ازای دو محرک در زمان و مکان واحد، برابر است با مجموع پاسخ‌های تولید شده توسط هر یک از دو محرک.
- مدل‌های غیرخطی: در مدل‌های غیرخطی (بر خلاف مدل‌های خطی) اصل برهم‌نهی برقرار نیست.

تحلیل مدل‌های خطی نسبت به مدل‌های غیرخطی ساده‌تر است و به صورت سیستماتیک توسط روش‌های تحلیل خطی مانند تئوری ماتریس، زنجیرهٔ مارکوف و تئوری گراف می‌توان آنها را تحلیل کرد. مدل‌های فِرنچ، اَبلسون و FJ از این دسته هستند. وقتی ساختار مدل تغییر می‌کند یا وزنی که عامل‌ها به عقیدهٔ عامل‌های دیگر تخصیص می‌دهند به خود عقیده‌ها وابسته باشد، مدل غیرخطی می‌شود. در این دسته از مدل‌ها ابزارهای ریاضی مانند زنجیرهٔ مارکوف دیگر قابل اِعمال نیستند و برای تحلیل این مدل‌ها، شبیه‌سازی گزینهٔ مناسبی است. مدل‌های دوفان و HK که در آنها شرط اعتماد محدود لحاظ شده، در این دسته قرار می‌گیرند.

۵-۸- سایر ویژگی‌های مدل‌های شکل‌گیری عقیده

علاوه بر ابعاد یا ویژگی‌هایی که ذکر شدند، ویژگی‌های دیگری نیز می‌توان برشمرد که مختص مدل‌های خاصی نیستند و در این بخش بررسی می‌شوند. این ویژگی‌ها را در اغلب مدل‌های شکل‌گیری عقیده می‌توان در نظر گرفت و در بررسی شکل‌گیری عقیده در جامعه با مدل‌های شکل‌گیری عقیده، آنها را لحاظ نمود.

۵-۸-۱- همگونی/ناهمگونی جامعه

برحسب اینکه رفتار تمامی عامل‌ها یکسان است یا خیر، مدل‌سازی را به دو دستهٔ زیر می‌توان دسته‌بندی نمود:

- با عامل‌های همگون: عامل‌ها و رفتار آنها همگی مشابه هم هستند و عامل‌ها از یک (مجموعه) قاعده برای تصمیم‌گیری و رفتارشان استفاده می‌کنند.
- با عامل‌های ناهمگون: عامل‌ها را می‌توان به دو دسته یا بیشتر تقسیم کرد که هر دسته تفاوتی با سایر دسته‌ها دارد، چنانکه در دنیای واقع نیز در حوزهٔ شکل‌گیری عقیده مثلاً برخی افراد در موضوعی خبره و صاحب‌نظر هستند و عقیدهٔ آنها دقیق‌تر است و تأثیر بیشتری روی دیگران دارند، یا از نظر اعتماد و آستانهٔ اعتماد تفاوت دارند. در بررسی جنبش‌های اجتماعی که رهبر(ها) و پیروان در آن نقش دارند، افراد (عامل‌ها) نقش‌های یکسانی ندارند، مثلاً در [۶۲] و [۶۳] نقش رهبر به ترتیب در مدل‌های دوفان و HK بررسی شده‌اند.

[1] Harmonic mean
[2] Gaussian function
[3] Superposition

۵-۸-۲- تعداد ابعاد فضای عقیده

از این دیدگاه نیز می‌توان دسته‌بندی زیر را قائل شد:

- فضای عقیدهٔ یک‌بعدی: عقیده تنها با یک متغیر مدل می‌شود، مثل متغیر دودویی برای موافقت/مخالفت، یا در یک طیف عددی (مثل تخمین جمعیت جهان در ۱۰ سال آینده یا نسبت دادن احتمال وقوع در بازهٔ پیوستهٔ صفر تا یک به یک اتفاق).
- فضای عقیدهٔ چندبعدی: عقیده دارای بیش از یک بعد است. مثلاً در [۶۴] هر عامل باید عقیده‌ای در مورد نحوهٔ تخصیص منابع محدود به n پروژه داشته باشد، پس برای هر پروژه باید یک مقدار مشخص از منابع در نظر بگیرد و به این ترتیب، عقیده n بعدی است. در فضای چندبعدی برای اندازه‌گیری فاصلهٔ عقیده‌ها از هم باید از معیاری مناسب مانند فاصلهٔ اقلیدسی استفاده کرد.

