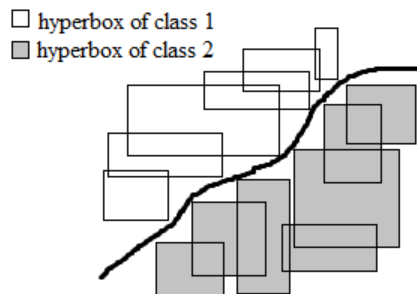


شبکه عصبی فازی مین- ماکس چندسطحی با باکس‌های وزن دار

رضا داوطلب، محمدعلی بالافر و محمدرضا فیضی درخشی



شکل ۱: تصویر هایپرباکس‌های ایجادشده توسط شبکه FMM [۳۱].

یک ساختار مفهومی به نام هایپرباکس^۵ استفاده می‌کنند که هر هایپرباکس یک جعبه محدب در فضای نمونه بوده و محدوده تحت پوشش آن توسط دو نقطه V و W مشخص می‌شود که هر یک نقطه‌ای از فضای n بعدی نمونه‌ها بوده و به ترتیب متناظر با نقاط \min و \max هایپرباکس هستند. هر هایپرباکس متعلق به یک کلاس بوده و ناحیه تحت پوشش آن متناسب به کلاسی است که هایپرباکس مذکور به آن کلاس تعلق دارد. هایپرباکس‌ها در طول فاز آموزش گسترش می‌یابند تا همه فضای نمونه‌ها را تحت پوشش خود قرار دهند ولی در پایان فاز آموزش، بین هایپرباکس‌هایی که متعلق به یک کلاس نیستند نباید هیچ همپوشانی وجود داشته باشد و حداکثر میزان گسترش هر هایپرباکس به وسیله پارامتر θ (که توسط کاربر مشخص می‌شود) کنترل می‌گردد.

هر هایپرباکس متعلق به یکی از کلاس‌ها بوده و محدوده‌ای از فضای نمونه‌ها را تحت پوشش قرار می‌دهد و طبق (۱) تعریف می‌شود

$$B_j = \{X, V_j, W_j, f(X, V_j, W_j)\}, \forall X \in I^n \quad (1)$$

که در آن X نمونه ورودی، V_j و W_j به ترتیب نقاط \min و \max و $f(X, V_j, W_j)$ تابع عضویت هایپرباکس B_j هستند.

هایپرباکس‌های یک کلاس می‌توانند همپوشانی داشته باشند ولی هایپرباکس‌های متعلق به دو کلاس مختلف نایستی با یکدیگر همپوشانی داشته باشند. در شکل ۱ نمایی از هایپرباکس‌های نهایی این الگوریتم برای دسته‌بندی در یک فضای دوبعدی و برای نمونه‌های دو کلاس مختلف نشان داده شده است.

در این روش محدوده نمونه‌های کلاس C_k با استفاده از هایپرباکس‌های کلاس C_k و به صورت زیر به دست می‌آید

$$C_k = \bigcup_{j \in k} B_j \quad (2)$$

در این رابطه k مجموعه اندیس‌هایی است که هایپرباکس‌های متناظرش، متعلق به کلاس k هستند. این هایپرباکس‌ها طی فاز یادگیری تشکیل و محدوده آنها تنظیم می‌شود. در فاز آزمایش^۶ از همین هایپرباکس‌ها و تابع عضویتشان استفاده می‌کنیم تا نمونه ورودی را به یکی از کلاس‌ها متناسب کنیم.

چکیده: در این مقاله شبکه عصبی فازی مین- ماکس چندسطحی با باکس‌های وزن دار (WL-FMM) برای استفاده در کلاس‌بندی ارائه می‌گردد که یک ابزار یادگیری با نظارت بسیار سریع بوده و قادر به یادگیری داده‌ها به صورت برخط و تک‌گذار است. در این روش برای حل مشکل نواحی همپوشان که از مشکلات همیشگی روش‌های فازی مین- ماکس بوده، از باکس‌هایی با اندازه کوچک‌تر و وزن بیشتر استفاده می‌شود. این کار باعث افزایش دقت طبقه‌بندی شبکه در نواحی مرزی نمونه‌ها می‌گردد. همچنین با توجه به تغییراتی که در ساختار الگوریتم داده شده و بر اساس نتایج آزمایشی به دست آمده، روش ارائه‌شده نسبت به روش‌های مشابه از پیچیدگی زمانی و مکانی کمتری برخوردار بوده و نسبت به پارامترهایی که از طرف کاربر مشخص می‌شود، حساسیت کمتری دارد.

