Print ISSN: 2783-2813
Online ISSN: 2717-0446
Journal of Industry & University
Homepage: http://jiu.ir

Using Fuzzy Values in the Whale Method to Solve the Problem of Locating Terminal Locations

* Mehdi Fazli ** Hasan Hoseinzadeh

* Assistant Professor, Department of Mathematics, Ardabil Branch, Islamic Azad University, Ardabil, Iran. me.fazli@iau.ac.ir
** Associate Professor, Department of Mathematics, Ardabil Branch, Islamic Azad University, Ardabil, Iran. hasan.hz@iau.ac.ir

Received: 18.07.2023 Accepted: 18.01.2024

P.173-186

Abstract

In this article, fuzzy values are used in the meta-heuristic method to locate the location of the terminal facility. This article is written based on a modern method inspired by nature called Whale Algorithm and it is tested on scientific optimization problems and modeling problems. To evaluate the performance of the proposed method, fuzzy coefficients have been applied to solve the location allocation problem, in such a way that the hypotheses of the problem, fuzzy random variables and the capacity of each center are considered unlimited. According to the results of this research, the problem of locating the terminal locations is practically solved and the optimal location of these facilities is proposed in the real world. Also, the numerical optimization results show that the proposed method has a better performance than similar methods.

Keywords: Whale Algorithm, Location Problem, Fuzzy Values, meta-heuristic.

Corresponding Author: Mehdi Fazli - Me.fazli@iau.ac.ir

Numerical experiments

This section describes a special case of location and allocation problems. As you can see, the proposed method and algorithm will be very effective. In numerical optimization programs, the assumptions of a real practical problem, such as the exact quantity required and the results, are often incorrect. In fact, to avoid this problem, we check the facility location with fuzzy values for these hypotheses and provide a degree of freedom to the decision maker that allows for uncertainty in input data and assumptions. A particular natural technique for describing unreliable data is the use of variables and fuzzy data. Hence, here we describe a location allocation formula, i.e. fuzzy station location allocation, with associated setup costs and applicants. To test the proposed algorithm, we created some environmental problems to test the large-scale fuzzy location problem (FLP).

In any applied problem, the numerical result assigns the number 1 to find the best solution, that is, the solution and answer that has the least relative error. And the solution or answer that has the largest relative error, i.e. the worst solution, takes the number 0, and the rest of the numerical answers take values from 0 to 1, depending on how close it is to the best answer. And according to the obtained tables, our proposed method will be very effective and practical.

Conclusions

In this research paper, we develop and implement a meta-heuristic method to solve a location problem that uses fuzzy values. We also compare it with recently implemented methods and algorithms to prove the efficiency and effectiveness of our technique. A model with fuzzy values also had a fuzzy number of node-related applicants, with lower limits and a predefined limit for the number of stations. We tested the proposed method and related algorithm on various fuzzy station problems with several random variables in which the cost of the fuzzy value system is considered. The fuzzy target value in this problem was converted to an explicit value using a ranking equation. As can be seen, numerical experiments on real-size application problems have a desirable and acceptable effectiveness.

References

1. SALHI, S. RAND, G. K. 1989. The effect of ignoring routes when locating depots. *European journal of operational research,* 39**,** 150-156.

2. OR, I. PIERSKALLA, W. P. 1979. A transportation location-allocation model for regional blood banking. *AIIE transactions,* 11**,** 86-95.

3. JACOBSEN, S. K. MADSEN, O. B. 1980. A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem. *European Journal of Operational Research,* 5**,** 378-387.

4. WASNER, M. ZÄPFEL, G. 2004. An integrated multi-depot hub-location vehicle routing model for network planning of parcel service. *International Journal of Production Economics,* 90**,** 403-419.

5. PERL, J., DASKIN, M. S. 1985. A warehouse location-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological,* 19**,** 381-396.

6. Holland JH. Genetic algorithms. Sci Am 1992;267: 66–72.

7. Rechenberg I. Evolutionsstrategien. Springer Berlin Heidelberg; 1978. p. 83–114.

8. Dasgupta D, Zbigniew M, editors. Evolutionary algorithms in engineering ap- plications. Springer Science & Business Media; 2013.

9. J.R. Koza, “Genetic programming,”1992.

10. Simon D. Biogeography-based optimization. IEEE Trans Evol Comput 2008;12:702–13.

11. Erol OK, Eksin I. A new optimization method: big bang–big crunch. Adv Eng Softw 2006;37: 106–11.

12. Rashedi E, Nezamabadi-Pour H, Saryazdi S. GSA: a gravitational search algo- rithm. Inf Sci 2009; 179:2232–48.
13. Kaveh A, Talatahari S . A novel heuristic optimization method: charged system search. Acta Mech 2010; 213:267–89.
14. Formato RA. Central force optimization: A new metaheuristic with applica- tions in applied electromagnetics. Prog Electromag Res 2007;77: 425–91.
15. Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization. In: Proceedings of the 1995 IEEE international conference on neural networks; 1995. p. 1942–8.
16. Dorigo M, Birattari M , Stutzle T. Ant colony optimization. IEEE Comput Intell 2006;1:28–39.
17. Goldbogen, J.A., et al., Integrative approaches to the study of baleen whale diving behavior, feeding performance, and foraging ecology. BioScience, 2013. **63**(2): p. 90-100.
18. Mirjalili, S., & Lewis, A (2016). The Whale Optimization Algorithm. Advances in Engineering Software Volume95, Pages 51-97
19. R.E. Bellman, L.A. Zadeh, Decision making in fuzzy environment, Mang. Sci. 17(1970) 141–164.
20. L.C. Bezdek, Fuzzy models- What are they and why? IEEE Trans. Fuzzy Syst. 1(1) (1993) 1–9.
21. D. Dubois, H. Prade, Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications,Academic Press, New York, 1980.
22. H.J. Zimmermann, Fuzzy Set Theory and its Applications, 3rd ed., KluwerAcademic, Norwell, 1996.
23. C. Garcia, J.L. Verdegay, On the sensitivity of membership functions for fuzzylinear programming problems, Fuzzy Sets Syst. 56 (1993) 47–49.
24. N. Mahdavi-Amiri, S.H. Nasseri, Duality results and a dual simplex method forlinear programming problems with trapezoidal fuzzy variables, Fuzzy SetsSyst. 158 (2007) 1961–1978.
25. R.R. Yager, A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval, Inform.Sci. 24 (1981) 143–161.
26. Rath, S. and W.J. Gutjahr, *A math-heuristic for the warehouse location–routing problem in disaster relief.* Computers & Operations Research, 2014. **42**: p. 25-39.
27. B.P. Mirchandani, R.L. Francis (Eds.), Discrete Location Theory,Wiley-InterScience, New York, 1990.
28. R. Ghanbari, N. Mahdavi-Amiri, Solving bus terminal location problems usingevolutionary, Appl. Soft Comput. 11 (2011) 991–999.
29. R. Ghanbari, S. Babaie-Kafaki, N. Mahdavi-Amiri, An efficient hybridization of genetic algorithm and variable neighborhood search for fuzzy bus terminal location problems with fuzzy setup cost, in: Proceedings of the Second Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, Malek-Ashtar University, Tehran, Iran, October 28-30, 2008, pp. 134–140.
30. D. Ghosh, Neighborhood search heuristics for the uncapacitated facilitylocation problem, Eur. J. Oper. Res. 150 (2003) 150–162.