۵-۸-۳- تصور اولیه جامعه

تصور اولیه[1] یا عقیدهٔ اولیهٔ افراد نسبت به موضوع در مدل‌های کلاسیک معمولاً توزیع یکنواخت در نظر گرفته می‌شود. تغییر تابع توزیع تصور اولیهٔ افراد (عامل‌ها) یا مقادیر اولیهٔ آنها می‌تواند در شکل‌گیری حالت‌های خاص مانند اجماع، دوقطبی، و چندقطبی شدن جامعه و عقیدهٔ گروه‌های مختلف جامعه و سرعت همگرایی مؤثر باشد [۶۵].

۵-۸-۴- قطعی/نویزی

در مدل کردن رفتار انسان‌ها در تغییر عقیده، از نویز یا عدم قطعیت یا رفتار تصادفی نمی‌توان صرف‌نظر کرد، به این معنی که نمی‌توان پویایی عقیدهٔ افراد جامعه را با یک مدل قطعی[2] بیان کرد [۶۶]. با این حال، مدل‌های شکل‌گیری عقیده را از این منظر به دو دسته می‌توان تقسیم کرد:

- مدل‌های قطعی: در برخی مدل‌ها مثل مدل دیگروت، تغییر عقیده بر اساس یک تابع قطعی تخمین زده می‌شود.
- مدل‌های نویزی: در برخی مدل‌ها نظیر مدل تأثیر اجتماعی [۵] و مدل آیزینگ [۶۷]، به نویز توجه ویژه‌ای شده است. نویز در مدل‌های شکل‌گیری عقیده به مثابهٔ نقش گرما در انتقال فاز[3] در برخی مدل‌های فیزیکی است که مثلاً برای توجیه رفتار مواد فرومغناطیس در مغناطیسی شدن یا تبدیل حال مواد (از مایع به گاز، گاز به مایع، جامد به مایع و سایر تغییر حالت‌ها) است [۶۸-۷۱]. انتقال فاز می‌تواند پاسخ به این سوال اکسلرود [۷۲] نیز پاسخ دهد که «اگر افراد تمایل دارند عقایدشان به هم نزدیک شود پس چرا این همه تعارض عقاید وجود دارد؟» اگر چه این تمایل به نزدیک شدن افکار (و حتی به طور عام در فرهنگ) وجود دارد و انتظار می‌رود اختلاف‌ها کم شوند، اما از طرف دیگر افرادی وجود دارند که نیروی دافعه یا مخالفتی با همسایگان در شبکهٔ ارتباطی خود دارند که موجب ایجاد یک همگرایی محلی می‌شود که می‌تواند گسترش یابد و به یک قطبیت در کل جامعه تبدیل شود و البته این نیروی دافعه یا مخالفت در افراد مسن‌تر کمتر انتظار می‌رود [۷۳].

مدل‌های شکل‌گیری عقیده که در این مقاله بررسی شدند و ویژگی آنها در ابعاد مختلفی که ذکر شدند در جدول ۱ خلاصه شده‌اند.

