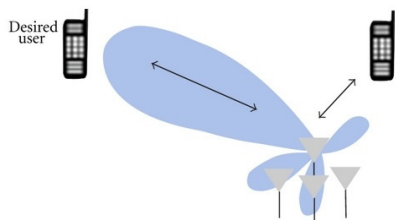


# شکل دهنده ترکیبی پرتو در سیستم‌های MIMO

## به وسیله تجزیه ماتریس شکل دهی پرتو بهینه

سلیمان فرجی، محمدفرزان صباحی و امیررضا فروزان



شکل ۱: شکل دهنده پرتو [۳].

چندگانگی<sup>۳</sup> استفاده می‌شوند. با استفاده از تکنیک‌های پردازش آرایه، می‌توان تداخل بین سلولی و تداخل ناشی از کاربرهای دیگر را کاهش داد. دستیابی به عملکرد خوب در سیستم‌های MIMO هزینه‌هایی نیز به همراه دارد که دلیل آن تعداد زیاد المان‌های آنتن، توان مورد نیاز آنتن‌ها، پیچیدگی و ... است [۱]. فناوری سیستم‌های MIMO انبوه اخیراً به طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است. در این سیستم‌ها هر ایستگاه پایه به تعداد زیادی آنتن مجهز می‌شود. از مزایای افزایش تعداد آنتن‌ها می‌توان به اطمینان‌پذیری، کاهش اثر نویز، مستقل بودن تعداد کاربران در هر سلول از اندازه سلول، کاهش انرژی انتقال در هر بیت و ... اشاره کرد [۲]. به طور مثال در سیستم‌های MIMO انبوه به دلیل افزایش بسیار زیاد تعداد مسیرها می‌توان از محوشدگی مقیاس کوچک<sup>۴</sup> چشم‌پوشی کرد. در مقابل این مزایا، به دلیل این که در حالت کلی، هر المان آنتن نیاز به یک زنجیره RF<sup>۵</sup> دارد، با افزایش تعداد آنتن‌ها پیچیدگی پیاده‌سازی هم افزایش می‌یابد.

به جمع‌آوری نمونه‌های فضایی از موج‌های منتشرشده در سیستم‌های MIMO و پردازش روی آنها، شکل‌دهی پرتو<sup>۶</sup> گفته می‌شود. شکل دهنده پرتو، انرژی سیگنال را به سمت کاربر هدف متمرکز و هدایت می‌کند [۳]. شکل ۱ نشان دهنده این موضوع است. با استفاده از شکل دهنده پرتو خوب در مد فرستندگی، آرایه آنتن انرژی سیگنال را به سمت کاربر هدف متمرکز کرده و اثر تداخلی روی کاربرهای دیگر نخواهد داشت. در سیستم‌های MIMO مرسوم هر المان آنتن به یک پردازنده باند پایه وصل است و شکل‌دهی پرتو به صورت دیجیتال در باند پایه انجام می‌شود. در این حالت به ازای هر آنتن به یک میکسر، مبدل آنالوگ به دیجیتال یا دیجیتال به آنالوگ، فیلتر و تقویت کننده نیاز است. به دلیل این که در شکل‌دهی پرتو کاملاً دیجیتال، پیش‌کدگذاری در فرستنده و ترکیب کردن در گیرنده، در باند پایه انجام می‌شود، کنترل کامل روی فاز و

چکیده: سیستم‌های چندورودی- چندخروجی (MIMO)، به ویژه سیستم‌های MIMO انبوه، با به کار گرفتن تعداد زیاد آنتن بازده طیفی بزرگی به دست می‌آورند. یک مسئله مهم در این سیستم‌ها شکل‌دهی پرتو است. اگر شکل‌دهی پرتو به صورت کاملاً دیجیتال در باند پایه انجام شود، به ازای هر آنتن یک زنجیره RF لازم است که منجر به هزینه و مصرف توان بالا می‌شود. در شکل‌دهی پرتو کاملاً آنالوگ، فقط یک زنجیره RF استفاده می‌شود و الگوی انتشار توسط شیفت‌دهنده‌های فاز تنظیم می‌شود ولی با این روش نمی‌توان بازدهی طیفی بهینه را ایجاد کرد. به همین دلیل روش‌های ترکیبی آنالوگ- دیجیتال برای شکل‌دهی پرتو مورد توجه هستند. در این مقاله، یک روش شکل‌دهی ترکیبی پرتو پیشنهاد می‌شود که در آن تعداد زنجیره RF مورد نیاز نسبت به حالت کاملاً دیجیتال بسیار کمتر است. طراحی پیش‌کدگذار و فیلتر گیرنده بر اساس پیشینه‌کردن بازده طیفی انجام شده است. این هدف در فرستنده، با نزدیک کردن حاصل ضرب دو ماتریس شکل‌دهنده پرتو آنالوگ و دیجیتال به ماتریس شکل‌دهی پرتو بهینه (که حاوی بردارهای منفرد سمت راست ماتریس کانال است) و با یک روش تکراری برآورده می‌شود. معیار نزدیک بودن دو ماتریس، نرم فروبنیوس تفاضل در نظر گرفته می‌شود. در گیرنده، طراحی شکل‌دهنده ترکیبی پرتو به طریق مشابه و با استفاده از معیار کمترین میانگین مربعات خطا انجام می‌شود. همچنین برای بهبود روش، یک الگوریتم مبتنی بر گرادینان برای کمترین خطا پیشنهاد شده است. نتایج شبیه‌سازی، برتری عملکرد روش پیشنهادی نسبت به روش‌های مشابه و همچنین پیچیدگی کمتر آن را نشان می‌دهد. بسته به سناریوی انتخابی، فاصله بازدهی طیفی روش پیشنهادی با روش بهینه به کمتر از ۲ dB می‌رسد.

کلیدواژه: سیستم‌های چندورودی- چندخروجی، زنجیره RF، شکل‌دهی ترکیبی پرتو.

### ۱- مقدمه

سیستم‌های چندورودی- چندخروجی<sup>۱</sup> به سیستم‌های دارای چندین آنتن در فرستنده و گیرنده گفته می‌شود. آنتن‌های چندگانه به منظور افزایش نرخ داده از طریق تسهیم فضایی<sup>۲</sup> و افزایش عملکرد از طریق

این مقاله در تاریخ ۱۳ آذر ماه ۱۳۹۸ دریافت و در تاریخ ۱۸ آبان ماه ۱۳۹۹ بازنگاری شد.

سلیمان فرجی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران، (email: shahram.faraji71@gmail.com).

محمدفرزان صباحی (نویسنده مسئول)، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران، (email: sabahi@eng.ui.ac.ir).

امیررضا فروزان، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران، (email: a.forouzan@eng.ui.ac.ir).

1. Multiple Input-Multiple Output

2. Multiplexing

3. Diversity

4. Small Scale Fading

۵. زنجیره RF شامل مبدل آنالوگ به دیجیتال یا دیجیتال به آنالوگ، میکسر برای انتقال فرکانس و فیلترهای مناسب است.

6. Hybrid Beamforming

ادامه مقاله بدین ترتیب سازماندهی شده است. در قسمت دوم به بررسی شکل‌دهی ترکیبی پرتو در سیستم چندورودی- چندخروجی و همچنین مدل کانال مورد نظر پرداخته می‌شود. بخش سوم شامل بررسی و توضیح روش‌های مطرح پیشین در شکل‌دهی ترکیبی پرتو است. در بخش چهارم روش پیشنهادی معرفی می‌شود و در بخش پنجم به معرفی الگوریتم مبتنی بر گرادیان برای بهبود روش پیشنهادی پرداخته می‌شود. بخش ششم حاوی شبیه‌سازی‌ها و نتایج آن خواهد بود و نهایتاً در بخش هفتم جمع‌بندی مقاله بیان می‌شود.