شاپای چاپی: ۲۸۱۳-۲۷۸۳
شاپای الکترونیکی: ۰۴۴۶-۲۷۱۷
نشریه صنعت و دانشگاه
Homepage: http://jiu.ir

استفاده از مقادیر فازی در روش نهنگ برای حل مسئله مکان‌یابی جایگاه‌های ترمینال

*مهدی فضلی **حسن حسین‌زاده
* استادیار گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اردبیل، ایران me.fazli@iau.ac.ir
** دانشیار گروه ریاضی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد اردبیل، ایران hasan.hz@iau.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۴/۲۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۰/۲۸
صص: ۱۷۳- ۱۸۶

چکیده

در این مقاله، از مقادیر فازی در روش فرا-ابتکاری برای مکانیابی محل تاسیسات ترمینال استفاده می‌شود. این مقاله بر اساس یک روش مدرن الهام گرفته از طبیعت به نام الگوریتم نهنگ (Whale Algorithm) نوشته شده است وبا مسائل بهینه سازی علمی و مسائل مدل‌سازی آزمایش شده است. برای ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، ضرایب فازی برای حل مسئله تخصیص مکان، اعمال شده است، به نحوی که فرضیه‌های مسئله، متغیرهای تصادفی فازی و ظرفیت هر مرکز نامحدود درنظرگرفته شده است. طبق نتایج این پژوهش، مسئله مکانیابی جایگاههای ترمینال بطور عملی حل میشود و در دنیای واقعی مکان بهینه این تاسیسات پیشنهاد میگردد همچنین نتایج بهینه‌سازی عددی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به روش‌های مشابه دارد.

واژه‌های کلیدی: الگوریتم نهنگ، مسئله مکان‌یابی، مقادیرفازی، فرا-ابتکاری

نوع مقاله: علمی

۱- مقدمه

مسئله مکان‌یابی و مسیریابی (LRP) می‌تواند ترکیبی از دو مسئله تصمیم‌گیری پیوسته یا ناپیوسته باشد. دقیقاً، تخصیص مکان و مسیریابی یکی از مهم‌ترین موارد در بهینه‌سازی در مورد مجموعه محدودیت‌ها، انبارهای احتمالی و مجموعه متقاضییان است. هدف از LRP ارائه خدمات بهتر به متقاضیان و در نظر گرفتن تسهیلات مختلف (مسیرهای برنامه‌ریزی و محل انبار) است. کاهش هزینه کلی افتتاح انبارها یا تاسیسات و گردش مالی برای خدمت به همه متقاضیان هدف کلی این مسائل است. هنگام مقابله با چنین مسئله‌ای، لازم است مکان‌یابی و مسیریابی را به‌طور همزمان در نظر بگیریم، زیرا بی‌توجهی به مسیرها هنگام مکان‌یابی، به وضوح هزینه سیستم توزیع را افزایش می‌دهد. دراین زمینه توسط سالی و رند[1] (۱۹۸۹) راه حل‌های بهینه‌ای پیشنهاد شده است[1]. به‌نظر می‌رسد از دیدگاه مدیریت زنجیره تامین کامل، مکان‌یابی و مسیریابی به عنوان دو مولفه اصلی در برنامه‌های واقعی عمل می‌کنند.

به‌عنوان مثال، اور و پیرزکالا[2] (۱۹۹۷) مسئله مکان‌یابی بانک‌های خون منطقه‌ای برای خدمات‌رسانی به بیمارستان‌ها و جاسبن و مادسن[3] (۱۹۸۰) نیز ایجاد سیستم‌های تحویل پست الکترونیکی ژورنال‌ها را حل کردند[2,3]. توزیع بسته کالاهای بشردوستانه نیز توسط واسنر و زاپفل[4] (۲۰۰۴) و پرل و داسکین[5] (۱۹۸۵) حل

1. Salhi and Rand
2. or and Pierskalla
3. Jacobsen and Madsen
4. Wasnerv and Zapfel
5. Perl and Daskin

نویسنده عهده‌دار مکاتبات: مهدی فضلی Me.Fazli@iau.ac.ir

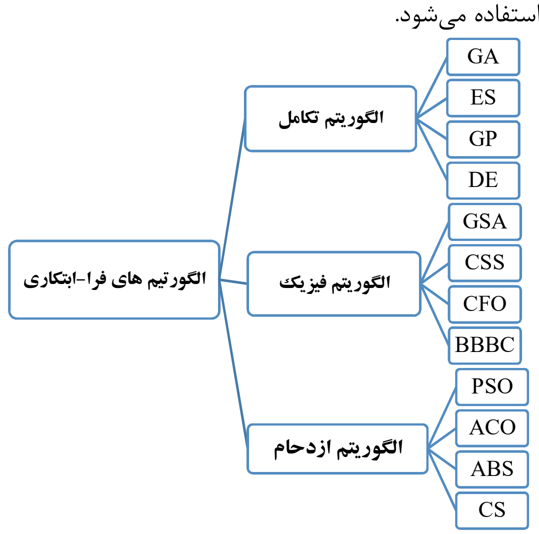
شد[4,5]. بدیهی است که حل همزمان مسئله تخصیص مکان و مسیریابی برای مدیران تدارکات و تصمیم گیرندگان، چالش برانگیز است. روش‌های فرا-ابتکاری، به عنوان روش‌های اصلی برای پرهیز از برخی ایرادات روش‌های دقیق و کاوش کامل فضای جستجو، از روش‌های جستجوی محلی والگوریتم‌های جایگزین بهره می‌برند.

روش‌های فرا-ابتکاری، از اولین مقادیر ارائه شده آغاز می شوند، آن‌ها را به طور مکرر اصلاح می‌کنند تا زمانی که به یک شرط توقف برسند که می‌تواند زمان، تعداد تکرار و ارزیابی تابع هدف و... باشد.

الگوریتم نهنگ از رفتار نهنگ شکارچی هنگام شکار، در طبیعت الهام گرفته شده است که حرکت مارپیچی مکانیسم حمله نهنگ شکارچی را شبیه سازی می‌کند. الگوریتم نهنگ یکی از روش‌هایی است که برای بهینه سازی مسائل واقعی استفاده می‌شود. اغلب برای افزایش کارایی روش‌ها از توسعه الگوریتم‌ها، استفاده می‌شود.

۲- پیشینه تحقیق و ادبیات

دردهه‌های گذشته در مورد حل مسائل مکان‌یابی و مسیریابی با استفاده از روش‌های فرا-ابتکاری، پژوهش‌ها بسیارافزایش یافته‌اند و در این تحقیقات از الگوریتم‌های توسعه‌یافته بهره برده‌اند. در این روش‌ها برای جستجوی بهتر و نیافتادن در بهینه محلی از روش جستجوی محلی استفاده می‌شود.



شکل۱. کلاس‌بندی الگوریتم‌های فرا-ابتکاری

با توجه به محاسن زیر الگوریتم‌های بهینه‌سازی فرا-ابتکاری در حل مسائل واقعی و مهندسی روز به روز بیشتر مورد توجه قرار می‌گیرند:

الف) بهره بردن از مفاهیم نسبتاً ساده و سهولت در اجرا

ب) توانایی دور زدن بهینه محلی

ج) در بر گرفتن طیف وسیعی از مسائل در انواع رشته‌ها

مسائل بهینه‌سازی به کمک الگوریتم‌های فرا-ابتکاری الهام گرفته از طبیعت با تقلید از پدیده‌های طبیعی یا فیزیکی، قابل حل هستند. همانطور که در شکل ۱ قابل مشاهده است، می‌توان الگوریتم‌های فرا-ابتکاری را در سه دسته اصلی گروه‌بندی کرد که شامل ۱. روش‌های مبتنی بر تکامل، ۲.روش‌های مبتنی بر فیزیک و ۳. روش‌های مبتنی بر ازدحام است.

روش‌های مبتنی بر تکامل از قوانین تکامل طبیعی الهام می‌گیرند. در این فرآیند جستجو با جمعیتی که به طور تصادفی ایجاد شده و در طی نسل‌های بعدی تکامل یافته، آغاز می شود. در این روش‌ها بهترین افراد همیشه با هم ترکیب می‌شوند و نسل بعدی افراد را تشکیل می‌دهند. این امر باعث می‌شود که جمعیت در طول نسل‌ها بهبود یابد.

مشهورترین روش الهام گرفته از تکامل، الگوریتم ژنتیک است که تکامل داروینی را شبیه‌سازی می‌کند و توسط هولند[۱][6] مطرح شد و سایر الگوریتم های محبوب در این زمینه عبارتند از: ES[۲] [7]، PBIL[۳] [8]، GP[۴] [9] و BBO[۵] [10].