[1] First Impression
[2] Deterministic
[3] Phase Transition

جدول ۱. مقایسه اجمالی مدل‌های شکل‌گیری عقیده از منظر ابعاد مختلف

ردیف	مدل	سال ابداع	خلاصهٔ مدل	فضای عقیده	زمان گسسته/ پیوسته	شبکه عامل‌ها	محدودیت تعامل عامل‌ها	میزان تأثیر عامل‌ها	وابستگی به زمان	خطی/ غیرخطی
۱	آیزینگ (Ising)	۱۹۲۴	مدل فیزیکی برای توجیه مغناطیسی شدن خودبخودی	گسسته	گسسته/ پیوسته	خطی/ مشبکهٔ دوبعدی	بدون محدودیت	بر اساس تأثیر (انرژی) همسایه‌ها	مستقل	خطی
۲	فرنچ (French)	۱۹۵۶	هربار متوسط عقیدهٔ خود و دیگران	پیوسته	گسسته	گراف	بدون محدودیت	متوسط عقاید	مستقل	خطی
۳	ابلسون (Abelson)	۱۹۶۴	هربار متوسط وزن‌دار عقیدهٔ خود و دیگران	پیوسته	پیوسته	گراف	بدون محدودیت	متوسط وزن‌دار	مستقل	خطی
۴	تیلر (Taylor)	۱۹۶۸	مشابه ابلسون، با لحاظ کردن تأثیر رسانه‌ها، مقاومت به تغییر و نرخ تأثیر متغیر	پیوسته	پیوسته	گراف	بدون محدودیت	متوسط وزن‌دار	مستقل	خطی
۵	دیگروت (DeGroot)	۱۹۷۴	هربار متوسط وزن‌دار عقیدهٔ خود و دیگران	پیوسته	گسسته	گراف	بدون محدودیت	متوسط وزن‌دار	مستقل	خطی
۶	رأی‌دهنده (Voter)	۱۹۷۵	هربار تصادفی یک عامل انتخاب و از او تقلید می‌شود	گسسته	گسسته/ پیوسته	گراف جهت‌دار قویاً همبند	بدون محدودیت	تقلید کامل	مستقل	خطی
۷	FJ (Friedkin-Johnsen)	۱۹۹۰و ۱۹۹۹	وزن مشخصی برای عقیدهٔ ابتدایی خود و وزن دیگری برای تمامی همسایگان	پیوسته	گسسته	گراف	بدون محدودیت	متوسط وزن‌دار: وزن g برای عقیده ابتدایی خود و $1-g$ برای متوسط وزن‌دار سایر عامل‌ها	مستقل	خطی
۸	اِشنید (Sznajd)	۲۰۰۰	براساس آیزینگ – یک بعدی	گسسته	گسسته	خطی	بدون محدودیت	بر اساس عقیدهٔ دو همسایه در زنجیرهٔ خطی	مستقل	خطی
۹	اِشتوفر (Stauffer)	۲۰۰۰	مشابه اِشنید، و دوبعدی	گسسته	گسسته	دوبعدی	بدون محدودیت	بر اساس هم عقیده بودن ۴ عامل همسایه درمشبکهٔ ۲×۲	مستقل	غیرخطی
۱۰	گَلَم (Galam)	۲۰۰۰	مشابه اِشتوفر (دوبعدی است) و مشابه اِشنید (از نظر تأثیر زنجیره‌های عامل‌ها)	گسسته	گسسته	دوبعدی	بدون محدودیت	بر اساس ۴ عامل همسایه در مشبکهٔ ۲×۲	مستقل	غیرخطی
۱۱	دوفان (Deffuant)	۲۰۰۰	هربار دو عامل به شرط اعتماد محدود به ضریب مشخص به هم نزدیک می‌شوند	پیوسته	گسسته	گراف	اعتماد محدود	پارامتر همگرایی	مستقل	غیرخطی
		۲۰۰۲ (با عدم قطعیت)	معرفی و استفاده از مفهوم توافق نسبی	پیوسته	گسسته	گراف	توافق نسبی	متناسب با توافق نسبی	مستقل	خطی
		۲۰۰۴ (با محدوده اعتماد نرم)	معرفی و استفاده از مفهوم اعتماد محدود نرم	پیوسته	گسسته	گراف	اعتماد محدود نرم	متناسب با تابع گاوسی فاصلهٔ دو عامل و عدم‌قطعیت آنها	مستقل	خطی

ردیف	مدل	سال ابداع	خلاصهٔ مدل	فضای عقیده	زمان گسسته/ پیوسته	شبکه عامل‌ها	محدودیت تعامل عامل‌ها	میزان تأثیر عامل‌ها	وابستگی به زمان	خطی/ غیرخطی
۱۲	تأثیر اجتماعی (Social impact)	۲۰۰۲	هربار تحت تأثیر دو گروه مخالف و موافق برای: تغییر و تداوم عقیده	گسسته	گسسته/ پیوسته	گراف	بدون محدودیت	بر اساس پارامترهای تنظیمی	مستقل	غیرخطی
۱۳	HK (Hegselmand-Krause)	۲۰۰۲	هربار عامل تحت تأثیر متوسط وزن‌دار تمام عامل‌ها	پیوسته	گسسته	گراف	اعتماد محدود	متوسط وزن‌دار	وابسته	غیرخطی
۱۴	قاعدهٔ اکثریت (Majority rule)	۲۰۰۲	انتخاب تصادفی گروه مباحثه در هر گام و یکدستی عقاید حسب اکثریت	گسسته	گسسته	گراف کامل	بدون محدودیت	بر اساس تعداد عامل‌ها در یکی از گروه‌های عقیده	مستقل	غیرخطی
۱۵	آلتافینی (Altafini)	۲۰۱۲	روابط خصمانه نیز وجود دارد	پیوسته	پیوسته	گراف با توازن ساختاری	بدون محدودیت	بر اساس رابطهٔ دوستانه/ خصمانه	مستقل	غیرخطی
		۲۰۱۳	روابط خصمانه و دو قطبی شدن عقاید	پیوسته	پیوسته	گراف با توازن ساختاری			مستقل	خطی/ غیرخطی
		۲۰۱۵	روابط خصمانه و لزوم اجماع	پیوسته	گسسته/ پیوسته	گراف جهت‌دار قویاً همبند			مستقل	خطی
۱۶	BEBA	۲۰۲۱	مشابه دیگروت با نتیجهٔ معکوس (Backfire)	پیوسته	گسسته	گراف	شبکه	متوسط وزن‌دار و لحاظ کردن تعصب به عقیدهٔ خود و نتیجهٔ معکوس عقاید مخالف	مستقل	خطی