کلیدواژه: طبقه‌بندی، شبکه عصبی، فازی، مین- ماکس، یادگیری ماشین، وزن دار.

۱- مقدمه

منطق فازی اولین بار توسط پرفسور لطفی‌زاده ارائه شد [۱] که با توجه به سازگاری اصول ارائه‌شده در مجموعه‌های فازی و بسیاری از مسائلی دنیای واقعی و همچنین اهمیت و کارایی بالای آن در زمینه بازشناسی الگو، شاهد استفاده روزافزون از این منطق در حوزه بازشناسی الگو هستیم [۲]. در موارد بسیاری منطق فازی با دیگر ابزارهای بازشناسی الگو ادغام شده و ابزار جدیدتری ارائه می‌شود که شبکه‌های نروفازی^۱ از جمله آنهاست که با ترکیب منطق فازی و شبکه‌های عصبی مصنوعی ایجاد شده است [۳] تا [۵]. این شبکه‌ها با توجه به قدرت بازشناسی بالای سیستم‌های فازی و نیز قدرت محاسباتی بالای شبکه‌های عصبی، ابزار قدرتمندی در این حوزه بازشناسی الگو هستند [۶] تا [۸].

شبکه‌های FMM^۱ نوع خاصی از شبکه‌های نروفازی است که در سال ۱۹۹۲ توسط Simpson ارائه شده است [۹]. استفاده از شبکه‌های FMM در حوزه یادگیری ماشین در مقایسه با دیگر روش‌های یادگیری کارایی بالایی داشته و استفاده روزافزونی دارند [۱۰]. از مزایای این شبکه‌ها می‌توان به برخط بودن و تک‌گذار بودن فاز آموزش^۲ این شبکه‌ها اشاره کرد که در زمان بسیار کمی انجام می‌شود. این شبکه‌ها برای انجام طبقه‌بندی و خوشه‌بندی مورد استفاده قرار گرفته است [۹] و [۱۱] و از

این مقاله در تاریخ ۲ بهمن ماه ۱۳۹۳ دریافت و در تاریخ ۳ خرداد ماه ۱۳۹۵ بازنگری شد.

رضا داوطلب، دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تبریز، تبریز، (email: r.davtalab@tabrizu.ac.ir)

محمدعلی بالافر، گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه تبریز، تبریز، (email: balafarila@yahoo.com)

محمدرضا فیضی درخشی، گروه مهندسی کامپیوتر، دانشگاه تبریز، تبریز، (email: mfeizi@tabrizu.ac.ir)

1. Neurofuzzy
2. Fuzzy Min-Max
3. Single Pass
4. Train

5. Hyperbox

6. Test

۲- سابقه و کارهای مشابه

کارهای زیادی بر پایه شبکه‌های FMM و برای بهبود روش کلاسیک آن برای انجام طبقه‌بندی ارائه شده است [۷] تا [۹]، [۱۳] و [۱۶] تا [۳۰]. در این قسمت ابتدا نگاهی کوتاه به FMM اولیه داریم و پس از آن مروری کوتاه به مهم‌ترین روش‌های سال‌های اخیر داشته و به بررسی سیر تکاملی این روش‌ها و همچنین مزایا و معایب هر یک می‌پردازیم.