دسته بعدی، روش‌های مبتنی بر فیزیک هستند که از قوانین فیزیکی موجود در جهان تقلید می‌کنند. BBBC[۶] [11]، GSA[۷] [12]، CSS[۸] [13] و CFO[۹] [14] معروف‌ترین الگوریتم‌های مبتنی بر فیزیک می‌باشند.

گروه سوم روش‌های الهام گرفته از طبیعت شامل روش‌های مبتنی بر ازدحام است که رفتار اجتماعی

---

1. Holland
2. Evolution Strategy
3. Probability-Based Incre- mental Learning
4. Genetic Programming
5. Biogeography-Based Optimizer
6. Big-Bang Big-Crunch
7. Gravitational Search Algorithm
8. Charged System Search
9. Central Force Optimization

گروهی از حیوانات را تقلید می‌کند. مشهورترین الگوریتم توسط کندی و ابرهارت[1] بیان شد و از رفتار اجتماعی پرندگان الهام گرفته است به نحوی که با استفاده از ازدحام ذرات در فضای جستجو برای یافتن موقعیت بهینه پرواز می‌کنند. در عین حال، آن‌ها بهترین مکان (بهترین جواب) را در مسیرهای خود ردیابی می‌کنند[15]. یکی دیگر از الگوریتم‌های معروف مبتنی بر ازدحام، بهینه‌سازی کلونی مورچه است که برای اولین بار توسط دوریگو[2] وهمکاران ارائه شد[16]. این الگوریتم رفتار اجتماعی مورچه‌ها را در یک کلونی تقلید می‌کند. درحقیقت، هوش اجتماعی مورچه‌ها در یافتن نزدیک‌ترین مسیر از لانه به منبع غذا، الهام بخش اصلی این الگوریتم است. یک ماتریس فرمون درهربار تکرار تکامل می‌یابد.

نقاط ضعف هر یک از روش‌ها از جمله عملکرد ضعیف در بهره برداری از فضای جستجو و گیرافتادن در بهینه محلی و... باعث می‌شود تا از الگوریتمی استفاده شود که بیشترین کارایی را در استفاده از اطلاعات مسئله داشته و با عملکرد خود نقاط ضعف روش را بهتر پوشش دهد. نتایج بهینه‌سازی ثابت می‌کند که الگوریتم WA در مقایسه با الگوریتم‌های پیشرفته فرا-ابتکاری و همچنین روش‌های متداول از عملکرد خوبی برخوردار بوده و قابلیت رقابت با آن‌ها را دارد. در این مقاله، یک روش جدید به کمک مقادیر فازی برای حل مسائل مکان‌یابی و مسیریابی مبتنی بر توسعه WA ارائه شده است. در این روش محدودیت‌های مختلفی مورد مطالعه دقیق قرار گرفته‌اند، همچنین با روش‌های مشابه مقایسه شده است.

ادامه بحث بدین شرح است؛ در بخش ۳، پس از معرفی مختصر روش WA، مقادیر فازی معرفی می‌شوند. در بخش ۴، در مورد مسئله مکان‌یابی با ضرایب فازی بحث می‌شود و سپس عملکرد روش پیشنهادی در مقیاس‌های مختلف بر روی برخی از مسائل عددی آزمایش می‌شود و با آزمایشات عددی، کارآیی این روش نشان داده خواهد شد.

۳- معرفی روش و ضرایب فازی

۳-۱- روش نهنگ

بزرگ‌ترین پستاندار دنیا که در دریا زندگی می‌کند وال یا نهنگ است، از بین گونه‌های مختلف نهنگ‌ها، نهنگ گوژپشت یا کوهان‌دار معروف‌تر است. گروه ماهی‌های کوچک تغذیه مورد علاقه وال‌ها است. وال‌های گوژپشت روش خاصی برای شکار دارند.آن‌ها ترجیح می‌دهند تا نزدیک سطح آب با ایجاد حباب شکار کنند.گلدبوگن[3] و همکارانش وهمچنین میرجلیلی و لویس[4] [18,17] به کمک سنسورهای برچسبی رفتار وال ها در هنگام شکار را بررسی کردند. نهنگ‌ها با شناسایی محل شکار، آنجا را محاصره می‌کنند، محل فعلی شکار بهترین عامل جستجو محسوب می‌شود و بقیه عوامل فضای جستجو با بروزرسانی سعی می‌کنند خود را به نقطه بهینه نزدیک کنند.

به کمک روابط (۱) و(۲) این بروزرسانی انجام می‌شود

$$\vec{F} = \left|\vec{M} \cdot \overrightarrow{T^*}(l) - \vec{T}(l)\right| \qquad (۱)$$

$$\vec{T}(l+1) = \overrightarrow{T^*}(l) - \vec{N} \cdot \vec{F} \qquad (۲)$$

که در آن l نشان‌دهنده‌ی تکرارها، $\vec{N}$ و $\vec{M}$ بردارهای ضرائب، T^* بردار مکان نقطه بهینه بدست آمده در حال حاضر و$\vec{T}$ بردار مکان هستند. در صورت وجود جواب بهتری، T^* در هر تکرار بروز می‌شود. محاسبه بردار $\vec{N}$ و $\vec{M}$به صورت زیر است:

$$\vec{N} = 2\vec{b} \cdot \vec{s} - \vec{b} \qquad (۳)$$

$$\vec{M} = 2 \cdot \vec{s} \qquad (٤)$$

که $\vec{b}$ به صورت خطی از مقدار دو تا صفر و در طی تکرارها کاهش می‌یابد و $\vec{s}$ بردار تصادفی در فاصله صفر تا یک است. جهت مدل سازی ریاضی رفتار نهنگ‌های کوهان‌دار هنگام شکار دو روش بررسی شده است:

الف) روش محاصره انقباضی: این رفتار با کاهش مقدار $\vec{b}$ در معادله (۳) حاصل می‌شود. دامنه نوسان $\vec{N}$ نیز توسط $\vec{b}$کاهش می‌یابد. $\vec{N}$ یک مقدار تصادفی در بازه $[-z, z]$است که در آن z در طی تکرارها به صفر میل می‌کند. با فرض مقادیر تصادفی برای $\vec{N}$ در بازه

1. Kennedy and Eberhart
2. Dorigo
3. Goldbogen
4. Mirjalili and Lewis

$[-1,1]$، مکان جدید عامل جستجو می‌تواند در هر موقعیتی بین عامل اصلی و بهترین عامل فعلی تعریف شود. نتایج نشان می‌دهد مکان‌های ممکن از (T, Y) به (T^*, Y^*) می‌تواند با قرار دادن $0 \leq C \leq 1$ درفضای دو بعدی بدست آید .

ب) مکان در حال بروزرسانی مارپیچی: این روش ابتدا فاصله نهنگی را که در (T, Y) قرار می‌گیرد و طعمه‌ای را که در (T^*, Y^*) قرار می‌گیرد محاسبه می‌کند. معادله مارپیچی بین محل نهنگ و طعمه برای اینکه حرکت مارپیچی شکل نهنگ‌های کوهان‌دار را تقلید کند، به شرح زیر ایجاد می‌شود:

$$\vec{T}(l+1) = \acute{F} \cdot e^{rt} \cdot \cos(2\pi t) + \overrightarrow{T^*}(l) \quad (۵)$$

که در این رابطه $\vec{\acute{F}} = \left|\overrightarrow{T^*}(k) - \vec{T}(k)\right|$ به فاصله i امین نهنگ تا طعمه اشاره دارد که این بهترین راه حل بدست آمده تا اینجاست که r ثابتی برای تعریف شکل مارپیچ لگاریتمی است و t اعددی تصادفی در بازه $[-1,1]$ می باشد. نهنگ کوهان‌دار، حول طعمه در امتداد یک دایره انقباضی و همزمان در مسیر مارپیچی شکلی به شنا می‌کنند. جهت مدلسازی این رفتار همزمان، فرض شده است که نهنگ با احتمال ۵۰ درصد از بین مکانیزم محاصره انقباضی و یا مدل مارپیچی یکی را انتخاب می‌کند تا موقعیت نهنگ‌ها در طول بهینه‌سازی به‌روزرسانی شود. مدل ریاضی آن بدین صورت است:

$$\vec{T}(l+1) = \begin{cases} \overrightarrow{T^*}(l) - \vec{N}.\vec{F} & \text{if} \quad p < 0.5 \\ \acute{F} \cdot e^{rt} \cdot \cos(2\pi t) + \overrightarrow{T^*}(l) & \text{if} \quad p > 0.5 \end{cases}$$

که در آن p عددی تصادفی در بازه $[0,1]$ است. علاوه بر این روش‌ها، نهنگ‌های کوهان‌دار به صورت تصادفی به دنبال طعمه می‌گردند.