۶- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

به منظور استفاده از محاسبات و پردازش در بررسی روند و پیش‌بینی تغییرات عقاید در علوم اجتماعی محاسباتی از مدل‌های شکل‌گیری عقیده استفاده می‌شود. تنوعی از مدل‌های شکل‌گیری عقیده ارائه شده‌اند که اگرچه به شکلی تقلیل‌گرا سعی در ساده‌سازی تغییر عقاید انسان‌ها دارند، اما حسب مورد و شرایط می‌توانند در بررسی‌ها استفاده شوند.

در این مقاله، مهمترین مدل‌های شکل‌گیری عقیده مرور شدند. مدل‌های دیگر، عمدتاً گسترش، حالت خاص، یا ترکیبی از این مدل‌های اصلی هستند. همچنین بر اساس این مطالعه، ابعادی برای مدل‌های شکل‌گیری عقیده استخراج شدند که عبارتند از: ۱) فضای عقیده (گسسته/ پیوسته)، ۲) گسسته/پیوسته بودن زمان ۳) شبکهٔ تعامل، ۴) محدودیت تعامل، ۵) میزان تأثیر، ۶) وابستگی به زمان و ۷) خطی/غیرخطی بودن. علاوه بر این ابعاد، شرایطی نیز ذکر شدند که در مدل‌های شکل‌گیری عقیده می‌توان در نظر گرفته که روی پویایی و نتیجهٔ شکل‌گیری عقیده موثر هستند، شامل ۱) همگونی/ناهمگونی جامعه، ۲) تعداد ابعاد فضای عقیده، ۳) تصور اولیهٔ جامعه، ۴) قطعی یا نویزی بودن مدل. انتخاب مدل شکل‌گیری عقیدهٔ مناسب برای پژوهش‌های مختلف در حوزهٔ شکل‌گیری عقیده به شرایط مورد بررسی بستگی دارد و نتایج این بررسی به پژوهشگر کمک می‌کند که مدل شکل‌گیری عقیدهٔ مناسب را انتخاب نماید و حتی با توجه به ابعاد و شرایطی که ذکر شد، مدل مناسب را طراحی و استفاده نماید.

موضوع شکل‌گیری عقیده را می‌توان از زوایای مختلف مورد بررسی قرار داد. این مقاله به ابعاد مدل‌های شکل‌گیری عقیده پرداخت و در پژوهش‌های آتی می‌توان موضوعاتی مانند کاربردها و شرایطی که هر مدل برای آن مناسب است، روش‌های مدل‌سازی و حل مدل، چالش‌ها، ماهیت شناختی فردی و اجتماعی را مورد توجه قرار داد. همچنین روش‌های «تحلیل میدان متوسط»[1] که ریشه در مکانیک آماری دارند نیز برای بررسی برخی مدل‌های شکل‌گیری عقیده استفاده می‌شوند [۷۴] که می‌تواند موضوع پژوهشی در آینده باشد.

مراجع

[1] B. Liu and L. Zhang, "A survey of opinion mining and sentiment analysis," in *Mining text data*, ed: Springer, 2012, pp. 415-463.

[2] M. Jalili, "Social power and opinion formation in complex networks," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 392, pp. 959-966, 2013.