## ۲- شکل‌دهی ترکیبی پرتو

### ۲-۱ مدل سیستم

سیستم MIMO نقطه به نقطه را طبق شکل ۲ در نظر می‌گیریم [۸]. فرستنده با  $N$  آنتن،  $N_S$  جریان داده را برای گیرنده با  $M$  آنتن ارسال می‌کند. به طور کلی می‌توان نشان داد در شکل‌دهنده‌های پرتو ترکیبی، شرط کافی برای رسیدن به کیفیتی معادل شکل‌دهنده پرتو کاملاً دیجیتال، این است که تعداد زنجیره‌های RF بزرگ‌تر یا مساوی دو برابر تعداد جریان‌های داده باشد [۹]. از طرف دیگر برای حفظ رتبه ماتریس کلی شکل‌دهی پرتو که از ضرب ماتریس‌های شکل‌دهی آنالوگ و دیجیتال به دست می‌آید، شرط لازم این است که تعداد زنجیره‌های RF از تعداد جریان‌های داده بزرگ‌تر یا مساوی باشد [۹]. در اینجا فرض می‌کنیم فرستنده به  $N_t^{RF}$  زنجیره RF مجهز شده و برای زنجیره‌های RF سمت فرستنده نامساوی  $N_S < N_t^{RF} < N$  برقرار است. به طریق مشابه تعداد زنجیره‌های RF سمت گیرنده برابر  $N_r^{RF}$  است و داریم  $N_S < N_r^{RF} < M$ . شکل‌دهی پرتو شامل دو مرحله پیش‌کدگذاری در فرستنده و ترکیب در گیرنده است. در ساختار شکل‌دهنده ترکیبی پرتو، ماتریس شکل‌دهنده کلی به صورت  $\mathbf{V}_t \in \mathbb{C}^{N \times N_S}$  است و می‌توان آن را به صورت حاصل ضرب  $\mathbf{V}_t = \mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig}$  نوشت (C) مجموعه اعداد مختلط است). ماتریس شکل‌دهنده پرتو آنالوگ به شکل  $\mathbf{V}_{RF} \in \mathbb{C}^{N \times N_t^{RF}}$  و ماتریس شکل‌دهنده پرتو دیجیتال به شکل  $\mathbf{V}_{Dig} \in \mathbb{C}^{N_t^{RF} \times N_S}$  فرض می‌شود. به طریق مشابه، ترکیب‌کننده کلی به صورت  $\mathbf{W}_r \in \mathbb{C}^{M \times N_S}$  در نظر گرفته می‌شود. فرض می‌کنیم  $\mathbf{W}_r = \mathbf{W}_{RF} \mathbf{W}_{Dig}$  که در آن  $\mathbf{W}_{RF} \in \mathbb{C}^{M \times N_r^{RF}}$  و همچنین  $\mathbf{W}_{Dig} \in \mathbb{C}^{N_r^{RF} \times N_S}$  است. با توجه به این که تعداد آنتن‌ها در هر دو طرف به طور چشم‌گیری از تعداد زنجیره‌های RF بزرگ‌تر است، ابعاد شکل‌دهنده پرتو دیجیتال خیلی کوچک‌تر از ابعاد شکل‌دهنده پرتو بهینه باند پایه است. قیدی که برای ماتریس‌های شکل‌دهنده پرتو آنالوگ در هر دو سمت فرستنده و گیرنده در نظر گرفته می‌شود این است که درایه‌های آنها اعداد مختلط به صورت کاملاً فازی بوده و دارای اندازه یک هستند.

سیگنال ارسالی به صورت زیر پیش‌کدگذاری می‌شود

$$\mathbf{x} = \mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig} \mathbf{s} \quad (1)$$

در رابطه فوق  $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{N_S \times 1}$  بردار شامل  $N_S$  جریان داده برای ارسال به گیرنده است. بردار سیگنال دریافتی در گیرنده، قبل از عبور از فیلترهای گیرنده، به صورت (۲) است

$$\mathbf{y}_r = \mathbf{H} \mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig} \mathbf{s} + \mathbf{z} \quad (2)$$

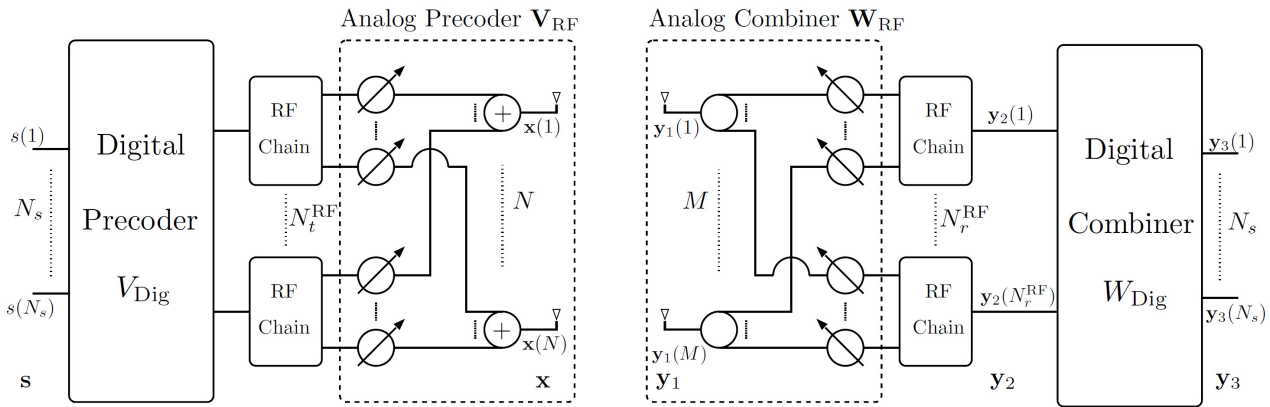
در (۲)،  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  ماتریس کانال و  $\mathbf{z}$  بردار نویز سفید گوسی مختلط با میانگین صفر است. سیگنال دریافتی با عبور از فیلترهای گیرنده به شکل بردار  $\mathbf{y}_r$  درمی‌آید

دامنه سیگنال در هر آنتن وجود دارد. برای یک سیستم MIMO نقطه به نقطه، با فرض معلوم بودن کانال در فرستنده، مسأله شکل‌دهی پرتو کاملاً دیجیتال برای رسیدن به بیشترین بازدهی طیفی مسأله‌ای شناخته‌شده است. ماتریس شکل‌دهی پرتو بهینه در این حالت با استفاده از تجزیه مقادیر منفرد یا SVD<sup>۱</sup> ماتریس کانال به دست می‌آید [۱].

به هنگام افزایش تعداد آنتن‌ها، اختصاص یک زنجیره RF برای هر آنتن هزینه و بار زیادی به سیستم تحمیل می‌کند و پیچیدگی سیستم را بالا می‌برد. شکل‌دهی ترکیبی پرتو راهکاری برای این مشکل است که در آن، شکل‌دهی پرتو در دو مرحله مجزای آنالوگ و دیجیتال انجام می‌شود. هر مرحله از شکل‌دهی پرتو را می‌توان معادل ضرب یک ماتریس در بردار داده‌ها نظر گرفت. شکل‌دهی پرتو آنالوگ صرفاً با استفاده از مدار آنالوگ و تغییر فاز سیگنال‌های ارسالی به آنتن انجام می‌شود. این کار به وسیله شیفت‌دهنده‌های فاز انجام می‌پذیرد. بدین ترتیب، مؤلفه‌های ماتریس شکل‌دهی پرتو آنالوگ، باید اعداد مختلط با دامنه ثابت و ساختار فقط فازی باشند اما برای مؤلفه‌های ماتریس شکل‌دهی پرتو دیجیتال محدودیتی وجود ندارد. با توجه به محدودیت موجود برای ماتریس شکل‌دهی پرتو آنالوگ، به دست آوردن ماتریس بهینه شکل‌دهی پرتو می‌تواند یک کار چالش‌برانگیز باشد. این مسأله به هنگام به حساب آوردن محدودیت‌های عملی، مانند تفکیک‌پذیری محدود شیفت‌دهنده‌های فاز، چالش‌برانگیزتر شده و بار محاسباتی زیادی را به سیستم تحمیل می‌کند.