از روشی مبتنی بر تغییر بردار $\vec{N}$ می‌توان برای جستجوی طعمه استفاده کرد. در حقیقت، نهنگ‌های کوهان‌دار، بر طبق مکان یکدیگر، به صورت تصادفی به جستجو می‌پردازند. بنابراین، بردار $\vec{N}$ با مقادیر تصادفی بزرگتر از یک و یا کمتر از ۱- به کار گرفته شده تا عامل جستجو را مجبور به دور شدن از نهنگ مرجع کند. بر خلاف فاز استخراج، جهت بروزرسانی مکان عامل جستجو در فاز اکتشاف، به جای استفاده از بهترین عامل جستجو، از انتخاب تصادفی عامل بهره‌برده می‌شود. این مکانیزم به همراه $|\vec{N}| > 1$ بر اکتشاف تاکید دارند و به روش WA اجازه می دهند تا جستجوی سراسری را به انجام استفاده از مقادیر فاز رساند. مدل ریاضی به صورت زیر است:

$$\vec{F} = \left|\vec{M}.\overrightarrow{T_{rand}} - \vec{T}\right| \quad (۶)$$

$$\vec{T}(l+1) = \overrightarrow{T_{rand}} - \vec{N}. \quad (۷)$$

در این معادله، $\overrightarrow{T_{rand}}$ بردار مکان تصادفی انتخاب شده از جمعیت موجود است. روش WA با مجموعه‌ای از جواب‌های تصادفی شروع به کار می‌کند. در هر تکرار، عوامل جستجو موقعیت خود را با توجه به عامل جستجویی که تصادفی انتخاب شده و با بهترین جواب بدست آمده موجود، به روزرسانی می‌کنند. پارامتر $\vec{b}$ جهت فراهم آوردن اکتشاف و استخراج، به ترتیب از مقدار دو تا صفر کاهش می‌یابد. یک عامل جستجوی تصادفی در حالت $1 < |\vec{N}|$ انتخاب می‌شود، این در حالی است که بهترین جواب زمانی انتخاب می‌شود که جهت بروزرسانی موقعیت عوامل جستجو، $|\vec{N}| < 1$ باشد. بسته به مقدار p، روش WA این قابلیت را دارد تا بین حرکت دایره‌ای و یا مارپیچی یکی را انتخاب کند. در نهایت، روش WA با رسیدن شرایط خاتمه، پایان می‌پذیرد.

۳-۲- مجموعه‌ها و عددهای فازی

مفاهیم بنیادی نظریه مجموعه فازی، اولین بارتوسط بلمن و زاده[19] آغاز شده است، مجموعه‌ها و عددهای فازی توسط بزدک[2] تعریف شد [20]؛ همچنین [22,21] را ببینید.

تعریف۳-۱. فرض کنید X مجموعه مرجع و $\widetilde{A}$ یک مجموعه فازی در X باشد، $\widetilde{A}$ مجموعه‌ای از جفت‌های مفروض در X نامیده می‌شود. اگر:

$$\widetilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \epsilon X\}$$

که $\mu_{\tilde{A}}(x)$ تابع عضویت x در $\widetilde{A}$ است.

تعریف ۳-۲. فرض کنید $\tilde{a} = (a^L, a^U, \alpha, \beta)$ عدد فازی ذوزنقه‌ای را مشخص کند به طوری که $(a^L - \alpha, a^U + \beta)$ از $\widetilde{A}$ پشتیبانی می‌کند و $[a^L, a^U]$ مجموعه موجه آن است[22].

نکته۳-۱. مجموعه‌ای از همه اعداد فازی ذوزنقه‌ای F (R) نامیده می‌شود. اگر $a = a^L = a^U$، به صورت خاص یک عدد فازی مثلثی بدست می‌آید و آن را با $\tilde{a} = (a, \alpha, \beta)$ نشان می‌دهند.

1. Bellman and Zadeh
2. Bezdek

در ادامه محاسباتی روی اعداد فازی تعریف می‌شود. فرض کنید $\tilde{b} = (\mathrm{b^L}, \mathrm{b^U}, \gamma, \theta)$ و $\tilde{\mathrm{a}} = (\mathrm{a^L}, \mathrm{a^U}, \alpha, \beta)$ دوعدد فازی ذوزنقه‌ای باشند. تعریف کنید:

$$x < 0,\ \ x \in R; \quad x.\tilde{\mathrm{a}} = (x\mathrm{a^L}, x\mathrm{a^U}, x\alpha, x\beta),$$
$$x > 0,\ \ x \in R; \quad x.\tilde{\mathrm{a}} = (x\mathrm{a^U}, x\mathrm{a^L}, -x\beta, -x\alpha)$$
$$\tilde{\mathrm{a}} + \tilde{b} = (\mathrm{a^L} + \mathrm{b^L}, \mathrm{a^U} + \mathrm{b^U}, \alpha + \gamma, \beta + \theta)$$
$$\tilde{\mathrm{a}} - \tilde{b} = (\mathrm{a^L} - \mathrm{b^U}, \mathrm{a^U} - \mathrm{b^L}, \alpha + \theta, \beta + \gamma)$$

روشی مناسب برای حل مسائل بهینه‌سازی فازی مبتنی بر مفهوم مقایسه اعداد فازی، استفاده از توابع رتبه‌بندی است [23,24] در واقع، یک رویکرد مؤثر برای سفارش عناصر$F(R)$ تعریف یک تابع رتبه بندی $R: F(R) \rightarrow R$است که هر عدد فازی را به خط واقعی، جایی که یک نظم طبیعی وجود دارد، می‌کشد. فرضیات را در مورد$F(R)$ به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\tilde{\mathrm{a}} \geq_R \tilde{b} \Leftrightarrow R(\tilde{\mathrm{a}}) \geq R(\tilde{b}),$$
$$\tilde{\mathrm{a}} >_R \tilde{b} \Leftrightarrow R(\tilde{\mathrm{a}}) > R(\tilde{b}),$$
$$\tilde{\mathrm{a}} =_R \tilde{b} \Leftrightarrow R(\tilde{\mathrm{a}}) = R(\tilde{b}),$$

که $\tilde{\mathrm{A}}$ و $\tilde{b}$ عضو $\mathrm{F(R)}$ هستند، همچنین $\tilde{\mathrm{a}} \leq_R \tilde{b}$ را می‌توان نوشت اگر و فقط اگر $\tilde{b} \geq_R \tilde{\mathrm{a}}$.

همین طورتوابع رتبه‌بندی خطی نامیده می‌شوند، اگر یک تابع رتبه‌بندی مانند R به صورت

$$R(k\tilde{\mathrm{a}} + \tilde{b}) = kR(\tilde{\mathrm{a}}) + R(\tilde{b}),$$

برای هر $\tilde{\mathrm{A}}$ و$\tilde{b}$ عضو $\mathrm{F(R)}$ و هر $\mathrm{k} \in \mathrm{R}$ تعریف شده باشد.لم زیر با توجه به این تعریف ارائه می‌گردد.

لم ۳-۱. فرض کنید R یک تابع رتبه‌بندی خطی باشد. داریم:

$$(i)\ \tilde{\mathrm{a}} \geq_R \tilde{b} \ \Leftrightarrow\ if\ \tilde{\mathrm{a}} - \tilde{b} \geq_R \tilde{0} = (0,0,0,0) \ \Leftrightarrow -\tilde{b} \geq_R -\tilde{\mathrm{a}}.$$
$$(ii)\ \ \tilde{\mathrm{a}} \geq_R \tilde{b}\ ,\tilde{\mathrm{c}} \geq_R \tilde{d} \ \ \longrightarrow\ \ \tilde{\mathrm{a}} + \tilde{\mathrm{c}} \geq_R \tilde{b} + \tilde{d}.$$

در اینجا، از یک تابع رتبه‌بندی خطی استفاده شدکه برای اولین بار توسط یاگر[1]پیشنهاد شده است [25] و توسط مهدوی و همکاران[24] برای مسائل برنامه‌نویسی خطی فازی استفاده شده است.

