

3D Beamforming in Multi-Antenna Cellular Networks with Randomly Distributed Users

Nasim Mohammadi*, S. Mohammad Razavizadeh**

*PhD Candidate, School of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology (IUST)

**Associated Professor, School of Electrical Engineering, Iran University of Science and Technology (IUST)

Abstract:

In this paper, the effect of using 3D beamforming (3DBF) approach in a multi-input-multiple-output (MIMO) cellular network has been discussed. The network consists of a cell with multiple users distributed based on a Poisson Point Process (PPP) at the area, which is a closer scenario to the real network conditions. In this case, the number of users and their position are chosen randomly. According to the distribution of users in the cell and the difference in their distance from the base station (BS), their vertical angles (tilt angle) are also different. Considering downlink transmission and applying the zero forcing (ZF) precoder at the BS to eliminate inter-user interference, we analyze the coverage probability as a function of tilt angle and find the optimal value of tilt angle to achieve maximum coverage probability. Using numerical results, the accuracy of calculations as well as the optimal value of tilt angle of the antenna array are confirmed.

Keywords: 3D Beamforming, PPP, Multi user MIMO, Coverage probability

شکل دهی پرتو سه بعدی در شبکه های مخابرات سیار چند آنتنی چند کاربره با توزیع تصادفی کاربران در شبکه

نسیم محمدی* و سید محمد رضوی زاده**

* دانشجوی دکتری، دانشکده مهندسی برق-دانشگاه علم و صنعت ایران

** دانشیار، دانشکده مهندسی برق-دانشگاه علم و صنعت ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۴/۱۹ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۱۸

نوع مقاله: پژوهشی

چکیده

در این مقاله به مساله استفاده از روش شکل دهی پرتو سه بعدی (3DBF) در یک شبکه مخابرات سلولی چند ورودی-چند خروجی (MIMO) پرداخته شده است. شبکه مورد نظر از یک سلول با چندین کاربر تشکیل شده است و در آن کاربران براساس فرآیند نقطه ای پواسون (PPP) در سطح سلول توزیع شده اند که به شرایط موجود در یک شبکه واقعی مخابرات سیار نزدیک تر می باشد. در این حالت تعداد کاربران درون سلول و موقعیت آنها تصادفی خواهد بود. با توجه به توزیع کاربران در محیط و تفاوت فاصله ای آنها از ایستگاه پایه، زوایای عمود (زاویه تیلت) آنها نیز متفاوت خواهد بود. با در نظر گرفتن ارسال فرسو و پیش کدکننده ای اعمال صفر (ZF) در فرستنده ایستگاه پایه با هدف حذف تداخل بین کاربران درون سلول، به بررسی و تحلیل احتمال پوشش در سلول پرداخته و سپس بهترین زاویه ای عمودی آنتن را برای دستیابی به بیشترین احتمال پوشش را به دست می آوریم. با استفاده از آنالیز نتایج عددی حاصل از روابط به دست آمده، دقت محاسبات و مقدار زاویه ای عمود بهینه آرایه آنتن مورد بررسی و تایید قرار می گیرد.

واژگان کلیدی: شکل دهی پرتو سه بعدی، فرآیند نقطه ای پواسون، شبکه ای چندورودی-چند خروجی چند کاربره، احتمال پوشش

۱. مقدمه

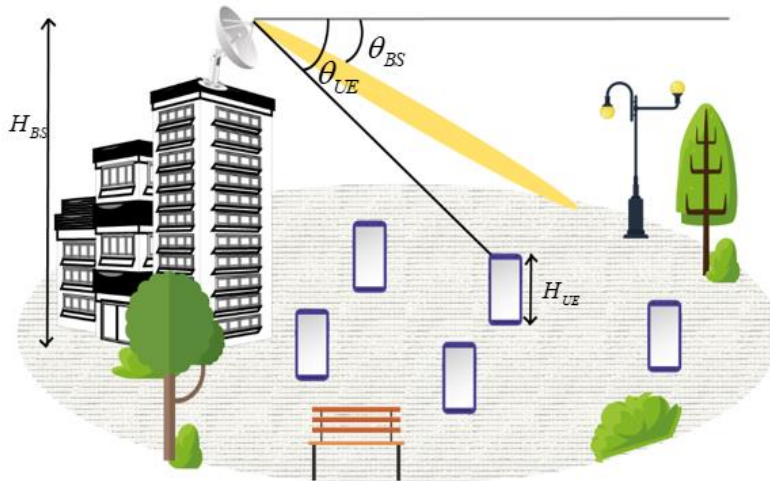
افزایش نرخ ارسال داده و افزایش قابلیت اطمینان توسعه یافته است. در یک سطح بالاتر و توسعه یافته تر، در سال های اخیر سیستم مایمو انبوه (Massive MIMO) با تعداد بسیار زیاد آنتن در BS پیشنهاد شده است که می تواند اهداف سیستم های مایموی متداول را در جهت مطلوب بهبود دهد و باعث ایجاد بهره وری بسیار بالاتر در بهره برداری از طیف فرکانسی شود [۳] و [۴]. از سوی دیگر، سیستم های مایمو چند کاربره که تحت عنوان دستیابی چندگانه تقسیم فضایی (SDMA) نیز شناخته می شود، برای بهبود بیشتر عملکرد سیستم در سال های اخیر مورد توجه گرفته اند. در مقایسه با روش های مایمو تک-کاربره، SDMA امکان خدمت رسانی به چندین کاربر را به طور همزمان فراهم می کند که این امر موجب افزایش بازده طیفی شبکه به مقدار