در شکل‌دهنده پرتو ترکیبی تعداد کمی از زنجیره‌های RF از طریق یک شبکه شیفت‌دهنده فاز به تعداد زیادی از آنتن‌ها متصل هستند. شکل‌دهی پرتو آنالوگ با تنظیم فاز آنتن‌ها انجام می‌شود که در نتیجه آن، امکان کاهش تداخل و افزایش سیگنال به نوبت برای کاربر مورد نظر به وجود خواهد آمد. شکل‌دهی ترکیبی پرتو به روش‌های مختلفی از جمله شکل‌دهی پرتو از طریق تجزیه ماتریس کانال [۴]، شکل‌دهی پرتو توسط شیفت‌دهنده‌های فاز با تفکیک‌پذیری محدود [۵]، شکل‌دهی پرتو توسط روش OMP<sup>۲</sup> [۶] و شکل‌دهی پرتو توسط بردار فرمان<sup>۳</sup> [۷] انجام شده است. این روش‌ها به اختصار در بخش سوم توضیح داده خواهند شد. در مقاله حاضر یک روش شکل‌دهی پرتو ترکیبی بر اساس تجزیه ماتریس شکل‌دهی بهینه به حاصل ضرب دو ماتریس شکل‌دهنده دیجیتال و آنالوگ ارائه شده است. نشان داده می‌شود که پیشینه‌شدن بازدهی طیفی تقریباً معادل با کمینه‌شدن نرم فروبنیوس تفاضل ماتریس بهینه و حاصل ضرب ماتریس‌های طراحی شده است. با در نظر گرفتن نرم فروبنیوس تفاضل به عنوان معیار خطا، یک مسأله بهینه‌سازی طراحی می‌شود. با توجه به قید فازی بودن درایه‌های ماتریس شکل‌دهنده پرتو آنالوگ، این مسأله یک مسأله غیر محدب خواهد بود. برای حل این مسأله، یک راه حل تکراری پیشنهاد شده است که طی آن در هر مرحله یکی از ماتریس‌های شکل‌دهنده پرتو آنالوگ یا دیجیتال معلوم فرض شده و دیگری محاسبه می‌شود. شبیه‌سازی‌ها نشان‌دهنده این است که این روش به یک نقطه بهینه محلی قابل قبول می‌رسد. برای بهبود روش پیشنهادی، پس از همگرایی از روش گرادیان برای کمترین فاصله ماتریس بهینه و حاصل ضرب ماتریس‌های طراحی شده استفاده می‌شود.

1. Singular Value Decomposition
2. Orthogonal Matching Pursuit
3. Steering Vector



شکل ۲: سیستم چندورودی-چندخروجی انبوه با شکل‌دهنده ترکیبی پرتو در فرستنده و گیرنده [۸].

بیشینه‌کردن اطلاعات متقابل در فرستنده، با تقریب خوبی معادل مینیمم کردن  $\|V_t^* - V_{RF} V_{Dig}\|_F$  است که  $V_t^*$  ماتریس پیش‌کدگذار بهینه و  $\| \cdot \|_F$  نرم فروبنیوس است. ماتریس پیش‌کدگذاری بهینه توسط تجزیه مقادیر منفرد یا SVD ماتریس کانال محاسبه می‌شود [۱۰]. در [۶] فرض بر این است که ستون‌های  $V_{RF}$  ساختاری به شکل بردار پاسخ آرایه داشته باشند. بر همین اساس هر ستون ماتریس پیش‌کدگذار آنالوگ با جستجو روی پاسخ آرایه زوایای مربوط به پرتوهای کاربر به گونه‌ای انتخاب می‌شود که نرم فروبنیوس اختلاف پیش‌کدگذار طراحی شده با پیش‌کدگذار بهینه مینیمم شود. یافتن بردارهای مذکور با الگوریتم OMP انجام می‌شود. شکل‌دهی پرتو در گیرنده به طریق مشابه انجام می‌گیرد، با این تفاوت که هدف نزدیک کردن حاصل ضرب شکل‌دهنده پرتو آنالوگ و دیجیتال به ترکیب‌کننده مینیمم میانگین مربعات خطا است.

### ۲-۳ شکل‌دهی ترکیبی پرتو با شیفت‌دهنده فاز با تفکیک‌پذیری محدود

در [۵] با در نظر گرفتن یک سیستم MIMO نقطه به نقطه انبوه، طراحی شکل‌دهنده‌های پرتو با هدف بیشینه‌کردن بازده طیفی انجام می‌شود. مجدداً با جایگزینی این معیار با معیار بیشینه‌کردن اطلاعات متقابل بین سیگنال دریافتی و جریان داده، طراحی شکل‌دهنده‌های فرستنده و گیرنده به شکل جدا از هم انجام شده است. در این مقاله نشان داده می‌شود که با فرض تعداد زیاد آنتن، صرف نظر از مقدار  $V_{RF}$ ، رابطه  $V_{Dig} V_{Dig}^H \propto I$  برای  $V_{Dig}$  بهینه ارضا می‌شود. بدین ترتیب مسأله بهینه‌سازی به یافتن  $V_{RF}$  محدود می‌شود. در ادامه، درایه‌های ماتریس شکل‌دهی پرتو آنالوگ از میان مجموعه‌ای با تعداد اعضای محدود با هدف بیشینه‌کردن اطلاعات متقابل انتخاب می‌شود. پس از یافتن ماتریس شکل‌دهی پرتو آنالوگ، پیش‌کدگذار دیجیتال به سادگی به دست می‌آید. شکل‌دهنده پرتو آنالوگ در گیرنده به طریق مشابه شکل‌دهنده پرتو فرستنده طراحی می‌شود و در نهایت شکل‌دهنده پرتو دیجیتال در گیرنده با توجه به شکل‌دهنده پرتو آنالوگ و با معیار MMSE محاسبه می‌شود.

### ۳-۳ شکل‌دهی پرتو با استفاده از بردار فرمان

در [۷] یک سیستم MIMO نقطه به نقطه موج میلی‌متری با تعداد آنتن زیاد در نظر گرفته شده است. نشان داده شده است هنگامی که تعداد آنتن‌ها به سمت بی‌نهایت میل کند، پیش‌کدگذار آنالوگ بهینه در فرستنده، ماتریسی است که ستون‌های آن بردارهای پاسخ آرایه متناظر با زوایای خروج است. همچنین پیش‌کدگذار دیجیتال با استفاده از تخصیص توان به

$$y_r = W_{Dig}^H W_{RF}^H H V_{RF} V_{Dig} s + W_{Dig}^H W_{RF}^H z \quad (3)$$

بازده طیفی (نرخ) در این سیستم به صورت (۴) تعریف می‌شود و هدف از شکل‌دهی پرتو، طراحی کردن  $V_t$  و  $W_t$  به منظور بیشینه‌کردن  $R$  است [۶]

$$R = \log_r \det \left( I_M + \frac{1}{\sigma^2} W_t (W_t^H W_t)^{-1} W_t^H H V_t V_t^H H^H \right) \quad (4)$$

در (۴)،  $I_M$  ماتریس واحد با ابعاد  $M \times M$  بوده و  $\sigma^2$  واریانس نویز را نشان می‌دهد.