برای هر عدد فازی ذوزنقه‌ای $\tilde{\mathrm{a}} = (\mathrm{a^L}, \mathrm{a^U}, \alpha, \beta)$، از تابع رتبه‌بندی زیر استفاده می‌شود:

$$R(\tilde{a}) = \frac{1}{2}\int_0^1 (\inf \hat{c} \qquad (۸)$$

یا بطور ساده‌تر به صورت زیر است؛

$$R(\tilde{a}) = \frac{a^L + a^U}{2} + \frac{1}{4}(\beta - \alpha). \qquad (۹)$$

۴- حل مسئله مکان‌یابی جایگاه وسیله نقلیه با اعداد فازی

در برنامه‌های کاربردی واقعی، فرضیات واضح و جدی از یک مسئله مکان تأسیسات، مانند مقادیر دقیق محدودیت‌ها و مسافت‌ها، واقع بینانه نیستند [26]. استفاده از اعداد فازی برای مسئله مکان‌یابی تاسیسات، این فرضیات را به واقعیت نزدیک‌تر می‌کند و با اجازه دادن به عدم اطمینان در داده‌های ورودی، برای تصمیم گیرنده آزادی بیشتری را فراهم می‌کند. یک روش طبیعی برای توصیف داده‌های نامعلوم، استفاده از داده‌های فازی است.

در اینجا فرمولی از مسئله مکان تأسیسات، یعنی مسئله محل جایگاه وسیله نقلیه با مقادیر فازی بیان می شود، که با ایجاد تغییراتی در فرمولاسیون اصلی آن حاصل می شود.

۴-۱- مسئله محل جایگاه وسیله نقلیه فازی

طراحی شبکه وسیله نقلیه یک مساله مهم در حمل و نقل عمومی است. مرحله اصلی طراحی، تعیین تعداد پایانه‌های مورد نیاز و مکان آن‌ها است. نوع خاصی از مسئله محل تأسیسات، مسئله بهینه سازی ترکیبی NP- سخت است [27].

برای بیان فرمولاسیون مسئله محل استقرارجایگاه وسیله نقلیه با مقادیر فازی [28]، مجموعه‌ای از گره‌ها (توسط مختصات مکان آن‌ها) در یک شهر در نظر گرفته می‌شود. همچنین تعداد ورودی‌ها و خروجی‌ها در هر گره (که به آن پتانسیل گره گفته می‌شود) از قبل مفروض است. فرض می‌شود که اگر یک گره به عنوان یک جایگاه وسیله نقلیه در نظر گرفته شود، می‌تواند گره‌های دیگری را که در همسایگی آن قرار دارد، پوشش دهد. هدف این است که از مجموعه گره‌های کاندید به عنوان جایگاه وسیله نقلیه یک زیر مجموعه بهینه k عضوی انتخاب شود. مدلی از مسئله مورد نظر در ادامه ارائه شده است.

پارامترهای مسئله:

J: مجموعه گره ها برای دریافت خدمات

I : مجموعه گره های کاندید برای جایگاه وسیله نقلیه

$\mathrm{c_{ij}}$: فاصله بین گره ها $\mathrm{i} \in \mathrm{I}$ و $j \in J$

1. Yager

$\tilde{d_j}$: یک عدد فازی برای تعداد مسافران احتمالی که مربوط به گره $j \in J$

$\widetilde{f_i}$: یک عدد فازی برای هزینه راه اندازی جایگاه ($i \in I$).

نکته۴-۱. $\tilde{d_j}$ و $\widetilde{f_i}$ به عنوان اعداد فازی ذوزنقه ای در نظر گرفته شده اند.

$f(c_{ij})$: یک تابع کاهنده c_{ij} که نشانگر هزینه خدمات دریافت شده توسط $i \in I$ از $j \in J$ است.

نکته۴-۲. $f(c_{ij}) = e^{-c_{ij}}$ طبق پیشنهاد قنبری و همکاران در نظر گرفته می شود[28].

j_i^+: مجموعه گره ها در J است که می توانند از گره $i \in I$ خدمات دریافت کنند.

نکته ۴-۳. j_i^+ با فرمول زیر در نظر گرفته می شود:

$$\boldsymbol{\mu}_{j_i^+}(\boldsymbol{j}) = \boldsymbol{\mu}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{1}, & \boldsymbol{c}_{ij} \le \boldsymbol{r}, \\ \boldsymbol{g}(\boldsymbol{c}_{ij}), & \boldsymbol{c}_{ij} > \boldsymbol{r}, \end{cases} \quad , \quad \forall_{j \in j_i^+}, \qquad (۱۰)$$

که $r \in R^+$ ثابت و $g(x): [r, +\infty) \longrightarrow [0, 1]$ یک تابع نزولی اکید است.

I_j^+: مجموعه گره ها در I است که می توانند به گره های $j \in J$ سرویس دهند که معادله زیر هم ارز آن است.

$$I_j^+ = \{i \in I \,|\, \mu_{ij} > 0\}.$$

متغیرهای مسئله:

k: تعداد جایگاه های مورد نیاز

نکته ۴-۴. k متغیری صحیح در بازه $[k_{min}, k_{max}]$ می‌باشدکه در آن $k_{min} \ge 1$ و $k_{max} \le |I|$ اعدادی از Z^+ هستند.

y_i: یک متغیر دودویی است، طوری که اگر گره $i \in I$ به عنوان یک جایگاه وسیله نقلیه باشد، مقدار یک ودر غیر این صورت صفر را می گیرد.

x_{ij}: یک متغیر باینری می‌باشد به طوری که

$$\boldsymbol{x}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{1}, & \text{اگر گره } \boldsymbol{j} \in \boldsymbol{J} \text{ سرویسی از گره } \boldsymbol{i} \in \boldsymbol{I} \text{ دریافت کند } (\boldsymbol{y}_i = \mathbf{1},\ \boldsymbol{\mu}_{ij} > \mathbf{0}), \\ \mathbf{0}, & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

در زیر فرمولی مشابه فرمول اصلی مسئله جایگاه وسیله نقلیه، به عنوان یک مسئله برنامه نویسی [28] ، ارائه شده است.

توجه داشته باشید که محدودیت (۱۲) اطمینان حاصل می‌کند

$$max = Z(x,y) = \mathcal{R}\Big(\sum_{i \in I}\sum_{j \in J_i^+} \chi_{ij}\mu_{ij} f(c_{ij})\tilde{d}_j - \sum_{i \in I}\widetilde{f}_i y_i\Big)$$

$$= \mathcal{R}\sum_{i \in I}\sum_{j \in J_i^+} \chi_{ij}\mu_{ij} f(c_{ij})\mathcal{R}(\widetilde{d}_j) - \sum_{i \in I}\mathcal{R}(\widetilde{f}_i)y_i$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{i \in I_j^+} \chi_{ij} \le 1, \quad \forall j \in J \qquad (۱۱)$$

$$\sum_{i \in J_i^+} \chi_{ij} \le |J_i^+| y_i, \quad \forall i \in I \qquad (۱۲)$$

$$k_{min} \le \sum_{i \in I} y_i \le k_{max} \qquad (۱۳)$$

$$\chi_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall i \in I,\ j \in J \qquad (۱۴)$$

$$y_i \in \{0,1\} \qquad \forall i \in I. \qquad (۱۵)$$

که وقتی گره $i \in I$ به عنوان جایگاه وسیله نقلیه انتخاب شود ($y_i = ۱$)، می‌تواند تمام گره‌ها را در j_i^+ سرویس دهد، در حالی که محدودیت (۱۳) تعداد جایگاه‌های مورد نیاز را کنترل می‌کند.