[3] I. N. Lymperopoulos and G. D. Ioannou, "Understanding and modeling the complex dynamics of the online social networks: a scalable conceptual approach," *Evolving Systems*, vol. 7, pp. 207-232, 2016.

[4] M. S. Granovetter, "The strength of weak ties," *American journal of sociology*, vol. 78, pp. 1360-1380, 1973.

[5] J. A. Holyst, K. Kacperski, and F. Schweitzer, "Social impact models of opinion dynamics," *Annual reviews of computational physics*, vol. 9, pp. 253-273, 2002.

[6] Y. Dong, M. Zhan, G. Kou, Z. Ding, and H. Liang, "A survey on the fusion process in opinion dynamics," *Information Fusion*, vol. 43, pp. 57-65, 2018.

[7] H. Noorazar, "Recent advances in opinion propagation dynamics: A 2020 survey," *The European Physical Journal Plus*, vol. 135, pp. 1-20, 2020.

[8] D. Lazer, A. Pentland, L. Adamic, S. Aral, A.-L. Barabási, D. Brewer, *et al.*, "Computational social science," *Science*, vol. 323, pp. 721-723, 2009.

[9] H. Lietz, A. Schmitz, and J. Schaible, "Social Network Analysis with Digital Behavioral Data," *easy_social_sciences*, pp. 41-48, 2021.

[10] C. Coquidé, J. Lages, and D. L. Shepelyansky, "Opinion formation in the world trade network," *Entropy*, vol. 26, p. 141, 2024.

[11] R. Urena, G. Kou, Y. Dong, F. Chiclana ,and E. Herrera-Viedma, "A review on trust propagation and opinion dynamics in social networks and group decision making frameworks," *Information sciences*, vol. 478, pp. 461-475, 2019.

[12] K. Lichtenegger and T. Hadzibeganovic, "The interplay of self-reflection, social interaction and random events in the dynamics of opinion flow in two-party democracies," *International Journal of Modern Physics C*, vol. 27, p. 1650065, 2016.

[13] A. Hanifa, C. Debora, M. F. Hasani, and P. Wicaksono, "Analyzing Views on Presidential Candidates for Election 2024 Based on the Instagram and X Platforms with Text Clustering," *Procedia Computer Science*, vol. 245, pp. 730-739, 2024.

[14] S. Hong and S. H. Kim, "Political polarization on twitter: Implications for the use of social media in digital governments," *Government Information Quarterly*, vol. 33, pp. 777-782, 2016.

[15] A. Mansouri, M. Mahmoudi, M. Farhoodi, and S. M. Mirsarraf, "Persian Rumor Detection Using a MultiClassifier Fusion Approach," *International Journal of Information and Communication Technology Research*, vol. 16, pp. 33-43, 2024.

[16] A. Bondielli and F. Marcelloni, "A survey on fake news and rumour detection techniques," *Information sciences*, vol. 497, pp. 38-55, 2019.

[17] K. Sharma, F. Qian, H. Jiang, N .Ruchansky, M. Zhang, and Y. Liu, "Combating fake news: A survey on identification and mitigation techniques," *ACM transactions on intelligent systems and technology (TIST)*, vol. 10, pp. 1-42, 2019.

[18] X. Zhou and R. Zafarani, "A survey of fake news: Fundamental theories, detection methods, and opportunities," *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 53, pp. 1-40, 2020.

[19] C. Castellano, S. Fortunato, and V. Loreto, "Statistical physics of social dynamics," *Reviews of modern physics*, vol. 81, p. 591, 2009.

[20] S. V. Gana and E. S. Asemah, "Psychological Factors Influencing Public Opinion Formation," *Communication and Media Dynamics*, p. 84, 2024.

[1] Mean field analysis

[43] K. Sznajd-Weron and J. Sznajd, "Opinion evolution in closed community," *International Journal of Modern Physics C*, vol. 11, pp. 1157-1165, 2000.

[44] K. Sznajd-Weron, "Sznajd model and its applications," *arXiv preprint physics/0503239*, 2005.

[45] D. Stauffer, A. O. Sousa, and S. M. De Oliveira, "Generalization to square lattice of Sznajd sociophysics model," *International Journal of Modern Physics C*, vol. 11, pp. 1239-1245, 2000.

[46] G. Deffuant, D. Neau, F. Amblard, and G. Weisbuch, "Mixing beliefs among interacting agents," *Advances in Complex Systems*, vol. 3, pp. 87-98, 2000.