### ۲-۲ مدل کانال

شکل آنتن‌ها را به صورت آرایه خطی یکنواخت در نظر می‌گیریم. مدل کانال نیز به شکل مدل هندسی با  $L$  مسیر بین فرستنده و گیرنده در نظر گرفته می‌شود [۵]. طبق این مدل، ماتریس کانال به فرم (۵) بیان می‌شود

$$H = \sqrt{\frac{NM}{L}} \sum_{l=1}^L \alpha_l \mathbf{a}_r(\phi_r^l) \mathbf{a}_t(\phi_t^l)^H \quad (5)$$

که  $\alpha_l \sim CN(0,1)$  بهره مختلط  $l$ امین مسیر و  $\phi_t^l$  و  $\phi_r^l$  به ترتیب زاویه ورود و خروج  $l$ امین مسیر است و  $\phi_r^l \in [0, 2\pi)$  و  $\phi_t^l \in [0, 2\pi)$ .  $CN(0,1)$  توزیع گوسی مختلط با میانگین صفر و واریانس یک را نشان می‌دهد. همچنین  $\mathbf{a}_r(\cdot)$  و  $\mathbf{a}_t(\cdot)$  به ترتیب بردارهای پاسخ آرایه گیرنده و فرستنده بوده و  $(\cdot)^H$  عملگر هرمیشن است. بردار پاسخ آرایه آنتن خطی یکنواخت به صورت (۶) تعریف می‌شود

$$\mathbf{a}(\phi) = \frac{1}{\sqrt{N}} [1, e^{jkd \sin \phi}, \dots, e^{jkd(N-1)\sin \phi}]^T \quad (6)$$

که  $(\cdot)^T$  عملگر ترانپوز است. این رابطه برای  $N$  آنتن نوشته شده که در آن  $k = 2\pi/\lambda$  و  $\lambda$  طول موج و  $d$  فاصله بین آنتن‌هاست [۵].

### ۳- روش‌های پیشین شکل‌دهی ترکیبی پرتو

#### ۱-۳ شکل‌دهی پرتو به روش جستجو روی زوایا

در [۶] یک سیستم MIMO نقطه به نقطه موج میلی‌متری در نظر گرفته شده و معیار مورد نظر برای طراحی شکل‌دهنده‌های ترکیبی پرتو، بیشینه‌کردن بازده طیفی است. می‌توان به جای بیشینه‌کردن بازده طیفی از بیشینه‌کردن اطلاعات متقابل سیگنال دریافتی و جریان داده استفاده کرد. این امر امکان جداکردن روند طراحی شکل‌دهنده‌های پرتو در فرستنده و گیرنده را از یکدیگر می‌دهد. در [۶] نشان داده شده که

تکرار یکی از ماتریس‌های  $V_{\text{Dig}}$  و  $V_{\text{RF}}$  معلوم فرض شده و دیگری به دست بیاید. این الگوریتم در دو گام زیر توصیف می‌شود:

**گام اول:** اگر  $V_{\text{RF}}$  را معلوم فرض کنیم، مسأله (۸) بر حسب  $V_{\text{Dig}}$  یک مسأله محدب خواهد شد و پاسخ بهینه آن از (۹) به دست می‌آید [۱۱]

$$V_{\text{Dig}} = V_{\text{RF}}^+ V_t^* \quad (9)$$

که در آن  $V_{\text{RF}}^+$  معکوس Moore-Penrose ماتریس  $V_{\text{RF}}$  است و به صورت  $V_{\text{RF}}^+ = (V_{\text{RF}}^H V_{\text{RF}})^{-1} V_{\text{RF}}^H$  تعریف می‌شود.

**گام دوم:** با فرض معلوم بودن  $V_{\text{Dig}}$ ، مسأله (۸) بر حسب  $V_{\text{RF}}$  محدب نیست اما با صرف نظر از قید فازی بودن درایه‌های  $V_{\text{RF}}$ ، مجدداً مسأله (۸) محدب شده و  $V_{\text{RF}}$  بهینه به سادگی از (۱۰) به دست می‌آید که در آن  $V_{\text{Dig}}^+$  با رابطه  $V_{\text{Dig}}^+ = V_{\text{Dig}}^H (V_{\text{Dig}} V_{\text{Dig}}^H)^{-1} V_{\text{Dig}}$  تعریف می‌شود

$$V_{\text{RF}} = V_t^* V_{\text{Dig}}^+ \quad (10)$$

باید توجه کرد که درایه‌های  $V_{\text{RF}}$  به دست آمده از (۱۰)، به شکل کاملاً فازی نیست اما در ادامه نشان می‌دهیم در صورتی که درایه‌های این ماتریس را بر دایره واحد تصویر کنیم، می‌توان ماتریسی با عملکرد مناسب در عملیات شکل‌دهی پرتو به دست آورد.

با توجه به این که برای هر دو ماتریس  $A$  و  $B$  داریم:

$$\|A+B\|_F \leq \|A\|_F + \|B\|_F \quad \text{و} \quad \|AB\|_F \leq \|A\|_F \|B\|_F$$

$$\begin{aligned} & \|V_{\text{RF}} V_{\text{Dig}} - V_t^*\|_F = \\ & \|(V_{\text{RF}} - V_t^* V_{\text{Dig}}^+) V_{\text{Dig}} - V_t^* (I - V_{\text{Dig}}^+ V_{\text{Dig}})\|_F \leq \\ & \|V_{\text{RF}} - V_t^* V_{\text{Dig}}^+\|_F \|V_{\text{Dig}}\|_F + \|V_t^*\|_F \|I - V_{\text{Dig}}^+ V_{\text{Dig}}\|_F \end{aligned} \quad (11)$$

که در آن  $I$  ماتریس واحد با ابعاد  $N_S \times N_S$  است. با فرض معلوم بودن  $V_{\text{Dig}}$ ، در سمت راست (۱۱) فقط  $V_{\text{RF}}$  مجهول است. بنابراین با مینیمم کردن  $\|V_{\text{RF}} - V_t^* V_{\text{Dig}}^+\|_F$  می‌توان یک کران بالای مینیمم برای  $\|V_{\text{RF}} V_{\text{Dig}} - V_t^*\|_F$  به دست آورد. روشن است که برای مینیمم کردن  $\|V_{\text{RF}} - V_t^* V_{\text{Dig}}^+\|_F$  با این قید که درایه‌های  $V_{\text{RF}}$  به شکل کاملاً فازی باشند، کافی است درایه‌های  $V_t^* V_{\text{Dig}}^+$  را به دایره واحد تصویر کنیم و ماتریس حاصل را به عنوان  $V_{\text{RF}}$  بپذیریم. بدین ترتیب می‌توان انتظار داشت روشی که در دو گام بالا توصیف شد ماتریس‌های شکل‌دهنده پرتو آنالوگ و دیجیتال را به خوبی محاسبه کند.

در مورد (۱۱) دو نکته حایز اهمیت وجود دارد:

**الف)** آخرین جمله اضافه‌شونده در سمت راست (۱۱) یعنی  $\|V_t^*\|_F \|I - V_{\text{Dig}}^+ V_{\text{Dig}}\|_F$ ، عدد بسیار بزرگی نیست و بنابراین کران بالای به دست آمده بی‌معنی نخواهد بود. دلیل این امر آن است که اولاً همان طور که در ابتدای بخش ۴ گفته شد، ستون‌های  $V_t^*$  همان  $N_S$  ستون اول  $V$  در (۷) هستند و چون ماتریس  $V$  متعامد است، داریم

$$\|V_t^*\|_F = \sqrt{\text{tr}(V_t^* H V_t^*)} = \sqrt{N_S} \quad (12)$$

که عملگر  $\text{tr}(\cdot)$  مجموع عناصر قطر اصلی را بیان می‌کند. ثانیاً  $P = I - V_{\text{Dig}}^+ V_{\text{Dig}}$  یک ماتریس تصویر متعامد<sup>۳</sup> است و بنابراین مقادیر منفرد آن صفر یا یک خواهد بود [۱۱]. در نتیجه داریم

$$\|I - V_{\text{Dig}}^+ V_{\text{Dig}}\|_F = \sqrt{\text{tr}(P^H P)} = \sqrt{\sum \sigma(P)} \leq \sqrt{N_S} \quad (13)$$

روش water filling محاسبه می‌شود. به طریق مشابه برای طراحی ترکیب‌کننده در گیرنده از بردارهای پاسخ آرایه متناظر با زوایای ورود استفاده می‌شود.