نکته ۴-۵. برای محاسبه مقدار تابع هدف $Z(x, y)$، از الگوریتم کارآمد ارائه شده توسط کاریتیکا[1] و همکاران استفاده شده است [30]، همچنین [29] را ببینید.

۴-۲- آزمایش‌های عددی

برای آزمایش روش‌ها، برخی از مسائل با مقیاس متوسط تا بزرگ از نوع مکان‌یابی جایگاه وسیله نقلیه با مقادیر فازی را ساختیم. در هر مسئله، مختصات گره‌ها و جایگاه‌ها را به طور تصادفی دربازه دو بعدی $[-10, 10] \times [-10, 10]$ با توزیع یکنواخت انتخاب کردیم. فرض کردیم که $|J| = n$ و $|I| = m$.

برای هر گره $j \in J$، $\tilde{d} = \left(a_j^L, a_j^L + t_j, \alpha_j, \beta_j\right)$، $j = 1, \ldots, n$، یک عدد فازی ذوزنقه‌ای است،که $t_j \sim U[0, 100]$ و $a_j^L \sim U[500, 2500]$، $\alpha_j, \beta_I \sim U[10, 50]$

تابع عضویت $j_i^+ (i = 1, \ldots, m)$ را به صورت زیردر نظر گرفتیم.

$$\boldsymbol{\mu}_{J_i^+}(\boldsymbol{j}) = \boldsymbol{\mu}_{ij} = \begin{cases} \mathbf{1}, & \boldsymbol{c}_{ij} \le \boldsymbol{r} \\ \mathbf{1} + \dfrac{\boldsymbol{r} - \boldsymbol{c}_{ij}}{\boldsymbol{d}_r}, & \boldsymbol{r} < \boldsymbol{c}_{ij} \le \boldsymbol{r} + \boldsymbol{d}_r, \\ \mathbf{0}, & \boldsymbol{c}_{ij} > \boldsymbol{r} + \boldsymbol{d}_r \end{cases} \qquad (۱۶)$$

همچنین، در تمام اجراها $r = 1, d_r = 0.1$ قرار داده شده است.

در مسئله عددی $m = 250, 500, 750, 1000$ و $n = 4m$ فرض کردیم. قوش[2] [30] نشان داد که روش‌های فرا-ابتکاری روی هزینه‌های راه‌اندازی یک مسئله مکان‌یابی دقت بالایی دارند. بنابراین، برای نشان دادن دقت روش‌ها روی هزینه‌های راه‌اندازی $\widetilde{f}_i$ که $i \in I$ ،

1. Kratica
2. Ghosh

برای هر n، سه دسته از مسائل آزمون را با هزینه‌های راه اندازی $\tilde{f}_i = (a_i, a_i + \overline{t_i}, \overline{\alpha_i}, \overline{\beta_i})$ ایجاد کردیم. که در آن مقادیر استفاده شده برای $a_i, \overline{t_i}, \overline{\alpha_i}$ و $\overline{\beta_i}$ به طور تصادفی از توزیع‌های یکنواخت مربوط به بازه‌های نشان داده شده در جدول ۱ انتخاب می‌شوند.

جدول۱. اطلاعات هزینه های راه‌اندازی= $\tilde{f}_i$ $(a_i, a_i + \overline{t_i}, \overline{\alpha_i}, \overline{\beta_i})$

Category number	a_i	$\overline{t_i}$	$\overline{\alpha_i}$	$\overline{\beta_i}$
1	[1000,10000]	[0,50]	[10,50]	[10,50]
2	[10000,20000]	[0,50]	[10,50]	[10,50]
3	[20000,30000]	[0,50]	[10,50]	[10,50]

ما روش نهنگ را با کمک مقادیر فازی توسعه دادیم. بنابراین، کارایی تمام روش‌ها با استفاده از زمان اجرای یکسان مشاهده می‌شود. مشخصات مسائل عددی و زمان مورد نیاز برای روش‌ها در جدول ۲ ارائه شده است.

جدول۲

برنامه	دسته بندی	n	k_{min}	k_{max}	زمان (ثانیه)
۱	۱	۲۵۰	۲۵	۵۰	۰,۱۰۳۶
۲	۲	۲۵۰	۲۵	۵۰	۰,۱۶۳۳۳۹
۳	۳	۲۵۰	۲۵	۵۰	۰,۱۰۱۰۵۷
۴	۱	۲۵۰	۵۰	۱۰۰	۰,۰۹۳۹۱۵
۵	۲	۲۵۰	۵۰	۱۰۰	۰,۰۹۳۹۱۵
۶	۳	۲۵۰	۵۰	۱۰۰	۰,۰۹۳۹۱۵
۷	۱	۲۵۰	۱۰۰	۱۲۵	۰,۱۰۷۲۰۳
۸	۲	۲۵۰	۱۰۰	۱۲۵	۰,۱۰۶۸۳۵
۹	۳	۲۵۰	۱۰۰	۱۲۵	۰,۱۰۱۱۸۸
۱۰	۱	۵۰۰	۵۰	۱۰۰	۰,۲۰۶۱۶۹
۱۱	۲	۵۰۰	۵۰	۱۰۰	۰,۱۴۱۴۹۶
۱۲	۳	۵۰۰	۵۰	۱۰۰	۰,۱۳۵۹۰۵
۱۳	۱	۵۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۰,۱۱۶۵۹۵
۱۴	۲	۵۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۰,۱۴۴۸۳۶
۱۵	۳	۵۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۰,۱۴۷۲۶۷
۱۶	۱	۵۰۰	۲۰۰	۲۵۰	۰,۱۲۷۶۹۹
۱۷	۲	۵۰۰	۲۰۰	۲۵۰	۰,۱۳۳۲۰۵
۱۸	۳	۵۰۰	۲۰۰	۲۵۰	۰,۱۳۹۴۳۴
۱۹	۱	۷۵۰	۷۵	۱۵۰	۰,۱۶۰۹۲۶
۲۰	۲	۷۵۰	۷۵	۱۵۰	۰,۱۵۳۵۶۹
۲۱	۳	۷۵۰	۷۵	۱۵۰	۰,۱۴۸۱۱۹
۲۲	۱	۷۵۰	۱۵۰	۳۰۰	۰,۱۳۷۸۱۹
۲۳	۲	۷۵۰	۱۵۰	۳۰۰	۰,۱۴۶۵۵۳
۲۴	۳	۷۵۰	۱۵۰	۳۰۰	۰,۱۵۰۴۴۹
۲۵	۱	۷۵۰	۳۰۰	۳۷۵	۰,۱۴۰۹۸۹
۲۶	۲	۷۵۰	۳۰۰	۳۷۵	۰,۱۴۵۲۰۱
۲۷	۳	۷۵۰	۳۰۰	۳۷۵	۰,۱۴۷۱۰۱
۲۸	۱	۷۵۰	۱۰۰	۲۰۰	۰,۱۶۹۹۶۷
۲۹	۲	۱۰۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۰,۱۶۵۵۳۲
۳۰	۳	۱۰۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۰,۱۶۶۰۱۴
۳۱	۱	۱۰۰۰	۲۰۰	۴۰۰	۰,۱۶۸۱۶۱
۳۲	۲	۱۰۰۰	۲۰۰	۴۰۰	۰,۱۷۱۸۶۹
۳۳	۳	۱۰۰۰	۲۰۰	۴۰۰	۰,۱۷۱۷۳۸
۳۴	۱	۱۰۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۰,۱۶۳۲۷۴
۳۵	۲	۱۰۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۰,۱۶۱۶۰۹
۳۶	۳	۱۰۰۰	۴۰۰	۵۰۰	۰,۱۵۸۱۲۷

در هر مسئله، نتایج عددی برای یافتن بهترین جواب، یعنی جوابی که کم‌ترین خطای نسبی را دارد، یک است و جوابی که حداکثر خطای نسبی را دارد، یعنی بدترین جواب، صفر است و بقیه جواب‌های عددی، بسته به میزان خطای آن‌ها، بین صفر و یک قرار می‌گیرند. به عبارت دیگر، اگر حداکثر خطای نسبی بدست آمده توسط همه روش‌ها در مسئله j با e_j نشان داده شود و خطای نسبی دریافت شده برای روش i در مسئله j با e_{ij} نشان داده شود، $1 - \frac{e_{ij}}{e_j}$ را عددی در نظر می‌گیریم که نتیجه برای روش i در مسئله j را نشان می‌دهد. جدول ۳ نتایج عددی را نشان می‌دهد.