۲-۱ روش FMM اولیه

همان طور که ذکر گردید این روش، برای اولین بار توسط Simpson ارائه شده است که از ساختار بسیار ساده‌ای استفاده می‌کند. همان طور که در شکل ۲- الف مشخص است این شبکه‌ها متشکل از سه لایه است. لایه اول این شبکه (F_A) مربوط به نمونه‌های ورودی، لایه دوم (F_B) مربوط به هایپرباکس‌ها و لایه سوم (F_C) نیز مسئول تولید خروجی خواهد بود که هر یک از هایپرباکس‌ها به عنوان گره‌ای در لایه میانی (F_B) شبکه FMM قرار می‌گیرند که تابع عضویت هر هایپرباکس به عنوان تابع گذار گره متناظر خواهد بود. شکل ۲- ب نیز جزئیات بیشتر یک هایپرباکس را نشان می‌دهد. هر یک از گره‌های لایه F_A به همه گره‌های لایه F_B متصل هستند و هر یک از این اتصالات دارای ۲ وزن خواهند بود، یکی V_{ij} و دیگری W_{ij} که نقاط \min و \max هایپرباکس را مشخص می‌کنند، i شماره گره لایه اول (شماره بُعد) و j شماره گره لایه دوم (شماره هایپرباکس) است. همچنین همه گره‌های لایه F_B به لایه F_C متصل است و وزن هر یک از این اتصالات با (۳) و تابع گذار هر یک از گره‌های لایه آخر که تابع عضویت هر یک از کلاس‌ها را مشخص می‌کند با (۴) مشخص می‌شود

$$u_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } \{b_j \in C_i\} \\ 0, & \text{if } \{b_j \notin C_i\} \end{cases} \quad (3)$$

$$C_k = \max_{j=1, \dots, m} b_j u_{kj} \quad (4)$$

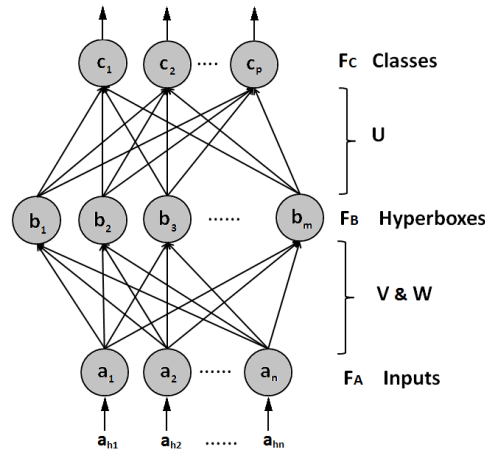
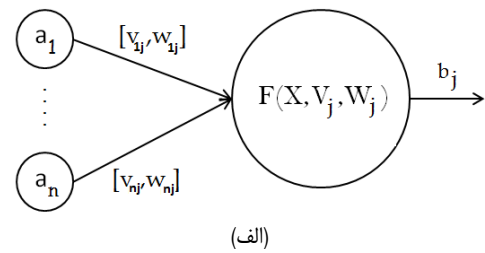
توابع عضویت استفاده‌شده در هایپرباکس‌ها برای کاربردهای کلاسیک طبق (۵) محاسبه می‌گردد

$$b_j(A_h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [\max(0, 1 - \max(0, \gamma \min(1, a_{hi} - w_{ji}))) + \max(0, 1 - \max(0, \gamma \min(1, v_{ij} - a_{hi})))] \quad (5)$$

در این رابطه، a_{hi} بُعد i ام از نمونه آموزشی A_h و w_{ji} نقطه \max هایپرباکس j در بُعد i ام است و γ ضریبی بین صفر تا یک است که توسط کاربر مشخص می‌شود. شکل ۳ مقدار این تابع را در محدوده تحت پوشش یک هایپرباکس به خوبی نشان می‌دهد.

همه هایپرباکس‌ها در فاز یادگیری ساخته می‌شوند. فاز یادگیری خود شامل سه بخش است. با ورود نمونه X ابتدا بررسی می‌شود که آیا این نمونه در محدوده تحت پوشش یکی از هایپرباکس‌ها قرار دارد یا نه. اگر نمونه در محدوده حداقل یکی از هایپرباکس‌ها قرار داشت نمونه بعدی بررسی خواهد شد ولی اگر نمونه X در محدوده هیچ یک از هایپرباکس‌های موجود نباشد مراحل زیر به ترتیب انجام می‌شود:

الف) گسترش: در این مرحله سعی می‌شود هایپرباکسی یافت شود که متعلق به همان کلاسی باشد که X متعلق به آن است و همچنین با توجه به رابطه زیر آن قدر قابل گسترش باشد که نمونه



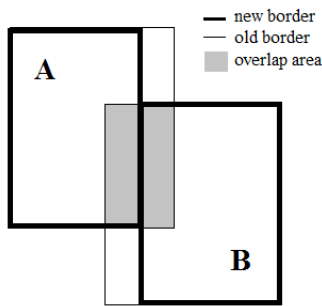
شکل ۲: شبکه FMM، الف) شمای کلی شبکه FMM و ب) جزئیات بیشتر یک هایپرباکس (برگرفته از [۱۵]).