### ۳-۴ شکل‌دهی پرتو شبه‌بهینه از طریق تجزیه ماتریس شکل‌دهی پرتو بهینه

در [۴]، یک سیستم MIMO نقطه به نقطه در نظر گرفته شده و به طریق مشابه بخش قبل طراحی شکل‌دهنده‌های پرتو با هدف بیشینه‌کردن اطلاعات متقابل بین سیگنال دریافتی و جریان داده ارسال‌شده، انجام می‌شود. با در نظر گرفتن یک تقریب خوب می‌توان مسئله بهینه‌سازی بیشینه‌کردن اطلاعات متقابل را به کمینه‌کردن  $\|V_t^* - V_{\text{RF}} V_{\text{Dig}}\|_F$  تغییر داد که در آن  $V_t^*$  با در نظر گرفتن  $N_S$  ستون اول ماتریس مقادیر منفرد سمت راست حاصل از تجزیه ماتریس کانال به دست می‌آید. در این مقاله برای حل مسئله بهینه‌سازی از یک روش تکراری بدین صورت استفاده می‌شود که در آن تکرار بعدی شکل‌دهنده پرتو آنالوگ با استفاده از تکرار قبلی به دست می‌آید و سپس شکل‌دهنده پرتو دیجیتال با استفاده از آن محاسبه می‌شود.

### ۴- روش پیشنهادی برای طراحی شکل‌دهنده ترکیبی پرتو

در طراحی شکل‌دهنده‌های پرتو، هدف بیشینه‌کردن بازده طیفی مطابق (۴) است. اگر محدودیتی در تعداد زنجیره RF نداشته باشیم، شکل‌دهنده پرتو کاملاً دیجیتال بهینه از تجزیه مقادیر منفرد یا SVD ماتریس کانال به سادگی به دست می‌آید. ماتریس کانال به صورت (۷) تجزیه می‌شود که در آن  $\Sigma$  یک ماتریس قطری است که مقادیر منفرد<sup>۱</sup>  $H$  به ترتیب نزولی (از نظر اندازه) در قطر اصلی آن قرار گرفته‌اند و  $V_{N \times N}$  و  $U_{M \times M}$  به ترتیب ماتریس‌های متعامد<sup>۲</sup> حاوی بردارهای منفرد سمت راست و چپ ماتریس کانال، متناظر با مقادیر منفرد مربوط هستند

$$H = U \Sigma V^H \quad (7)$$

شکل‌دهنده‌های پرتو بهینه (بدون محدودیت) با انتخاب  $N_S$  ستون اول  $V$  برای فرستنده و  $N_S$  ستون اول  $U$  برای گیرنده به دست می‌آید [۱]. این دو ماتریس را به ترتیب  $V_t^*$  و  $U_t^*$  می‌نامیم.

### ۴-۱ طراحی شکل‌دهنده ترکیبی در فرستنده

با فرض معلوم بودن کانال در فرستنده، ماتریس  $V_t^*$  معلوم است و هدف، نزدیک‌کردن شکل‌دهنده پرتو ترکیبی به  $V_t^*$  است. بدین منظور مسئله بهینه‌سازی به صورت (۸) بیان می‌شود

$$\begin{aligned} & \min_{V_{\text{RF}}, V_{\text{Dig}}} \|V_{\text{RF}} V_{\text{Dig}} - V_t^*\|_F \\ & \text{s.t. } \|V_{\text{RF}} V_{\text{Dig}}\|_F^2 = N_S, |V_{\text{RF}}(i, j)| = 1 \quad \forall i, j \end{aligned} \quad (8)$$

شرط  $\|V_{\text{RF}} V_{\text{Dig}}\|_F^2 = N_S$  برای در نظر گرفتن قید توان و شرط  $|V_{\text{RF}}(i, j)| = 1$  برای تأکید بر فازی بودن درایه‌های ماتریس شکل‌دهنده پرتو آنالوگ است. به دلیل وجود ناحیه غیر محدب در قیدهای (۸)، مسأله بهینه‌سازی (۸) یک مسأله غیر محدب است. یک راه حل برای این مسأله می‌تواند به دست آوردن تکراری  $V_{\text{RF}}$  و  $V_{\text{Dig}}$  باشد، به طوری که در هر

1. Singular Value

2. Unitary

3. Orthogonal Projection Matrix

### ۵-۱ طراحی پیش‌کدگذار

فرض کنید که ماتریس کانال به صورت  $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Sigma}\mathbf{V}^H$  تجزیه شود. در این حالت ماتریس پیش‌کدگذار ایده‌آل،  $\mathbf{V}_t^*$ ، برابر  $N_s$  ستون اول ماتریس منفرد سمت راست،  $\mathbf{V}$ ، است و طراحی با هدف مینیمم‌کردن  $\|\mathbf{V}_t^* - \mathbf{V}_{RF}\mathbf{V}_{Dig}\|_F$  انجام می‌گیرد. روش‌های مختلفی را می‌توان برای طراحی شکل‌دهنده‌های پرتو ترکیبی به کار گرفت. در این روش با فرض داشتن ماتریس پیش‌کدگذار دیجیتال  $\mathbf{V}_{Dig}$ ، طراحی ماتریس پیش‌کدگذار آنالوگ به صورت سطر به سطر انجام می‌شود. فرض کنید  $\mathbf{V}_t^{*(k)}$  سطر  $k$ ام ماتریس  $\mathbf{V}_t^*$  باشد

$$\mathbf{g} = \left\| \mathbf{V}_t^{*(k)} - [e^{j\theta_{k,1}}, \dots, e^{j\theta_{k,N_t^{RF}}}] \mathbf{V}_{Dig} \right\|_F, \quad k = 1, \dots, N \quad (16)$$

در این رابطه  $[e^{j\theta_{k,1}}, \dots, e^{j\theta_{k,N_t^{RF}}}]$  نشان‌دهنده سطر  $k$ ام ماتریس  $\mathbf{V}_{RF}$  است، در ابتدای روش، یک ماتریس با ابعاد  $N \times N_t^{RF}$  برای پیش‌کدگذار آنالوگ در نظر گرفته می‌شود. در این حالت ماتریس پیش‌کدگذار دیجیتال به صورت رابطه زیر به دست می‌آید

$$\mathbf{V}_{Dig} = (\mathbf{V}_{RF}^H \mathbf{V}_{RF})^{-1} \mathbf{V}_{RF}^H \mathbf{V}_t^* \quad (17)$$

روشن است که (۱۹)، تابعی بر حسب  $\theta_{k,1}$  تا  $\theta_{k,N_t^{RF}}$  است. در این روش نسبت به  $\theta_{k,1}$  تا  $\theta_{k,N_t^{RF}}$  مشتق گرفته می‌شود و بر اساس مشتق به دست آمده، المان‌های ماتریس پیش‌کدگذار آنالوگ  $\mathbf{V}_{RF}$  به روز می‌شود و هر بار با به روز شدن ماتریس پیش‌کدگذار آنالوگ، ماتریس پیش‌کدگذار دیجیتال یا  $\mathbf{V}_{Dig}$  هم با (۱۷) به روز می‌شود. فرض کنید که مشتق تابع  $\mathbf{g}$  نسبت به  $\theta_{k,1}$  تا  $\theta_{k,N_t^{RF}}$  برابر بردار  $\mathbf{d}$  باشد که در آن  $d_{k,i}$  مشتق تابع  $\mathbf{g}$  نسبت به  $\theta_{k,1}$  در نقطه  $\mathbf{V}_{RF,k,i}$  است

$$\mathbf{d} = \left. \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial \theta} \right|_{\theta = \mathbf{V}_{RF,k,i}} = \begin{bmatrix} d_{k,1} \\ \vdots \\ d_{k,N_t^{RF}} \end{bmatrix} \quad (18)$$

شکل‌دهنده پرتو آنالوگ  $\mathbf{V}_{RF}$  به صورت (۱۹) به روز می‌شود که در آن  $\lambda$  یک مقدار صحیح است که با توجه به مقدار تابع  $\mathbf{g}$  در نقطه جدید در مقایسه با تکرار قبل از آن ثابت می‌ماند یا کاهش می‌یابد. شیوه تغییر  $\lambda$  بدین صورت است که اگر مقدار  $\mathbf{g}$  در تکرار جدید نسبت به تکرار قبل از آن افزایش یابد، مقدار  $\lambda$  نصف می‌شود و در صورتی که مقدار  $\mathbf{g}$  نسبت به تکرار قبل کاهش یابد و یا ثابت بماند، مقدار  $\lambda$  تغییر نمی‌کند. به عبارت دیگر می‌توان نوشت

$$\mathbf{V}_{RF}^{new} = \mathbf{V}_{RF}^{old} - \lambda \begin{pmatrix} d_1 & \dots & \cdot \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdot & \dots & d_{N_t^{RF}} \end{pmatrix} \quad (19)$$

### ۵-۲ طراحی ترکیب‌کننده

در این روش برای طراحی ترکیب‌کننده‌ها هم از روش مشابه طراحی پیش‌کدگذار استفاده می‌شود، با این تفاوت که در این حالت شکل‌دهنده پرتو بهینه برابر بردارهای منفرد سمت چپ حاصل از تجزیه ماتریس کانال است.