[47] G. Deffuant, F. Amblard, G. Weisbuch, and T. Faure, "How can extremism prevail? A study based on the relative agreement interaction model," *Journal of artificial societies and social simulation*, vol. 5, 2002.

[48] G. Deffuant, F. Amblard, and G. Weisbuch, "Modelling group opinion shift to extreme: the smooth bounded confidence model," *arXiv preprint cond-mat/0410199*, 2004.

[49] A. Nowak, J. Szamrej, and B. Latané, "From private attitude to public opinion: A dynamic theory of social impact," *Psychological review*, vol. 97, p. 362, 1990.

[50] S. E. Asch, "Opinions and social pressure," *Scientific american*, vol. 193, pp. 31-35, 1955.

[51] S. E. Asch, "Studies of independence and conformity: I. A minority of one against a unanimous majority," *Psychological monographs: General and applied*, vol. 70, p. 1, 1956.

[52] S. Galam, "Minority opinion spreading in random geometry," *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems*, vol. 25, pp. 403-406, 2002.

[53] C. Altafini, "Dynamics of opinion forming in structurally balanced social networks," *PloS one*, vol. 7, p. e38135, 2012.

[54] C. Altafini, "Consensus problems on networks with antagonistic interactions," *IEEE transactions on automatic control*, vol. 58, pp. 935-946, 2013.

[55] C. Altafini and G. Lini, "Predictable dynamics of opinion forming for networks with antagonistic interactions," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 60, pp. 342-357, 2015.

[56] X. Chen, P. Tsaparas, J. Lijffijt, and T. De Bie, "Opinion dynamics with backfire effect and biased assimilation," *PloS one*, vol. 16, p. e0256922, 2021.

[57] P. Erdős and A. Rényi, "On random graphs I," *Publ. Math. Debrecen*, vol. 6, pp. 290-297, 1959.

[58] D. J. Watts and S. H. Strogatz, "Collective dynamics of 'small-world'networks," *nature*, vol. 393, pp. 440-442, 1998.

[59] A.-L. Barabási and R. Albert, "Emergence of scaling in random networks," *science*, vol. 286, pp. 509-512, 1999.

[60] U. Krause, "A discrete nonlinear and non-autonomous model of consensus formation," *Communications in difference equations*, pp. 227-236, 2000.

[61] D. N. Sotiropoulos, C. Bilanakos, and G. M. Giaglis, "Opinion formation in social networks: a time-variant and non-linear model," *Complex & Intelligent Systems*, vol. 2, pp. 269-284, 2016.

[62] E. Kurmyshev and H. A. Juárez, "What is a leader of opinion formation in bounded confidence models?," *arXiv preprint arXiv:1305.4677*, 2013.

[63] S. Wongkaew, M. Caponigro, and A. Borzi, "On the control through leadership of the Hegselmann–Krause opinion formation model," *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, vol. 25, pp. 565-585, 2015.

[21] P. Sobkowicz, "Modelling opinion formation with physics tools: Call for closer link with reality," *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, vol. 12, p. 11, 2009.

[22] B. Düring, J. Franceschi, M.-T. Wolfram, and M. Zanella, "Breaking consensus in kinetic opinion formation models on graphons," *Journal of Nonlinear Science*, vol. 34, p. 79, 2024.

[23] F. Klügl and A. L. Bazzan, "Agent-based modeling and simulation," *AI Magazine*, vol. 33, p. 29, 2012.

[24] C. M. Macal and M. J. North, "Tutorial on agent-based modelling and simulation," *Journal of simulation*, vol. 4, pp. 151-162, 2010.

[25] C. Macal and M. North, "Introductory tutorial: Agent-based modeling and simulation," in *Proceedings of the 2014 Winter Simulation Conference*, 2014, pp. 6-20.

[26] F. Schweitzer, T. Krivachy, and D. Garcia, "How emotions drive opinion polarization: An agent-based model," *arXiv preprint arXiv:1908.11623*, 2019.

[27] C. A. Devia and G. Giordano, "Graphical analysis of agent-based opinion formation models," *Plos one*, vol. 19, p. e0303204, 2024.

[28] M. Tomaiuolo, G. Lombardo, M. Mordonini, S. Cagnoni, and A. Poggi, "A Survey on Troll Detection," *Future Internet*, vol. 12, p. 31, 2020.