جدول ۳

برنامه	WA	HGAVNS	NHGASA	HGASA	GA	MSA	MVNS	Hong	Lin
۱	۰,۸۲۶۲	۰	۰,۸۰۲۲	۰,۰۶۸۲	۰,۸۱۲۸	۰	۰,۰۲۱۷	۰,۷۴۳۲	۰,۶۱۸۵
۲	۰,۹۷۵۵	۰,۸۷۰۲	۰,۸۵۵۳	۰	۰,۷۴۸۴	۰,۰۲۵۵	۰,۸۲۳۱	۰,۸۶۰۹	۰,۸۳۷۶
۳	۰,۹۳۲۱	۰,۹۲۰۴	۰,۸۵۴۴	۰,۱۸۴۷	۰,۵۷۱	۰	۰,۸۴۲۳	۰,۶۷۵۲	۰,۶۹۷۸
۴	۰,۹۸۳۲	۰,۸۳۱۴	۰,۹۴۲۶	۰,۱۱۵۱	۰,۹۶۲۸	۰	۰,۶۸۸۱	۰,۸۹۲۱	۰,۸۵۳۴
۵	۰,۹۵۳۷	۰,۹۶۷۸	۰,۸۴۱۳	۰,۰۴۵۸	۰,۶۲۲۹	۰	۰,۹۷۶۶	۰,۷۹۰۴	۰,۶۹۰۳
۶	۰,۹۴۲۹	۰,۹۱۳۱	۰,۸۲۳۴	۰,۰۴۸۱	۰,۳۳۳۶	۰	۰,۹۴۱۵	۰,۸۴۶۹	۰,۷۴۶۵
۷	۰,۹۶۴۱	۰,۷۳۹	۰,۸۲۴۳	۰,۱۵۴۴	۰,۷۸۲۹	۰	۰,۷۸۸۸	۰,۸۱۲۳	۰,۷۴۲۴
۸	۰,۹۷۲۸	۰,۸۴۲۳	۰,۸۱۴۷	۰,۰۶۸۳	۰,۵۰۷۵	۰	۰,۸۶۲۳	۰,۷۹۶۷	۰,۷۳۲۱
۹	۰,۹۵۱۴	۰,۸۶۲۹	۰,۸۱۳۵	۰,۱۱۰۲	۰,۳۰۹۵	۰	۰,۸۶۳۷	۰,۷۸۳۶	۰,۷۰۲۳
۱۰	۰,۹۳۴۷	۰,۴۵۶۸	۰,۷۸۴۸	۰,۰۳۴۱	۰,۷۸۷۱	۰	۰,۱۴۶۱	۰,۷۶۰۱	۰,۷۲۸۷
۱۱	۰,۹۲۱۸	۰,۰۰۱۶	۰,۲۶۰۸	۰,۲۱۲۱	۰	۰,۰۱۲۹	۰,۲۳۳۸	۰,۱۹۱۸	۰,۲۰۰۴
۱۲	۰,۸۸۵۳	۰,۷۵۱۸	۰,۷۳۸۲	۰,۰۳۰۱	۰,۳۴۳	۰	۰,۷۹۹۹	۰,۷۵۳۴	۰,۸۶۲۵
۱۳	۰,۹۳۷۵	۰,۸۰۹۵	۰,۸۴۰۶	۰,۳۴۷	۰,۸۸۲۹	۰	۰,۸۰۱۵	۰,۸۶۶۶	۰,۸۲۰۹
۱۴	۰,۹۶۳۲	۰,۸۸۷۵	۰,۷۷۶۶	۰	۰,۴۵۱۲	۰,۱۰۷۹	۰,۹۱۹۱	۰,۶۹۵۴	۰,۶۲۱۷
۱۵	۰,۹۸۴۴	۰,۹۴۳۲	۰,۷۴۹۳	۰,۱۰۲۵	۰,۲۳۸۵	۰	۰,۹۱۷۵	۰,۶۵۷۸	۰,۶۶۲۵
۱۶	۰,۹۷۲۹	۰,۸۳۴۸	۰,۷۷۴۵	۰,۰۲۲۹	۰,۶۳۶۲	۰	۰,۸۳۳۲	۰,۶۵۱	۰,۶۰۱۹
۱۷	۰,۹۵۸۷	۰,۸۶۸۷	۰,۷۴۰۷	۰,۰۴۶۵	۰,۲۵۴۴	۰	۰,۸۸۳۶	۰,۵۰۲۵	۰,۴۸۶۷
۱۸	۰,۹۷۱۲	۰,۹۰۶۲	۰,۷۳۵۴	۰,۰۵۴۸	۰,۲۱۴	۰	۰,۹۱۶۱	۰,۵۲۹۸	۰,۴۸۰۶
۱۹	۰,۹۴۸۶	۰	۰,۹۳۳۴	۰,۷۳۳۶	۰,۹۲۰۴	۰,۷۱۷۷	۰,۸۱۶۶	۰,۹۲۵۳	۰,۹۲۳۷
۲۰	۰,۷۹۹۴	۰,۶۹۰۲	۰,۷۱۷	۰,۰۳۸۶	۰,۷۸۴۵	۰	۰,۶۵۴۹	۰,۶۳۲۷	۰,۶۴۱۶
۲۱	۰,۹۸۶۱	۰,۷۵۵۳	۰,۶۵۰۸	۰	۰,۲۹۲۱	۰,۰۱۲۷	۰,۷۹۲۸	۰,۵۹۰۷	۰,۳۷۱۸
۲۲	۰,۹۹۴۳	۰,۸۹۵	۰,۸۰۷۷	۰,۰۴۷	۰,۸۱۷۱	۰	۰,۹۱۰۳	۰,۷۵۸۳	۰,۷۵۰۹
۲۳	۰,۹۸۷۲	۰,۹۶۶۲	۰,۵۳۴۸	۰	۰,۰۱۱۶	۰,۰۱۶۸	۰,۸۹۷۵	۰,۳۲۸۷	۰,۲۹۵۳
۲۴	۰,۹۳۲۸	۱	۰,۶۲۲۹	۰,۰۴۰۴	۰,۱۴۶۴	۰	۰,۹۱۰۹	۰,۵۶۹۸	۰,۵۵۱۲
۲۵	۰,۹۲۳۹	۰,۸۷۱	۰,۷۳۲۳	۰,۰۵۱۵	۰,۵۶۰۵	۰	۰,۸۹۳۲	۰,۷۰۱۲	۰,۶۱۹
۲۶	۰,۹۸۷۳	۰,۹۰۳۵	۰,۶۵۷۴	۰,۰۴۱۸	۰,۲۴۰۵	۰	۰,۹۰۴۳	۰,۶۴۲۳	۰,۵۸۳
۲۷	۰,۹۹۵۶	۰,۹۱۶۸	۰,۶۶۲۶	۰,۰۳۹۶	۰,۱۵۰۸	۰	۰,۹۲۵۵	۰,۶۲۱۷	۰,۶۰۲۱
۲۸	۰,۹۳۲۷	۰,۸۷۵۸	۰,۹۱۶۴	۰,۵۴۲۷	۰,۹۲۰۴	۰	۰,۸۵۳۶	۰,۸۷۰۹	۰,۸۸۴۱
۲۹	۰,۷۹۸۵	۰,۵۲۹۱	۰,۷۴۹۵	۰,۰۲۵۴	۰,۶۸۰۷	۰	۰,۴۱۳۶	۰,۷۰۹	۰,۶۸۲۳
۳۰	۰,۷۸۳۸	۰,۴۹۴	۰,۷۵۶۳	۰,۰۳۲۸	۰,۶۵۹۷	۰	۰,۴۱۲۷	۰,۷۷۱۳	۰,۷۳۸۴
۳۱	۰,۹۸۷۱	۰,۹۱۱۱	۰,۷۳۱۵	۰,۰۳۶۳	۰,۷۷۵۲	۰	۰,۹۸۵	۰,۷۴۶۵	۰,۶۹۸۲
۳۲	۰,۹۱۲۶	۰,۹۹۲۶	۰,۷۲۰۳	۰,۰۲۴۶	۰,۸۰۱۷	۰	۰,۸۴۵۳	۰,۷۸۱	۰,۷۲۶۷
۳۳	۰,۹۸۷۷	۰,۹۰۸۹	۰,۷۴۷	۰,۰۱۳۴	۰,۸۱۲۳	۰	۰,۹۵۸۳	۰,۷۶۰۶	۰,۷۷۲۴
۳۴	۰,۹۷۴۹	۰,۹۰۱۸	۰,۶۶۳۶	۰,۰۶۰۸	۰,۴۹۴۸	۰	۰,۸۷۸۵	۰,۵۷۶۳	۰,۶۰۸۱
۳۵	۰,۹۶۲۳	۰,۸۶۶۳	۰,۶۰۶۱	۰,۰۲۹۶	۰,۴۷۸۴	۰	۰,۸۹۱۱	۰,۴۷۹۲	۰,۴۲۱
۳۶	۰,۹۵۳۹	۰,۸۶۲۹	۰,۶۲۳۲	۰,۰۲۱۲	۰,۴۶۰۴	۰	۰,۸۶۴۷	۰,۵۶۹۱	۰,۵۲۵۸
میانگین	۰,۹۴۱۱	۰,۷۷۸۸	۰,۷۴۴۵	۰,۰۹۵۱	۰,۵۴۰۷	۰,۰۲۴۸	۰,۷۷۹۶	۰,۶۹۰۱	۰,۶۵۲۲