تقاضای روبه رشد ظرفیت بالا و تاخیر کم در شبکه های مخابراتی، در سال های اخیر چالش های زیادی را در طراحی شبکه های سلولی ایجاد کرده است. رشد سریع تعداد دستگاه های متصل در شبکه و همچنین محتوای رسانه ای کیفیت بالا که باید در هر زمان و مکانی به تجهیزات کاربر تحویل داده شود، موجب شده است تا محققان به دنبال روش های مناسب برای افزایش پوشش و ظرفیت در شبکه های مذکور باشند [۱] و [۲]. برای دستیابی به این اهداف، سیستم های چند ورودی-چند خروجی (MIMO) که در آن ایستگاه پایه (BS) و کاربران از چندین آنتن برای ارسال و دریافت داده استفاده می کنند، نقش مهمی را ایفا می کند. سیستم های مایمو با هدف ایجاد چندگانگی فضایی برای

^۱ نویسنده مسئول: سید محمد رضوی زاده smrazavi@iust.ac.ir

قابل توجهی خواهد شد. هرچند مانند روش‌های دیگر این مورد نیز موانع و مشکلاتی را با خود به همراه دارد از جمله، به دست آوردن اطلاعات حالت کانال (CSI) و تداخل بین کاربران درون سلول [۵]. در حالت خاص نشان داده شده‌است که اطلاعات کانال ناقص سبب می‌شود نتوانیم به طور کامل تداخل بین کاربران را حذف کنیم و لذا این امر عملکرد سیستم را بسیار کاهش خواهد داد. برای جبران این مورد روش‌های خطی و غیرخطی متعددی برای پیش‌کدگذاری سیگنال در ارسال فرسو پیشنهاد شده‌است. اگرچه روش‌های پیش‌کدگذاری غیرخطی نتیجه‌ی بهینه و یا نزدیک به بهینه را حاصل می‌شوند، اما روش‌های خطی نه تنها از نظر بار محاسباتی ساده‌تر و همچنین پیاده‌سازی آنها مقرون به صرفه‌تر است، بلکه با افزایش تعداد آنتن‌های ایستگاه پایه عملکرد آنها بهبود یافته و به بهینه نزدیک می‌شود [۶]. یکی از محدودیت‌های سیستم‌های مایمو موجود این است که استقرار آرایه‌ی آنتن‌ها در روی دکل‌ها فقط در راستای افق در نظر گرفته شده‌است. بنابراین، اغلب کارهای انجام‌شده، مدل کانال و روش‌های شکل‌دهی پرتویی که مورد بررسی قرار می‌دهند فقط در فضای دو بعدی یعنی در راستای افق است. در صورتیکه عملکرد صحیح سیستم‌های مایمو در دنیای واقعی به مشخصه‌های کانال در بعد عمودی نیز بستگی دارد. در [۷] نشان داده شده است که ۶۵٪ انرژی مسیره‌های انتشاری که با آرایه‌ی آنتن مستطیلی برخورد می‌کند زاویه‌ی عمودی بیشتر از ۱۰ درجه دارد. به دلیل ماهیت سه بعدی کانال انتشار در دنیای واقعی، شکل‌دهی پرتو فقط در راستای افقی نمی‌تواند از تمام درجه آزادی کانال بهره‌بردار. به علاوه، با توسعه‌ی آنتن‌های جهت‌دار سه بعدی که با یک الگوی تابش ویژه در هر دو بعد افقی و عمودی ارسال را انجام می‌دهند، صفحه‌ی عمودی الگوی آنتن هم می‌تواند برای بهینه‌سازی ارسال مورد استفاده قرار گیرد. این امر موجب می‌شود پیش‌کدگذاری رشته‌های داده مایمو و الگوی تابش آنتن به طور همزمان در هر دو صفحه‌ی افقی و عمودی بهینه شده و در نتیجه بهبود

قابل توجهی خواهد شد. هرچند مانند روش‌های دیگر این مورد نیز موانع و مشکلاتی را با خود به همراه دارد از جمله، به دست آوردن اطلاعات حالت کانال (CSI) و تداخل بین کاربران درون سلول [۵]. در حالت خاص نشان داده شده‌است که اطلاعات کانال ناقص سبب می‌شود نتوانیم به طور کامل تداخل بین کاربران را حذف کنیم و لذا این امر عملکرد سیستم را بسیار کاهش خواهد داد. برای جبران این مورد روش‌های خطی و غیرخطی متعددی برای پیش‌کدگذاری سیگنال در ارسال فرسو پیشنهاد شده‌است. اگرچه روش‌های پیش‌کدگذاری غیرخطی نتیجه‌ی بهینه و یا نزدیک به بهینه را حاصل می‌شوند، اما روش‌های خطی نه تنها از نظر بار محاسباتی ساده‌تر و همچنین پیاده‌سازی آنها مقرون به صرفه‌تر است، بلکه با افزایش تعداد آنتن‌های ایستگاه پایه عملکرد آنها بهبود یافته و به بهینه نزدیک می‌شود [۶]. یکی از محدودیت‌های سیستم‌های مایمو موجود این است که استقرار آرایه‌ی آنتن‌ها در روی دکل‌ها فقط در راستای افق در نظر گرفته شده‌است. بنابراین، اغلب کارهای انجام‌شده، مدل کانال و روش‌های شکل‌دهی پرتویی که مورد بررسی قرار می‌دهند فقط در فضای دو بعدی یعنی در راستای افق است. در صورتیکه عملکرد صحیح سیستم‌های مایمو در دنیای واقعی به مشخصه‌های کانال در بعد عمودی نیز بستگی دارد. در [۷] نشان داده شده است که ۶۵٪ انرژی مسیره‌های انتشاری که با آرایه‌ی آنتن مستطیلی برخورد می‌کند زاویه‌ی عمودی بیشتر از ۱۰ درجه دارد. به دلیل ماهیت سه بعدی کانال انتشار در دنیای واقعی، شکل‌دهی پرتو فقط در راستای افقی نمی‌تواند از تمام درجه آزادی کانال بهره‌بردار. به علاوه، با توسعه‌ی آنتن‌های جهت‌دار سه بعدی که با یک الگوی تابش ویژه در هر دو بعد افقی و عمودی ارسال را انجام می‌دهند، صفحه‌ی عمودی الگوی آنتن هم می‌تواند برای بهینه‌سازی ارسال مورد استفاده قرار گیرد. این امر موجب می‌شود پیش‌کدگذاری رشته‌های داده مایمو و الگوی تابش آنتن به طور همزمان در هر دو صفحه‌ی افقی و عمودی بهینه شده و در نتیجه بهبود