[29] L. Mastroeni, P. Vellucci, and M. Naldi, "Agent-based models for opinion formation: A bibliographic survey," *IEEE Access*, vol. 7, pp. 58836-58848, 2019.

[30] O. Abid, S. Jamoussi, and Y. B. Ayed, "Deterministic models for opinion formation through communication: A survey," *Online Social Networks and Media*, vol. 6, pp. 1-17, 2018.

[31] J. Lorenz, "Continuous opinion dynamics under bounded confidence: A survey," *International Journal of Modern Physics C*, vol. 18, pp. 1819-1838, 2007.

[32] C. A. Devia and G. Giordano, "A framework to analyze opinion formation models," *Scientific Reports*, vol. 12, p. 13441, 2022.

[33] C. A. Devia and G. Giordano, "Probabilistic analysis of agent-based opinion formation models," *Scientific Reports*, vol. 13, p. 20152, 2023.

[34] I. V. Kozitsin, "A general framework to link theory and empirics in opinion formation models," *Scientific reports*, vol. 12, p. 5543, 2022.

[35] N. E. Friedkin, "A formal theory of social power," *Journal of Mathematical Sociology*, vol. 12, pp. 103-126, 1986.

[36] R. P. Abelson, "Mathematical models of the distribution of attitudes under controversy," *Contributions to mathematical psychology*, vol. 14, pp. 1-160, 1964.

[37] R. Hegselmann and U. Krause, "Opinion dynamics and bounded confidence models, analysis, and simulation," *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, vol. 5, 2002.

[38] M. Taylor, "towards a mathematical theory of Influence and attitude change," *Human Relations*, vol. 21, pp. 121-139, 1968.

[39] M. H. DeGroot, "Reaching a consensus," *Journal of the American Statistical Association*, vol. 69, pp. 118-121, 1974.

[40] R. A. Holley and T. M. Liggett, "Ergodic theorems for weakly interacting infinite systems and the voter model," *The annals of probability*, pp. 643-663, 1975.

[41] N. E. Friedkin and E. C. Johnsen, "Social influence and opinions," *Journal of Mathematical Sociology*, vol. 15, pp. 193-206, 1990.

[42] N. E. Friedkin and E. C. Johnsen, "Social influence networks and opinion change," *Advances in Group Processes*, vol. 16, pp. 1-29, 1999.

[64] J. Lorenz, "Continuous opinion dynamics of multidimensional allocation problems under bounded confidence: More dimensions lead to better chances for consensus," *arXiv preprint arXiv:0708.2923*, 2007.

[65] P. Liu and X. Chen, "An overview on opinion spreading model," *Journal of Applied Mathematics and Physics*, vol. 3, p. 449, 2015.

[66] E. Alraddadi, "Opinion formation among mobile agents," Cardiff University, 2021.

[67] R. Chhimpa and A. C. Yadav, "$1/f $ noise in the Ising model," *arXiv preprint arXiv:2503.04105*, 2025.

[68] A. Mansouri and F. Taghiyareh, "Phase Transition in the Social Impact Model of Opinion Formation in Scale-Free Networks: The Social Power Effect," *Journal of Artificial Societies and Social Simulation*, vol. 23, p. 3, 2020.

[69] A. Mansouri and F. Taghiyareh, "Phase transition in the social impact model of opinion formation in log-normal networks," *Journal of Information Systems and Telecommunication (JIST)*, vol. 1, pp. 1-14, 2021.

[70] A. Mansouri and F. Taghiyareh, "Effect of segregation on the dynamics of noise-free social impact model of opinion formation through agent-based modeling," *International Journal of Web Research*, vol. 2, pp. 36-44, 2019.

[71] J. A. Hołyst, K. Kacperski, and F. Schweitzer, "Phase transitions in social impact models of opinion formation," *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, vol. 285, pp. 199-210, 2000.

[72] R. Axelrod, "The dissemination of culture: A model with local convergence and global polarization," *Journal of conflict resolution* ,vol. 41, pp. 203-226, 1997.

[73] J. Llabrés, S. Oliver-Bonafoux, C. Anteneodo, and R. Toral, "Aging in some opinion formation models: A comparative study," *Physics*, vol. 6, pp. 515-528, 2024.

[74] L. Bungert, T. Roith, and P. Wacker, "Polarized consensus-based dynamics for optimization and sampling," *Mathematical Programming*, vol. 211, pp. 125-155, 2025.