نواحی همپوشان ایجادشده بین هایپرباکس‌های کلاس‌های مختلف از مهم‌ترین مشکلات روش‌های FMM است که روش‌های ابتدایی ارائه‌شده [۷] و [۹] برای حل مشکل نواحی همپوشان، هایپرباکس‌های شرکت‌کننده در ناحیه همپوشان را هرس^۱ می‌کنند. این نحوه مدیریت تأثیر نامطلوبی بر کارایی این شبکه‌ها داشته و در روش‌های جدیدتر [۶]، [۸]، [۱۲] و [۱۳] برای مدیریت این نواحی از گره‌هایی شبیه به هایپرباکس‌های معمولی استفاده شده است که تابع گذار^۲ یا تابع عضویت^۳ این گره‌ها نحوه طبقه‌بندی نمونه‌ها را در ناحیه همپوشان، مشخص می‌کند. این روش‌ها نسبت به روش‌های اولیه کارایی بهتری داشته و شاخص‌ترین آنها که از کارایی بالاتری نسبت به روش‌های مشابه برخوردار است روش DCFMN است که توسط Zhang در سال ۲۰۱۱ ارائه شده [۱۴] و از یک تابع عضویت مبتنی بر فاصله نمونه تا مرکز داده‌های موجود در هایپرباکس بهره می‌برد که نتایج نسبتاً خوبی ارائه می‌دهد. در پژوهش دیگری داوطلب و همکاران [۱۵] با استفاده از یک ساختار چندلایه درختی (MLF) عملکرد این شبکه‌ها را بهبود دادند ولی با توجه به ساختار پیچیده‌ای که این روش دارد، در مواردی که درصد بالایی از نمونه‌ها در نواحی مرزی قرار دارند از کارایی لازم برخوردار نیست.

در این مقاله شبکه عصبی فازی مین-مکس چندسطحی با باکس‌های وزن‌دار (WL-FMM) ارائه می‌شود که در آن اشکالات ساختاری الگوریتم MLF برطرف شده و با توجه به تغییرات انجام‌شده پیچیدگی فضایی و زمانی آن بسیار کمتر شده و همچنین طبق نتایج به دست آمده در موارد زیادی دقت طبقه‌بندی نیز افزایش داشته است. نتایج به دست آمده از پیاده‌سازی این روش و مقایسه کارایی آن با سایر روش‌های FMM در قسمت نتایج آزمایشی ارائه گردیده است.

1. Contraction
2. Transition Function
3. Membership Function

4. Activation Function
5. Expansion



شکل ۴: نحوه از بین بردن ناحیه همپوشان [۳۱].

سه مرحله فوق به ازای تمامی نمونه‌های آموزشی اجرا می‌گردد تا هایپرباکس‌های مورد نیاز ساخته شوند.

ذکر این نکته ضروری است که هرچه اندازه پارامتر θ بزرگ‌تر باشد تعداد هایپرباکس‌ها کمتر بوده و سیستم پیچیدگی کمتری خواهد داشت. ولی در این حالت به دلیل افزایش نواحی همپوشان و مشکلاتی که سیستم برای حذف این همپوشانی‌ها با آن مواجه می‌شود، دقت سیستم پایین خواهد بود. در صورتی که حداکثر اندازه هایپرباکس‌ها (θ) مقدار کوچکی انتخاب شود، سیستم از پیچیدگی بیشتری برخوردار بوده و ضمن اشغال فضای بیشتر، مدت زمان طولانی‌تری برای پردازش صرف خواهد نمود، یعنی یک trade off بین میزان پیچیدگی سیستم و دقت آن وجود دارد.

۲-۲ روش GFMM

روش GFMM^۲ توسط Gabrys و Bargiela در سال ۲۰۰۰ ارائه شد [۷] و در آن تغییرات خوبی جهت بهبود کارایی روش FMM ارائه شده است که مهم‌ترین ویژگی‌های این روش به شرح زیر است:

الف) در روش FMM نمونه ورودی به صورت یک نقطه Crisp از فضای نمونه است ولی در روش GFMM نمونه ورودی علاوه بر نقاط Crisp می‌تواند به صورت یک هایپرباکس فازی در فضای نمونه باشد که در این حالت در مرحله expansion برای عملگر max به جای نقطه از w هایپرباکس ورودی و برای عملگر min از v هایپرباکس ورودی استفاده می‌شود.