شکل ۱. مدل شبکه سلولی با توزیع تصادفی کاربران در شبکه و شکل-دهی پرتو سه بعدی در ایستگاه پایه

فراتر از آن، این مساله تا کنون در مقالات پیش از این مورد بحث و بررسی قرار نگرفته است. با توجه به توزیع PPP کاربران، تعداد کاربران در سلول تصادفی بوده و براساس توزیع پواسون به دست می‌آید و همچنین موقعیت کاربران در دستگاه مختصات کارتزین در دو بعد براساس توزیع یکنواخت حاصل می‌گردد. بنابراین در شبکه‌ی مورد نظر هم تعداد کاربران و هم موقعیت آنها تصادفی در نظر گرفته شده است. در این حالت زوایایی عمود کاربران یعنی زاویه‌ای که بین خط واصل بین BS و کاربر با محور افق ساخته می‌شود، با توجه به اختلاف فاصله کاربران با ایستگاه پایه متفاوت خواهد بود. با به کارگیری پیش‌گذار ZF در ایستگاه پایه و با فرض دانستن اطلاعات حالت کانال (CSI)، عملکرد سیستم از جنبه احتمال پوشش مورد تحلیل ریاضی قرار می‌گیرد. این حالت را می‌توان یک شبکه محدود به نوپز دانست و این مورد با در نظر گرفتن مقدار بالای ضریب استفاده مجدد از فرکانس، یک سناریوی کاربردی در شبکه‌های مخابرات سیار خواهد بود. در مرحله بعد، با استفاده از معیار احتمال پوشش بدست آمده در مرحله قبل، به دنبال یافتن زاویه‌ی تیلت بهینه‌ی آرایه‌ی آنتن ایستگاه پایه هستیم که با آن به بیشترین احتمال پوشش در شبکه برسیم. مقدار زاویه‌ی تیلت بهینه‌ی به دست آمده، با استفاده از نتایج حاصل از شبیه‌سازی مورد تایید قرار می‌گیرد.

در ادامه مقاله به صورت زیر سازماندهی شده است. در بخش دوم مدل سیستم مورد نظر خود را معرفی کرده و روابط مربوط به سیگنال دریافتی توسط کاربر نوعی را با در نظر گرفتن اثر زاویه‌ی تیلت بر روی کانال انتشار و همچنین توزیع تعداد کاربران در سلول به دست

در مقاله [۱۳] با توجه به شکل تصادفی سلول ورونوی، توزیع تعداد کاربران فعال به دست آمده و تاثیر تعداد کاربران و چگالی ایستگاه‌های پایه با مقایسه نتایج حاصل از بازده طیفی سطح بررسی شده است. در [۱۴] عملکرد سیستم مورد بحث با فرض فقط توزیع PPP کاربران در یک سلول بررسی و تحلیل گشته است. مقاله‌ی [۱۱] شکل‌دهی پرتو سه بعدی را در شبکه‌ی تک کاربره‌ای در نظر گرفته که در آن سیستم در گستره‌ی امواج میلیمتری عمل می‌کند و محاسبات براساس مفاهیم هندسه‌ی تصادفی حاصل شده است. دو مفهوم شکل‌دهی پرتو به صورت فعال (3DBF) و غیرفعال (به صورت مکانیکی زاویه‌ی تیلت آنتن تغییر کند و امکان تغییر آن با تغییر موقعیت کاربر فراهم نباشد) در دو شبکه‌ی تک کاربره و چند کاربره در [۱۰] بررسی شده است و در شرایط نسبت سیگنال به نوپز بالا زاویه‌ی تیلت بهینه به دست آمده است. در این مقاله تعداد کاربران غیرتصادفی و برابر K در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن مباحث فوق و بررسی سایر تحقیقات انجام شده در این حوزه، در این مقاله به بررسی یک شبکه‌ی چندآنتنی چند کاربره پرداخته شده است که در آن کاربران بصورت تصادفی و براساس فرآیند نقطه‌ای پواسون (PPP) یکنواخت در سطح سلول توزیع شده‌اند. این مدل توزیع کاربران به شرایط واقعی در شبکه‌های مخابرات سیار نزدیک‌تر است و نتایج بدست آمده کاربردی‌تر خواهند بود. از جنبه تقسیم‌بندی شبکه‌های MIMO، این سیستم معادل یک چند ورودی-تک خروجی (MISO) می‌باشد. در این شبکه، هدف ما طراحی یک روش جدید بر مبنای روش شکل‌دهی پرتوی سه بعدی است. علیرغم اهمیت، روش شکل‌دهی پرتوی سه بعدی در شبکه‌های نسل پنجم و

$$P_U = \begin{cases} \frac{(\lambda A)^U}{U!} e^{-\lambda A} & 0 \leq U < K \\ \sum_{u=K}^{\infty} \frac{(\lambda A)^u}{u!} e^{-\lambda A} & U = K \end{cases} \quad (2)$$