### ۶- شبیه‌سازی

یک سیستم چندورودی-چندخروجی تک‌کاربره با کانال هندسی بیان شده در (۵) شبیه‌سازی گردیده است و تعداد مسیرهای کانال (L)

که منظور از  $\sigma(\mathbf{P})$  مقادیر منفرد ماتریس  $\mathbf{P}$  است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت

$$\|\mathbf{V}_t^*\|_F \|\mathbf{I} - \mathbf{V}_{Dig}^+ \mathbf{V}_{Dig}\|_F \leq \sqrt{N_s} \sqrt{N_s} = N_s \quad (14)$$

(ب) برای آن که مقادیر کوچک  $\|\mathbf{V}_{RF} - \mathbf{V}_t^* \mathbf{V}_{Dig}^+\|_F$  در (۱۱) منجر به مقادیر کم در  $\|\mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig} - \mathbf{V}_t^*\|_F$  شود لازم است که ماتریس  $\mathbf{V}_{Dig}$  بدرفتار [۱۱].

در انتها توجه به این نکته ضروری است که در حل مسأله بهینه‌سازی (۸) به روش تکراری گفته‌شده، از هیچ روش مبتنی بر جستجو استفاده نشده و فرم بسته پاسخ در هر دو گام الگوریتم طبق (۹) و (۱۰) در دسترس است و بنابراین پیچیدگی محاسباتی این روش بسیار کم خواهد بود.

### ۴-۲ طراحی شکل‌دهنده ترکیبی در گیرنده

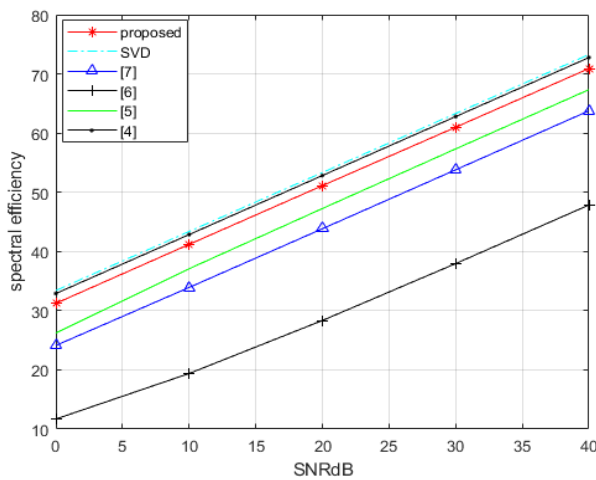
در صورتی که از ماتریس  $\mathbf{V}_t^*$  در فرستنده استفاده شود، ماتریس شکل‌دهی بهینه در گیرنده  $\mathbf{U}_t^*$  خواهد بود. اما با توجه به این که در شکل‌دهی پرتو ترکیبی، رسیدن به  $\mathbf{V}_t^*$  به صورت دقیق ممکن نیست، ماتریس شکل‌دهی بهینه در گیرنده نیز متفاوت با  $\mathbf{U}_t^*$  خواهد شد. به همین دلیل برای طراحی ماتریس گیرنده از معیار MMSE استفاده می‌کنیم. این ماتریس مطابق (۱۵) تعریف می‌شود [۶]

$$\mathbf{W}_{MMSE} = \frac{\sqrt{P}}{N_s} \left( \frac{P}{N_s} \mathbf{H} \mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig} \mathbf{V}_{Dig}^H \mathbf{V}_{RF}^H \mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}_{N_r} \right)^{-1} \times \mathbf{H} \mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig} \quad (15)$$

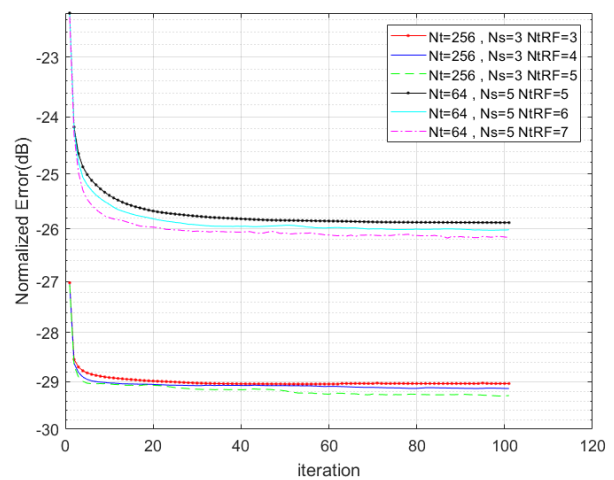
که  $P$  توان متوسط ارسالی است. روش به دست آوردن ماتریس‌های  $\mathbf{W}_{RF}$  و  $\mathbf{W}_{Dig}$  کاملاً شبیه به روش گفته‌شده در بخش قبل است. تنها تفاوت موجود این است که به جای  $\mathbf{V}_t^*$  از  $\mathbf{W}_{MMSE}$  استفاده می‌شود.

### ۵- بهبود طراحی شکل‌دهنده‌های پرتو به روش گرادیان

الگوریتم تکراری پیشنهادی لزوماً به نقطه بهینه سراسری در مسأله مینیمم‌سازی  $\|\mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig} - \mathbf{V}_t^*\|_F$  نمی‌رسد. در حقیقت در روش پیشنهادی یک کران بالا برای  $\|\mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig} - \mathbf{V}_t^*\|_F$  به دست آمده و این کران بالا مینیمم شده است. فارغ از نتایج مناسبی که در شبیه‌سازی به دست آمده است، تضمینی برای این که این کران بالا چقدر چسبیده است وجود ندارد. برای بهبود عملکرد روش پیشنهادی در این قسمت به طراحی الگوریتم تکراری مبتنی بر گرادیان پرداخته می‌شود که هدف از ارائه الگوریتم تکراری مبتنی بر گرادیان، ایجاد بهبود نسبی در روش پیشنهادی است. در این روش شکل‌دهنده‌های پرتو طراحی‌شده توسط الگوریتم پیشنهادی مطرح‌شده در بخش ۴ به عنوان نقطه اولیه الگوریتم تکراری مبتنی بر گرادیان استفاده می‌شود و روش تکراری مبتنی بر گرادیان آن را بهبود می‌دهد و در مقابل، در این روش پیچیدگی بیشتری به سیستم تحمیل می‌شود. هدف نهایی، طراحی پیش‌کدگذارها با هدف نزدیک‌تر شدن حاصل‌ضرب شکل‌دهنده‌های فرستنده به بردارهای منفرد سمت راست حاصل از تجزیه ماتریس کانال است.



شکل ۵: بازده طیفی بر حسب نسبت سیگنال به نویز ( $M = 64$ ).



شکل ۳: خطای تقریب نرمالیزه شده بر حسب تعداد تکرار در روش پیشنهادی.