نتایج عددی نشان می‌دهد که روش‌های WA، HGAVNS و MVNS بهترین راه حل را در ۸۹,۶۴٪، ۶,۹۲٪ و ۳,۴۵٪ موارد پیدا کرده‌اند، اما روش‌های دیگر نمی‌توانند به بهترین جواب برسند. در مقایسه با روشهای GA، MSA و MVNS، فقط MVNS و GA به ترتیب در ۷۰٪ و ۳۰٪ موارد به بهترین راه حل دست

یافتند و HGAVNS از NHGASA، Lin و HGASA بهتر بود و MSA بدترین بود.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله، ما یک روش فرا-ابتکاری برای حل یک مسئله مکان‌یابی، که در آن از مقادیر فازی استفاده شد، را پیاده‌سازی کردیم. همچنین آن را اجرا کرده و با الگوریتم‌های که اخیراً مورد توجه بودند مقایسه کردیم، تا اثربخشی روش خود را نشان دهیم. یک مدل فازی همچنین دارای تعدادی متقاضی با ضرایب فازیی مربوط به گره‌ها، با بازه از پیش تعریف شده برای تعداد ایستگاه‌ها بود. ما روشمان را در مسائل مربوط به جایگاه وسایل نقلیه با متغیر تصادفی مختلف که در آن هزینه‌ها مقادیر فازی فرض شده بودند، آزمایش کردیم. مقادیر فازی در این مسئله با استفاده از یک معادله به مقادیر صریح تبدیل شدند. آزمایشات عددی اثر و کارایی روش پیشنهادی را بر روی مسائلی با اندازه واقعی نشان داد.

منابع

1. SALHI, S. , RAND, G. K. 1989. The effect of ignoring routes when locating depots. *European journal of operational research,* 39**,** 150-156.

2. OR, I. , PIERSKALLA, W. P. 1979. A transportation location-allocation model for regional blood banking. *AIIE transactions,* 11**,** 86-95.

3. JACOBSEN, S. K. , MADSEN, O. B. 1980. A comparative study of heuristics for a two-level routing-location problem. *European Journal of Operational Research,* 5**,** 378-387.

4. WASNER, M. , ZÄPFEL, G. 2004. An integrated multi-depot hub-location vehicle routing model for network planning of parcel service. *International Journal of Production Economics,* 90**,** 403-419.

5. PERL, J. , DASKIN, M. S. 1985. A warehouse location-routing problem. *Transportation Research Part B: Methodological,* 19**,** 381-396.

6. Holland JH . Genetic algorithms. Sci Am 1992;267:66–72 .

7. Rechenberg I . Evolutionsstrategien. Springer Berlin Heidelberg; 1978. p. 83–114 .

8. Dasgupta D, Zbigniew M, editors. Evolutionary algorithms in engineering applications. Springer Science & Business Media; 2013 .

9. J.R. Koza, “Genetic programming,”1992.

10. Simon D . Biogeography-based optimization. IEEE Trans Evol Comput 2008;12:702–13 .

11. Erol OK , Eksin I . A new optimization method: big bang–big crunch. Adv Eng Softw 2006;37:106–11 .

12. Rashedi E , Nezamabadi-Pour H , Saryazdi S . GSA: a gravitational search algo- rithm. Inf Sci 2009;179:2232–48 .

13. Kaveh A , Talatahari S . A novel heuristic optimization method: charged system search. Acta Mech 2010;213:267–89 .

14. Formato RA . Central force optimization: A new metaheuristic with applica- tions in applied electromagnetics. Prog Electromag Res 2007;77:425–91 .

15. Kennedy J , Eberhart R . Particle swarm optimization. In: Proceedings of the 1995 IEEE international conference on neural networks; 1995. p. 1942–8 .

16. Dorigo M , Birattari M , Stutzle T . Ant colony optimization. IEEE Comput Intell 2006;1:28–39 .

17. Goldbogen, J.A., et al., Integrative approaches to the study of baleen whale diving behavior, feeding performance, and foraging ecology. BioScience, 2013. 63(2): p. 90-100.

18. Mirjalili, S., & Lewis, A.(2016). The Whale Optimization Algorithm. Advances in Engineering Software Volume95, Pages 51-97

19. R.E. Bellman, L.A. Zadeh, Decision making in fuzzy environment, Mang. Sci. 17(1970) 141–164.

20. L.C. Bezdek, Fuzzy models- What are they and why? IEEE Trans. Fuzzy Syst. 1(1) (1993) 1–9.

21. D. Dubois, H. Prade, Fuzzy Sets and Systems, Theory and Applications,Academic Press, New York, 1980.
22. H.J. Zimmermann, Fuzzy Set Theory and its Applications, 3rd ed., KluwerAcademic, Norwell, 1996.
23. C. Garcia, J.L. Verdegay, On the sensitivity of membership functions for fuzzylinear programming problems, Fuzzy Sets Syst. 56 (1993) 47–49.
24. N. Mahdavi-Amiri, S.H. Nasseri, Duality results and a dual simplex method forlinear programming problems with trapezoidal fuzzy variables, Fuzzy SetsSyst. 158 (2007) 1961–1978.
25. R.R. Yager, A procedure for ordering fuzzy subsets of the unit interval, Inform.Sci. 24 (1981) 143–161.
26. Rath, S. and W.J. Gutjahr, *A math-heuristic for the warehouse location–routing problem in disaster relief.* Computers & Operations Research, 2014. 42: p. 25-39.
27. B.P. Mirchandani, R.L. Francis (Eds.), Discrete Location Theory,Wiley-InterScience, New York, 1990.
28. R. Ghanbari, N. Mahdavi-Amiri, Solving bus terminal location problems usingevolutionary, Appl. Soft Comput. 11 (2011) 991–999.
29. R. Ghanbari, S. Babaie-Kafaki, N. Mahdavi-Amiri, An efficient hybridization of genetic algorithm and variable neighborhood search for fuzzy bus terminal location problems with fuzzy setup cost, in: Proceedings of the Second Joint Congress on Fuzzy and Intelligent Systems, Malek-Ashtar University, Tehran, Iran, October 28-30, 2008, pp. 134–140.
30. D. Ghosh, Neighborhood search heuristics for the uncapacitated facilitylocation problem, Eur. J. Oper. Res. 150 (2003) 150–162.