که در آن شرط حداکثر تعداد کاربران، K ، به صورت $K \leq M$ با توجه به تعداد آنتن‌های BS تعریف می‌شود. λ نشان دهنده‌ی چگالی کاربران فعال در سلول است و A پارامتر متناظر با سطح سلول در نظر گرفته شده‌است. برای یک کاربر دلخواه در سلول، کاربر k م، سیگنال دریافتی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$y_k = P_k r_k^{-\alpha} \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_k s_k + \sum_{v=1, v \neq k}^U P_k r_k^{-\alpha} \mathbf{h}_k^H \mathbf{w}_v s_v + z_k \quad (3)$$

در رابطه‌ی (۳)، r_k فاصله‌ی کاربر k م از BS، α ضریب افت مسیر و s_k سمبول داده‌ی ارسال‌شده به سمت کاربر k م بوده و شرط $E[|s_k|^2] = 1$ در مورد آن صدق می‌کند. P_k توان اختصاص‌یافته به کاربر k م می‌باشد. از آنجاییکه رویکرد تخصیص توان یکسان بین کاربران در نظر گرفته شده‌است، لذا $P_k = P_{BS}/U$ خواهد بود که در آن P_{BS} و U به ترتیب نشان‌دهنده‌ی توان BS و تعداد کاربران در سلول است. z_k نیز نویز سفید گوسی جمع‌شونده (AWGN) در گیرنده‌ی k م است. \mathbf{w}_k بردار پیش‌کدکننده‌ی مختص کاربر k م در ایستگاه پایه می‌باشد که در ادامه به تفصیل توضیح داده خواهد شد. $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ بردار پاسخ کانال از BS به سمت کاربر k م بوده و با توجه به گین آنتن به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۰] و [۱۶]:

$$\mathbf{h}_k = \sqrt{a_k(\theta_{BS}, r_k)} \mathbf{g}_k \quad (4)$$

که در آن \mathbf{g}_k نشان‌دهنده‌ی محوشدگی مقیاس کوچک با توزیع رابلی و $a_k(\theta_{BS}, r_k)$ گین آنتن در راستای عمود در نظر گرفته شده‌است که در مقیاس لگاریتمی و خطی به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A_k(\theta_{BS}, r_k) = \min \left[12 \left(\frac{\theta_{BS} - \theta_k}{\theta_{3dB}} \right)^2, A_m \right] \quad (5)$$

$$a_k(\theta_{BS}, r_k) \square a_{\max} 10^{-1.2 \left(\frac{\theta_{BS} - \theta_k}{\theta_{3dB}} \right)^2} \quad (6)$$

در (۵)، θ_{3dB} و A_m به ترتیب پهنای بیم 3dB (HPBW) آنتن ایستگاه پایه و حداکثر تضعیف آنتن را در راستای عمودی نشان می‌دهند. با ترکیب a_{\max} (حداکثر بهره‌ی آنتن در بیم اصلی الگوی

می‌آوریم. با توجه به رابطه‌ی SNR حاصل در قسمت قبل، در بخش سوم به بیان و بررسی رابطه‌ی احتمال پوشش پرداخته شده‌است. در بخش چهارم مقدار بهینه زاویه عمود آنتن با توجه به رابطه به دست آمده برای احتمال پوشش در قسمت قبل محاسبه می‌گردد. بخش پنجم به بررسی نتایج حاصل از شبیه‌سازی سیستم مورد نظر پرداخته‌است. و در نهایت در بخش ششم، نتیجه‌گیری و جمع‌بندی این پژوهش ارائه گردیده‌است.

۲. مدل سیستم

شکل ۱ مدل سیستم مورد نظر را نشان می‌دهد. در این شکل یک سلول در نظر گرفته شده‌است که در آن کاربران براساس فرآیند نقطه‌ای پواسون (PPP) یکنواخت با چگالی λ در سطح سلول توزیع شده‌اند و هر کدام از آنها به یک آنتن مجهز هستند. یک ایستگاه پایه (BS) با آرایه‌ی آنتنی مستطیلی متشکل از M آنتن فرض کرده‌ایم که در آن زاویه‌ی عمود آرایه‌ی آنتن (tilt angle) به صورت الکترونیکی در فضای سه بعدی قابل تنظیم است. این زاویه در شکل با θ_{BS} نشان داده شده است که به صورت زاویه‌ی بین پرتو تابش اصلی آنتن و خط افق تعریف می‌شود و می‌تواند مقادیر $[-\pi/2, \pi/2]$ را اختیار کند. برای سادگی محاسبات، الگوی انتشار آنتن در راستای افقی چند جهته در نظر گرفته شده است (این فرض زمانی که پهنای بیم نصف توان (HPBW) در راستای افقی بزرگ باشد و یا تمام عناصر آنتن در راستای عمودی به صورت پشت سرهم قرار بگیرند، صادق است [۱۰]). ارتفاع BS برابر با H_{BS} است درحالی‌که همه‌ی کاربران در ارتفاع یکسان H_{UE} از سطح زمین واقع شده‌اند. در شکل زاویه‌ی عمودی یک کاربر دلخواه نسبت به خط افق با θ_{UE} نشان داده شده است. از آنجاییکه کاربران در دو بعد x و y در مختصات کارتزین براساس توزیع یکنواخت قرار گرفته‌اند، توزیع فاصله‌ی کاربران از BS براساس [۱۴] به ازای $r_0 \leq x \leq r_m$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f_r(x) = \frac{2x}{r_m^2 - r_0^2}, \quad F_r(x) = \frac{x^2}{r_m^2 - r_0^2} \quad (1)$$

که در آن، $f_r(x)$ و $F_r(x)$ به ترتیب تابع چگالی احتمال و تابع توزیع تجمعی فاصله کاربر از BS هستند. r_m و r_0 نیز به ترتیب کمترین و بیشترین فاصله کاربر را از BS نشان می‌دهند. با توجه به فرآیند نقطه‌ای پواسون، تعداد کاربران در سلول (U) یک متغیر تصادفی با توزیع پواسون است. بنابراین توزیع تعداد کاربران فعال سلول را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۶] و [۱۵]:

۳. تحلیل احتمال پوشش در شبکه

احتمال پوشش یکی از معیارهای عملکرد بنیادی برای شبکه محسوب می‌شود که میزان قابلیت اطمینان یک لینک ارسال را بررسی می‌کند. به بیان ریاضی، احتمال پوشش برابر است با:

$$P_C = \Pr(\text{SINR} \geq \gamma_{th}) \quad (10)$$

که در آن γ_{th} مقدار آستانه‌ی SINR است. احتمال پوشش از جهات مختلف می‌تواند مورد نظر قرار گیرد. اولین مورد، همانطور که در بالا اشاره شد، قابلیت اطمینان یک لینک ارسال را اندازه‌گیری می‌کند. مورد دوم نشان‌دهنده‌ی میانگین کسری از کاربران است که در هر زمانی به آستانه‌ی SINR دست پیدا می‌کنند. مورد سوم میانگین کسری از سطح شبکه است که در هر زمانی تحت پوشش سیگنال واقع می‌شود. به عنوان آخرین مورد می‌توان احتمال پوشش را با توجه به (۱۰) برابر با مکمل تابع توزیع تجمعی (CCDF) مربوط به SINR دانست [۱۵]. با توجه به توضیحات فوق، احتمال پوشش شبکه‌ی مورد نظر را با جایگذاری رابطه‌ی (۸) در (۱۰)، با در نظر گرفتن تصادفی بودن تعداد کاربران و فاصله‌ی آنها از BS، می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$P_C = E_{U,r} [\Pr(\gamma \geq \gamma_{th}) | \gamma_k = \gamma] \quad (11)$$

برای سادگی محاسبات، ابتدا احتمال پوشش شرطی روی تعداد کاربران را به صورت $P_{C|U} = E_r [\Pr(\gamma \geq \gamma_{th})]$ به دست آورده و سپس با توجه به برابری $P_C = E_U [P_{C|U}]$ ، احتمال پوشش را به دست می‌آوریم. بنابراین خواهیم داشت:

$$P_{C|U} = E_r [\Pr(\gamma \geq \gamma_{th})] \\ = E_r \left[\Pr \left(X \geq \frac{\gamma_{th} U \sigma^2 r^\alpha}{P_{BS} a(\theta_{BS}, r)} \right) \middle| r_k = r \right] \quad (12)$$

$$= E_r \left[1 - F_X \left(\frac{\gamma_{th} U \sigma^2 r^\alpha}{P_{BS} a(\theta_{BS}, r)} \right) \right]$$

ابتدا تعاریف زیر را انجام می‌دهیم:

$$\tau = \frac{\gamma_{th} U \sigma^2}{P_{BS}}, \quad a^{-1} = \frac{1}{a(\theta_{BS}, r)} \quad (13)$$

لذا با توجه به (۹) و (۱۳)، احتمال پوشش به شرط تعداد کاربران به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$P_{C|U} = E_r \left[\sum_{n=0}^{M-U} \frac{1}{n!} (\tau r^\alpha a^{-1})^n e^{-\tau r^\alpha a^{-1}} \right] \quad (14)$$

انتشار آنتن) با تضعیف آنتن در (۵)، بهره‌ی آنتن در مقیاس خطی با رابطه‌ی (۶) مدل می‌شود. رابطه‌ی تقریبی (۶) زمانیکه A_m به اندازه‌ی کافی بزرگ باشد صحیح است [۱۰]. زاویه‌ی متناظر با کاربر k ، θ_k ، نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\theta_k = \tan^{-1}(L/r_k) \quad (7)$$

که در آن L اختلاف ارتفاع کاربر و ایستگاه پایه و r_k فاصله‌ی کاربر از ایستگاه پایه بوده که با توجه به (۱) توزیع شده‌است.

پیش‌کدکننده‌ی ZF بطور کامل تداخل بین کاربران را در گیرنده‌ی مورد نظر حذف می‌کند. این پیش‌کدگذار به کرات در مقالات مورد بررسی و استفاده قرار گرفته است و براساس ماتریس کانال کلی بین BS و تمام کاربران آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۱۷].

بردار $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ را که بیانگر کانال بین BS و کاربر k است در نظر بگیرید. بردار \mathbf{w}_k در (۳) نشان‌دهنده‌ی بردار پیش‌کدگذاری در BS متناظر با کاربر k است. با در نظر گرفتن پیش‌کدکننده‌ی ZF بردار \mathbf{w}_k متناظر است با ستون k ماتریس $\mathbf{W} = \beta \mathbf{H}(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \in \mathbb{C}^{M \times U}$

، که در آن $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_U]$ و $\beta = 1 / \sqrt{\text{tr}((\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1})}$ ضریب نرمالیزاسیون بردار پیش‌کدکننده است [۱۷].

با توضیحات فوق نسبت سیگنال به نویز (SNR) را در گیرنده‌ی مورد نظر می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\gamma_k = \frac{(P_{BS}/U) a_k(\theta_{BS}, r_k) X}{\sigma^2} \quad (8)$$

که در آن $X = |\mathbf{g}_k^H \mathbf{w}_k|^2$ و طبق [۱۷] توزیع بهره‌ی کانال مطلوب X ، مربع نرم تصویر بردار \mathbf{h}_k روی فضای پوچی $\text{Null}(\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{k-1}, \mathbf{h}_{k+1}, \dots, \mathbf{h}_U)$ بوده و لذا از توزیع گاما به صورت $\text{Gamma}(M+1-U, 1)$ تبعیت می‌کند. P_{BS} و U نیز به ترتیب بیانگر توان BS و تعداد کاربران فعال در سلول است.