جدول ۱: مقایسه بازده طیفی و زمان بهینه شدن روش های مختلف ( $N_s = 3$  و  $N_t^{RF} = N_r^{RF} = 4$ ،  $M = 64$ ،  $N = 64$ )

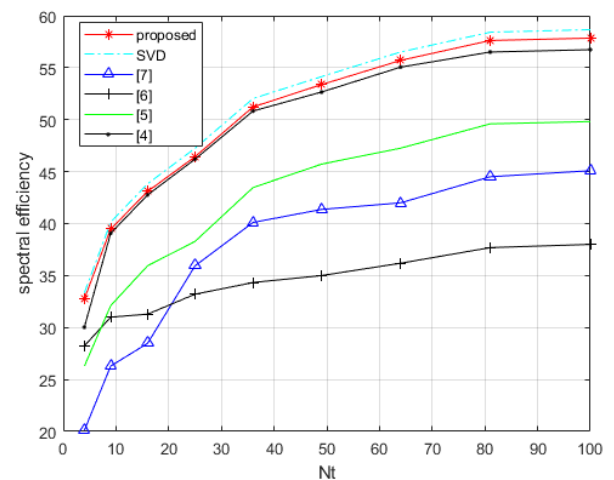
روش	تعداد تکرار	بازده طیفی در $SNR = 10$ dB	زمان یک بار اجرا (ثانیه)
SVD (بهینه)	-	۴۳٫۳۸	۰٫۰۱۳
[۴]	۵۰	۴۲٫۸۶	۲۹۹
روش پیشنهادی	۵۰	۴۱٫۲	۰٫۱۵
[۵]	-	۳۷٫۰۹	۰٫۱۴
[۷]	-	۳۳٫۹۲	۰٫۰۱۵
[۶]	-	۱۹٫۳۹	۰٫۲۱

در شکل ۵ بازده طیفی بر حسب نسبت سیگنال به نویز رسم شده است. در این شبیه سازی تعداد آنتن ها  $N = 64$  و  $M = 64$  و تعداد زنجیره های RF برابر  $N_t^{RF} = N_r^{RF} = 4$  است و فرستنده  $N_s = 3$  جریان داده را از طریق کانال ارسال می کند. نتایج با میانگین گیری روی ۱۰۰ کانال بیان شده است. مجدداً مشاهده می شود که عملکرد روش پیشنهادی نسبت به روش های شکل دهی پرتو در [۵] تا [۷] بهبود داشته است و لازم به ذکر است که روش شکل دهی پرتو ترکیبی پیشنهاد شده با پیچیدگی کمتر و زمان بهینه شدن کمتر، عملکردی نزدیک به روش [۴] دارد.

مقایسه پیچیدگی و زمان بهینه شدن روش های بررسی شده برای تعداد آنتن  $N = 64$  و  $M = 64$  و تعداد زنجیره های RF برابر  $N_t^{RF} = N_r^{RF} = 4$  در جدول ۱ آورده شده است. نتایج به دست آمده نشان دهنده این است که روش پیشنهادی پیچیدگی و زمان بهینه شدن بسیار کمتری نسبت به [۴] دارد، در حالی که همان طور که در شکل های ۴ و ۵ نشان داده شد، عملکرد این دو روش بسیار به هم نزدیک است.

در شکل ۶ بازده طیفی بر حسب نسبت سیگنال به نویز رسم شده است. در این شبیه سازی تعداد آنتن ها  $N = 64$  و  $M = 256$  و تعداد زنجیره های RF برابر  $N_t^{RF} = N_r^{RF} = 4$  است و فرستنده  $N_s = 3$  جریان داده را از طریق کانال ارسال می کند. همان طور که مشاهده می شود، با افزایش تعداد آنتن ها عملکرد افزایش پیدا کرده و عملکرد روش پیشنهادی با پیچیدگی خیلی پایین تر به عملکرد [۴] می رسد.

در این حالت نیز برای مقایسه پیچیدگی و زمان لازم برای بهینه شدن در همه روش ها و مقایسه آنها جدول ۲ آورده شده است. نتایج نشان دهنده عملکرد بهتر روش پیشنهادی نسبت به [۵] تا [۷] و دارای عملکرد شبیه [۴] با پیچیدگی خیلی کمتر است.



شکل ۴: بازده طیفی بر حسب تعداد آنتن های فرستنده.

برابر ۱۵ انتخاب شده است. برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ارائه شده در تجزیه ماتریس شکل دهی بهینه به حاصل ضرب دو ماتریس شکل دهی آنالوگ و دیجیتال، مقدار خطای تقریب نرمالیزه شده یعنی  $\|V_{RF} V_{Dig} - V_t^*\|_F$  را بر حسب تکرارهای متوالی در شکل ۳ نشان داده ایم. این مقدار با میانگین گیری کردن بر روی ۲۰۰ تحقیق تصادفی از ماتریس کانال به دست آمده است. همان طور که مشاهده می شود الگوریتم پس از حدود ۱۰ تکرار به همگرایی می رسد و خطای ایجاد شده نیز میزان کمی دارد. همان طور که انتظار می رود با افزایش تعداد زنجیره های RF، درجه آزادی در به دست آوردن ماتریس های شکل دهی آنالوگ و دیجیتال بیشتر شده و خطای ایجاد شده نیز کمتر خواهد شد.

شکل ۴ بازده طیفی بر حسب تعداد آنتن های فرستنده را نشان می دهد. در این شکل نسبت سیگنال به نویز  $SNR = 10$  dB بوده و تعداد آنتن گیرنده، تعداد جریان های داده و تعداد زنجیره RF به ترتیب برابر  $M = 16$ ،  $N_s = 3$  و  $N_t^{RF} = N_r^{RF} = 4$  انتخاب شده است. بازده طیفی بر حسب bit/sec/Hz مطابق (۴) محاسبه می شود. در همه روش ها از الگوریتم تخصیص توان صرف نظر شده و توان یکسانی به جریان های داده تخصیص داده شده است. همان طور که مشاهده می شود، روش پیشنهادی عملکرد بسیار بهتری نسبت به روش های ارائه شده در [۴] تا [۷] دارد. همچنین عملکرد روش پیشنهادی بسیار نزدیک به روش بهینه که بر مبنای تجزیه SVD ماتریس کانال کار می کند، است.



دیده می‌شود، میزان بهبود حاصل شده توسط الگوریتم مبتنی بر گرادیان در خطای تقریب ماتریس قابل توجه است.

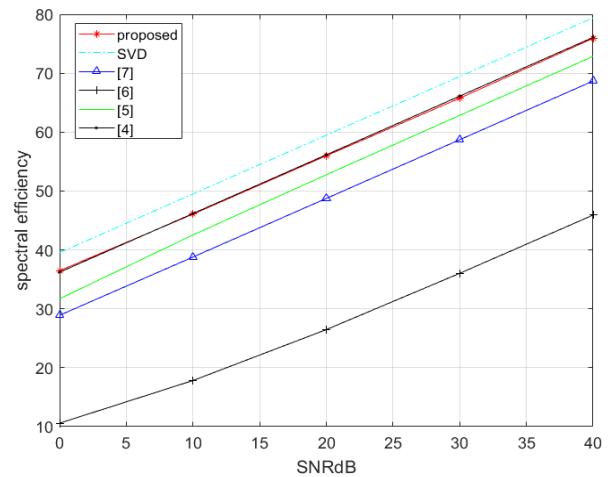
### ۷- جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در این مقاله شکل‌دهی پرتو در سیستم MIMO نقطه به نقطه در نظر گرفته شده است. با فرض معلوم‌بودن کانال در فرستنده، ماتریس شکل‌دهی پرتو بهینه معلوم است. یک روش تکراری برای مینیمم‌کردن فاصله بین ماتریس شکل‌دهنده پرتو ایده‌آل با شکل‌دهنده پرتو ترکیبی که به صورت حاصل ضرب دو ماتریس شکل‌دهی آنالوگ و دیجیتال فرض شده است، پیشنهاد گردیده است. در این روش با آزادسازی قید محدودکننده ماتریس شکل‌دهی آنالوگ، ابتدا این ماتریس از حل یک مسأله بهینه‌سازی به دست آمده و سپس قیود لازم بر آن تحمیل می‌شود. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده عملکرد بسیار خوب این روش نسبت به سایر روش‌های ارائه‌شده از لحاظ میزان بازده طیفی و پیچیدگی است. همچنین یک الگوریتم مبتنی بر گرادیان برای بهبود روش پیشنهادی ارائه شده که خطای تقریب ماتریس را به شکل قابل قبولی بهبود می‌بخشد.