تابع چگالی احتمال $f_X(x)$ و تابع توزیع تجمعی $F_X(x)$ مربوط به متغیر تصادفی X به ازای $0 < x < \infty$ به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۵]:

$$f_X(x) = \frac{x^{M-U}}{(M-U)!} e^{-x}, \quad (9)$$

$$F_X(x) = 1 - \sum_{n=0}^{M-U} \frac{x^n}{n!} e^{-x}$$

$$\frac{dP_C}{d\theta_{BS}} = E_{U,r} \left[\left(\frac{-\tau r^\alpha}{(M-U)!} (\tau r^\alpha a^{-1})^{M-U} e^{-\tau r^\alpha a^{-1}} \right) \frac{da^{-1}}{d\theta_{BS}} \right] \quad (18)$$

$$= E_{U,r} [\Lambda(r, U)]$$

با استفاده از بسط تیلور $\Lambda(r, U)$ حول $\bar{r} = E[r]$ و $\bar{U} = E[U]$ خواهیم داشت:

$$\Lambda(r, U) \approx \Lambda(\bar{r}, \bar{U}) + \Lambda_r'(r, U)(r - \bar{r}) + \Lambda_U'(r, U)(U - \bar{U}) \quad (19)$$

در (۱۹)، $\Lambda_i', i \in \{U, r\}$ بیانگر مشتق نسبت به متغیر i است. با جایگذاری (۱۹) در (۱۸) به برابری $\frac{dP_C}{d\theta_{BS}} = \Lambda(\bar{r}, \bar{U})$ می‌رسیم.

سپس با صفر قرار دادن آن مقدار زاویه‌ی بهینه به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\Lambda(\bar{r}, \bar{U}) = \left(-\frac{\tau \bar{r}^\alpha}{(M - \bar{U})!} (\tau \bar{r}^\alpha a^{-1})^{M - \bar{U}} e^{-\tau \bar{r}^\alpha a^{-1}} \right) \times \left(\frac{c(\theta_{BS} - \tan^{-1}(L/\bar{r}))}{\theta_{3dB}^2} a^{-1} \right) = 0 \quad (20)$$

که در آن c یک مقدار ثابت و برابر $c = 5.54$ است. با قرار دادن مقدار a^{-1} با توجه به (۶) و (۱۳)، مقدار زاویه‌ی بهینه برابر می‌شود با:

$$\theta_{BS}^* = \tan^{-1} \frac{L}{\bar{r}} \quad (21)$$

با تقریب خوبی تساوی فوق برقرار می‌شود. وابستگی بسیار کم θ_{BS} به تعداد کاربران در مسئله‌ی مورد نظر این مقاله با نتایج شبیه‌سازی نیز نشان داده خواهد شد.

۵. شبیه‌سازی

در این قسمت به بررسی صحت روابط به دست آمده در قسمت قبل با استفاده از نرم‌افزار متلب می‌پردازیم. پارامترهای مسئله به صورت جدول ۱ مقداردهی شده‌اند.

شکل ۲ احتمال پوشش برحسب زاویه تیلت ایستگاه پایه، θ_{BS} ، را به ازای مقادیر مختلف حداکثر تعداد کاربران فعال در سلول نشان می‌دهد. همانطور که مشاهده می‌شود زاویه‌ی θ_{BS} با تغییر تعداد کاربران فعال تغییر نمی‌کند که این مورد رابطه (۲۱) را تصدیق می‌کند. افزایش تعداد کاربران متناسب است با کمتر شدن تعداد جملات جمع در (۱۵) و لذا

رابطه‌ی (۱۴) را با توجه به توزیع متغیر تصادفی r به صورت زیر بسط می‌دهیم:

$$P_{C|U} = \sum_{n=0}^{M-U} \frac{2\tau^n}{n!(r_m^2 - r_0^2)} \times \int_{r_0}^{r_m} r^{n\alpha+1} a^{-n} (\theta_{BS}, r) \exp\left(-\frac{\tau r^\alpha}{a(\theta_{BS}, r)}\right) dr \quad (15)$$

به دلیل وابستگی غیرخطی تابع زیر انتگرال به متغیر r ، حل انتگرال بسیار پیچیده است. لذا در این مقاله با استفاده از روش‌های عددی نتیجه‌ی انتگرال محاسبه شده‌است. در نتیجه احتمال پوشش P_C شبکه‌ی مورد نظر را طبق (۱۶) بیان می‌کنیم:

$$P_C = \sum_{U=1}^{K-1} \frac{(\lambda A)^U}{U!} e^{-\lambda A} P_{C|U, U=1,2,\dots,K-1} + \sum_{U=K}^{\infty} \frac{(\lambda A)^U}{U!} e^{-\lambda A} P_{C|U, U=K} \quad (16)$$

در (۱۶) مشهود است که احتمال پوشش به زاویه‌ی تیلت آنتن BS بستگی دارد. لذا می‌توانیم با تنظیم آن موجبات بهبود احتمال پوشش را فراهم کنیم. بنابراین در بخش بعد، مقدار بهینه‌ی زاویه‌ی تیلت آنتن را به دست می‌آوریم.

۴. بهینه‌سازی زاویه تیلت (شکل‌دهی پرتو سه‌بعدی)

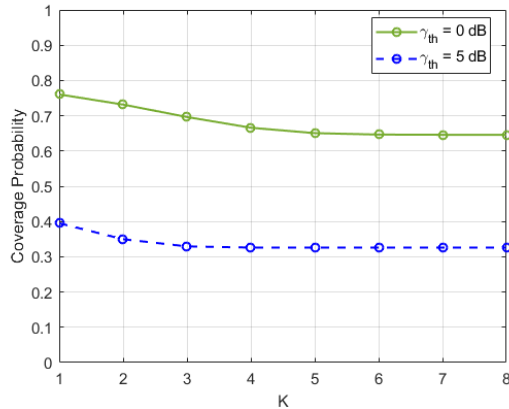
همانطور که در بخش قبل نشان داده‌شد، احتمال پوشش به زاویه عمود آرایه آنتن بستگی دارد. از این رو با تنظیم مناسب این زاویه می‌توان احتمال پوشش را بهبود داد. بطور کلی، فاصله کاربران از ایستگاه پایه تصادفی است، لذا نشان می‌دهیم که مقدار زاویه‌ی عمود بهینه با تقریب خوبی با اعمال میانگین آماری به دست خواهد آمد. با استفاده از نتایج عددی، صحت این مقدار مورد تایید قرار می‌گیرد.

براساس روشی در [۱۱]، برای یافتن مقدار بهینه‌ی زاویه، ابتدا از $P_C = E_U [P_{C|U}]$ نسبت به θ_{BS} مشتق می‌گیریم. بنابراین خواهیم داشت:

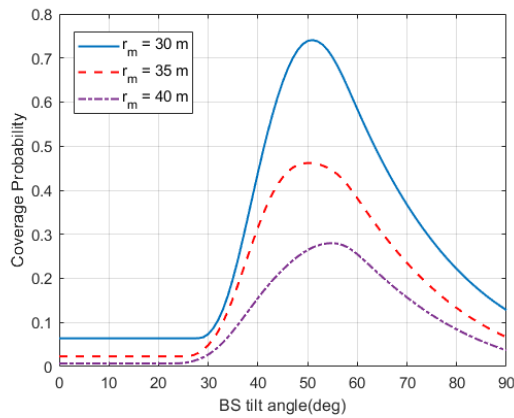
$$\frac{dP_C}{d\theta_{BS}} = E_{U,r} \left[\left\{ \sum_{n=1}^{M-U} \frac{n}{n!} \tau r^\alpha (\tau r^\alpha a^{-1})^{n-1} e^{-\tau r^\alpha a^{-1}} - \sum_{n=0}^{M-U} \frac{1}{n!} \tau r^\alpha (\tau r^\alpha a^{-1})^n e^{-\tau r^\alpha a^{-1}} \right\} \frac{da^{-1}}{d\theta_{BS}} \right] \quad (17)$$

با ساده‌سازی رابطه‌ی (۱۷) داریم:

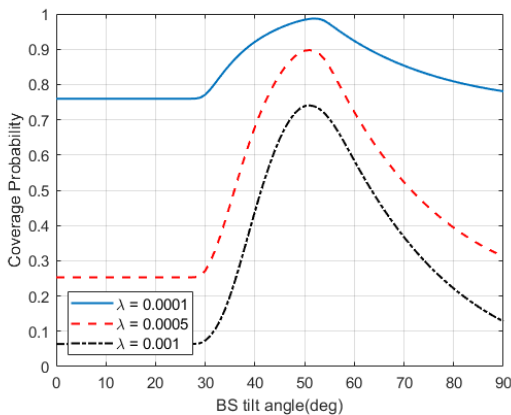
مختلف شعاع سلول اندازه‌گیری شده‌است. افزایش شعاع سلول هم موجب تغییر زاویه‌ی بهینه و هم کاهش احتمال پوشش شده‌است که این امر براساس رابطه‌ی حاصل در (۲۱) به سادگی قابل توجیه است.



شکل ۳. احتمال پوشش برحسب حداکثر تعداد کاربران فعال K



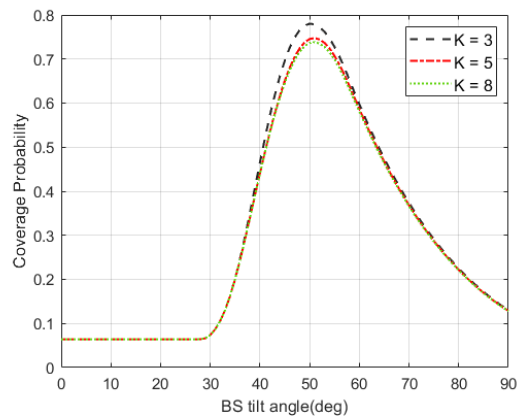
شکل ۴. احتمال پوشش برحسب زاویه‌ی تیلت به ازای مقادیر مختلف شعاع سلول



شکل ۵. احتمال پوشش برحسب زاویه‌ی تیلت به ازای چگالی مختلف کاربران

جدول ۱. پارامترهای شبیه‌سازی

8	تعداد آنتن ایستگاه پایه (M)
10(dBm)	توان ایستگاه پایه (P_{BS})
-40(dBm)	توان نویز در گیرنده (σ^2)
3.5	ضریب افت مسیر (α)
28m	ارتفاع ایستگاه پایه (H_{BS})
1.5m	ارتفاع کاربر (H_{UE})
0.001	چگالی کاربران در سلول (λ)
30m	ماکزیمم فاصله کاربران تا ایستگاه پایه (r_m)
5m	کمترین فاصله کاربران تا ایستگاه پایه (r_0)
15°	HPBW در راستای عمودی (θ_{3dB})
0dB	حداکثر بهره آنتن (a_{max})
0dB	آستانه SNR (γ_{th})



شکل ۲. احتمال پوشش بر حسب زاویه‌ی عمود آرایه آنتن به ازای حداکثر تعداد کاربران مختلف

کم شدن مقدار احتمال پوشش را با توجه به (۱۵) می‌توان اینطور توجیه کرد.