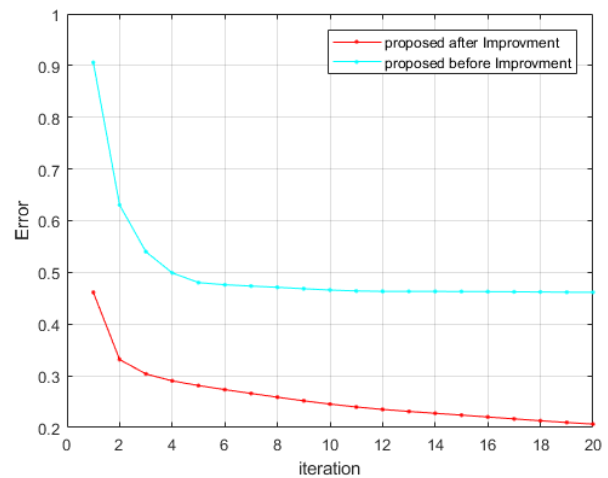
### مراجع

- [1] A. Goldsmith, *Wireless Communications*, Cambridge University Press, 2005.
- [2] L. Lu, et al., "An overview of massive MIMO: benefits and challenges," *IEEE J. of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 8, no. 5, pp. 742-758, Oct. 2014.
- [3] B. D. Van Veen and K. M. Buckley, "Beamforming: a versatile approach to spatial filtering," *IEEE Assp Magazine*, vol. 5, no. 2, pp. 4-24, Apr. 1988.
- [4] W. Ni, X. Dong, and W. S. Lu, "Near-optimal hybrid processing for massive MIMO systems via matrix decomposition," *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 65, no. 15, pp. 3922-3933, 1 Aug. 2017.
- [5] F. Sahrabi and W. Yu, "Hybrid beamforming with finite-resolution phase shifters for large-scale MIMO systems," in *Proc. IEEE 16th Int. Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC'15*, pp. 136-140, Stockholm, Sweden, 28 June-1 Jul. 2015.
- [6] O. El Ayach, S. Rajagopal, S. Abu-Surra, Z. Pi, and R. W. Heath, "Spatially sparse precoding in millimeter wave MIMO systems," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 13, no. 3, pp. 1499-1513, Mar. 2014.
- [7] O. El Ayach, R. W. Heath, S. Abu-Surra, S. Rajagopal, and Z. Pi, "The capacity optimality of beam steering in large millimeter wave MIMO systems," in *Proc. IEEE 13th Int. Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communication, SPAWC'12*, pp. 100-104, Cesme, Turkey, 17-20 Jun. 2012.
- [8] F. Sahrabi and W. Yu, "Hybrid digital and analog beamforming design for large-scale MIMO systems," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing, ICASSP'15*, pp. 2929-2933, South Brisbane, Australia, 19-24 Apr. 2015.
- [9] F. Sahrabi and W. Yu, "Hybrid digital and analog beamforming design for large-scale antenna arrays," *IEEE J. of Selected Topics in Signal Processing*, vol. 10, no. 3, pp. 501-513, Apr. 2016.
- [10] S. Payami, *Hybrid Beamforming for Massive MIMO Systems*, University of Surrey, 2017.
- [11] T. E. Bogale, et al., "On the number of RF chains and phase shifters, and scheduling design with hybrid analog-digital beamforming," *IEEE Trans. on Wireless Communications*, vol. 15, no. 5, pp. 3311-3326, May 2016.

سلیمان فرجی در سال ۱۳۹۳ مدرک کارشناسی مهندسی برق الکترونیک را از دانشگاه صنعتی همدان و در سال ۱۳۹۸ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق مخابرات خود را از دانشگاه اصفهان دریافت نمود. زمینه‌های علمی مورد علاقه نام‌برده عبارتند از: مخابرات چندرودی چندخروجی، پردازش تصویر، طراحی مدارات دیجیتال با FPGA و طراحی اپلیکیشن‌ها به کمک توسعه‌دهنده Flutter.



شکل ۶: بازده طیفی بر حسب نسبت سیگنال به نویز (M = ۲۵۶).



شکل ۷: خطای تقریب ماتریس شکل‌دهنده پرتو ترکیبی نسبت به شکل‌دهنده پرتو ایده‌آل قبل و بعد از استفاده از الگوریتم مبتنی بر گرادیان.

جدول ۲: مقایسه بازده طیفی و زمان بهینه‌شدن روش‌های مختلف (N<sub>s</sub> = ۳ و N<sub>t</sub><sup>RF</sup> = N<sub>r</sub><sup>RF</sup> = ۴، M = ۶۴، N = ۶۴)

روش	تعداد تکرار	بازده طیفی در SNR = ۱۰dB	زمان یک بار اجرا (ثانیه)
SVD (بهینه)	-	۴۹٫۵۱	۰٫۰۵۲
[۴]	۵۰	۴۶٫۱۸	۱۱۱۴
روش پیشنهادی	۵۰	۴۶٫۰۷	۰٫۴۴
[۵]	-	۴۲٫۵۵	۲٫۶۹
[۷]	-	۳۸٫۷۹	۰٫۰۶۲
[۶]	-	۱۹٫۸۲	۰٫۴۷

نتایج شبیه‌سازی برای روش ارائه‌شده در بخش ۵، در شکل ۷ نشان داده شده است. خطای تقریب ماتریس شکل‌دهنده پرتو ترکیبی نسبت به شکل‌دهنده پرتو ایده‌آل، یعنی  $Error = \|\mathbf{V}_{RF} \mathbf{V}_{Dig} - \mathbf{V}_t^*\|_F$  برای دو حالت قبل و بعد از استفاده از الگوریتم مبتنی بر گرادیان، در این شکل دیده می‌شود. لازم به ذکر است که شکل‌دهنده‌های پرتو ترکیبی در مرحله قبل به عنوان نقطه اولیه به الگوریتم تکراری مبتنی بر گرادیان داده شده و با استفاده از آن بهبود داده می‌شود. در شبیه‌سازی شکل ۷ تعداد آنتن‌های فرستنده و گیرنده به ترتیب برابر  $N = ۱۶$  و  $M = ۸$  است و همچنین تعداد زنجیره‌های RF برابر  $N_t^{RF} = N_r^{RF} = ۴$  بوده و فرستنده ۳ جریان داده را از طریق کانال ارسال می‌کند. همان گونه که

**امیررضا فروزان** تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی مهندسی برق- الکترونیک و کارشناسی ارشد مهندسی برق- سیستم‌های مخابراتی به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۷ و ۱۳۷۹ از دانشگاه صنعتی شریف و در مقطع دکتری مهندسی برق در سال ۱۳۸۲ از دانشگاه تهران به پایان رساند و هم‌اکنون دانشیار دانشکده فنی و مهندسی دانشگاه اصفهان است. نام‌برده در سال‌های ۱۳۷۸ تا ۱۳۸۳ با مرکز تحقیقات مخابرات ایران همکاری داشته است. ایشان از سال ۱۳۸۳ تا ۱۳۸۷ در دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر دانشگاه کنتربری، نیوزیلند و از سال ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۱ در دانشکده مهندسی برق دانشگاه K. U. Leuven اشتغال داشته است. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتست از: مخابرات بی‌سیم، مخابرات نوری و سیستم‌های DSL.

**محمدفرزان صباحی** تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی مهندسی الکترونیک و کارشناسی ارشد مهندسی مخابرات به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۷ و ۱۳۷۹ در دانشگاه صنعتی اصفهان و در مقطع دکتری مهندسی برق در سال ۱۳۸۶ و در همان دانشگاه به پایان رسانده است. ایشان از سال ۱۳۸۷ در دانشگاه اصفهان مشغول به فعالیت گردید و هم‌اکنون دانشیار دانشکده فنی مهندسی این دانشگاه می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: پردازش سیگنال‌های آماری، تئوری مخابرات و رادار.