در شکل ۳ چگونگی وابستگی احتمال پوشش به تعداد کاربران K ، به ازای مقادیر مختلف چگالی کاربران λ با تغییر مقدار آستانه SNR در $\theta_{BS} = 45^\circ$ نشان داده شده‌است. همانطور که مشاهده می‌شود در مقادیر کم K این وابستگی بیشتر است ولی از یک مقدار به بعد، تغییر در مقدار K (این تغییر با توجه به تعداد آنتن در نظر گرفته شده‌است) تاثیر کمی بر روی احتمال پوشش کاربر دارد و این امر نیز با توجه به رابطه‌ی احتمال پوشش و تعداد جملات مجموع قابل توجیه است.

تاثیر افزایش شعاع سلول بر عملکرد سیستم را در شکل ۴ شاهد هستیم. در این شکل احتمال پوشش بر حسب θ_{BS} به ازای مقادیر

- [8] Q-A Nadeem, A. Kammoun and M-S Alouini, "Elevation beamforming with full dimension mimo architectures in 5G systems: a tutorial," *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 21, 2019.
- [9] S. M. Razavizadeh, M. Ahn and I. Lee, "three-dimensional beamforming: a new enabling technology for 5G wireless networks," *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 31, 2014.
- [10] W. Lee, S-R. Lee, H-B. Kong, S. Lee and I. Lee, "Downlink vertical beamforming design for active antenna systems," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 62, 2014.
- [11] M. Baianifar, S. M. Razavizadeh, S. K-Moghaddam and T. Svensson, "Effect of users height distribution on the coverage of mmwave cellular networks with 3D beamforming," *IEEE Access*, vol. 7, pp: 68091 – 68105, May 2019.
- [12] S. Atapattu, P. Dharmawansa, C. Tellambura and J. Evans, "Exact outage analysis of multiple-user downlink with MIMO matched-filter precoding," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 21, no. 12, pp: 2754-2757, Dec. 2017.
- [13] Ch. Li, J. Zhang and K. B. Letaief, "Performance analysis of SDMA in multicell wireless networks," *IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, Dec. 2013.
- [14] Zh. Shi, G. Yang, Y. Fu, H. Wang and Sh. Ma, "Performance analysis of MIMO-NOMA systems with randomly deployed users," *IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, Dec. 2018.
- [15] X. Yu, Ch. Li, J. Zhang and K. B. Letaief, *stochastic geometry analysis of multi-antenna wireless networks*, Springer, 1st ed. 2019.
- [16] S. M. Razavizadeh and T. Svensson, "3D beamforming in reconfigurable intelligent surfaces-assisted wireless communication networks," *24th International ITG Workshop on Smart Antennas (WSA)*, Feb. 2020.
- [17] Zh. Chen, L. Qiu and X. Liang, "Area spectral efficiency analysis and energy consumption minimization in multi-antenna poisson distributed networks," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 15, pp: 4862-4874, 2016.
- [18] M. Joham, W. Utschick and J. A. Nossek, "linear transmit processing in MIMO communications systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 53, no. 8, pp: 2700-2712, Aug. 2005.

شکل ۵ به تغییر مقدار چگالی کاربران در سلول پرداخته است. مشاهده می‌شود با افزایش چگالی کاربران λ عملکرد سیستم کاهش پیدا کرده درحالی‌که تأثیری بر روی مقدار بهینه θ_{BS} نداشته است.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک شبکه‌ی چند کاربره‌ی چند ورودی-تک خروجی در نظر گرفته شد که در آن کاربران در سلول براساس فرآیند نقطه‌ای پواسون توزیع شده‌اند؛ یعنی، تعداد و موقعیت کاربران در سلول تصادفی است. همچنین برای حذف تداخل بین کاربران از پیش‌کدگذار ZF بهره گرفته شده است. این سیستم با هدف پیدا کردن بهترین زاویه‌ی عمودی آرایه آنتن ایستگاه پایه (زاویه‌ی تیلت) برای بیشینه کردن احتمال پوشش در نظر گرفته شده است. بنابراین با توجه به توزیع تعداد و فاصله‌ی کاربران از ایستگاه پایه زاویه‌ی بهینه محاسبه شد و رابطه‌ی احتمال پوشش با بهره‌گیری از روش‌های حل عددی بیان گردید.

مراجع

- [1] F. Al-Turjman, E. Ever, and H. Zahmatkesh, "Small cells in the forthcoming 5G/IoT: Traf_c modelling and deployment overview," *IEEE Commun. Surv. Tuts.*, vol. 21, no. 1, pp. 28_65, 1st Quart., 2019.
- [2] J. Ye, X. Ge, G. Mao, and Y. Zhong, "5G ultradense networks with nonuniform distributed users," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 67, no. 3, pp. 2660–2670, March 2018.
- [3] C. Chen and X. Zhao, "Cell boundary user performance in multi-user MIMO poisson 148oronoi cell," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 22, no. 4, pp. 772 – 775, 2018.
- [4] X. Zou, G. Cui, M. Tang, and W. Wang, "Base station density bounded by maximum outage probability in massive MIMO system," in *Proc. IEEE VTC*, May 2015, pp. 1–5.
- [5] Q. H. Spencer, C. B. Peel, A. L. Swindlehurst and M. Haardt, "An introduction to the multi-user MIMO downlink," *IEEE Commun. Magazine*, vol. 42, pp: 60-67, Oct. 2004.
- [6] S. Kusaladharma, W.-P. Zhu and W. Ajib, "Exact outage analysis for stochastic cellular networks under multi-user MIMO," *IEEE 17th Annual Consumer Communications & Networking Conference (CCNC)*, Jan. 2020.
- [7] A. Kuchar, J.-P. Rossi, and E. Bonek, "Directional macro-cell channel characterization from urban measurements," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 2, pp. 137–146, Feb. 2000.