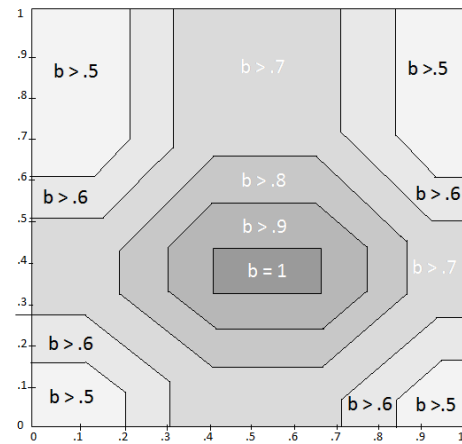
ب) تابع عضویت هایپرباکس‌ها در روش FMM از (۳) محاسبه می‌شود ولی همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است در این رابطه با افزایش فاصله از هایپرباکس مقدار تابع عضویت به صورتی ناموزون و غیر یکنواخت کاهش می‌یابد. بنابراین در این روش به جای رابطه مذکور از (۹) استفاده شده است

$$b_j(A_h) = \min_{i=1, \dots, n} (\min([\gamma - f(a_{hi}^u - w_{ji}, \gamma)], [\gamma - f(v_{ij} - a_{hi}^l, \gamma)])) \quad (9)$$

که در آن γ عددی بین صفر و یک است که توسط کاربر مشخص می‌شود و همچنین تابع f از (۱۰) به دست می‌آید

$$f(x, y) = \begin{cases} 1, & \text{if } (xy > \gamma) \\ xy, & \text{if } (x \leq xy \leq \gamma) \\ 0, & \text{if } (xy < \gamma) \end{cases} \quad (10)$$

نحوه تغییر مقدار تابع b_j در شکل ۵ آمده است (برگرفته شده از [۷]). همان‌طور که پیداست برخلاف (۳) در این رابطه با دور شدن از هایپرباکس



شکل ۳: تابع عضویت استفاده‌شده در روش FMM برای حالت دوبعدی [۱۵].

X را در بر گیرد. در صورتی که چنین هایپرباکسی یافت نشد یک هایپرباکس جدید ایجاد شده و X به عنوان نقاط \min و \max آن تعیین می‌گردد

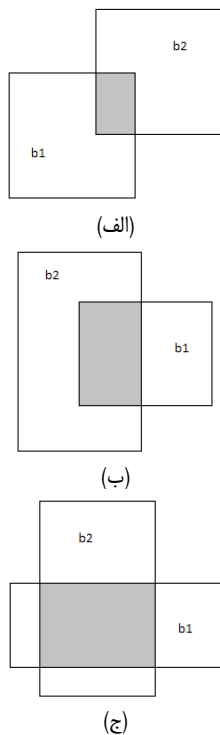
$$n\theta \geq \sum (\max(b_{ji}, x_{hi}) - \min(v_{ji}, x_{hi})) \quad (6)$$

که در آن θ پارامتری است که از طرف کاربر مشخص می‌گردد. بررسی همپوشانی: در این مرحله بررسی می‌شود که هایپرباکس گسترش‌یافته یا تولیدشده مرحله قبل با تمامی هایپرباکس‌هایی که متعلق به کلاس‌های دیگری هستند همپوشانی نداشته باشند. دو هایپرباکس B_i و B_j در صورتی با هم همپوشانی دارند که به ازای هر یک از ابعاد فضای نمونه در یکی از حالت ۴ (۷) قرار داشته باشند که برای از بین بردن این همپوشانی از بعدی استفاده می‌شود که به ازای آن کمترین همپوشانی وجود دارد (این بعد با اندیس d نشان می‌شود)

$$\begin{aligned} \text{case 1: } & v_{ji} < v_{ki} < w_{ji} < w_{ki} \\ \text{case 1: } & v_{ki} < v_{ji} < w_{ki} < w_{ji} \\ \text{case 1: } & v_{ji} < v_{ki} \leq w_{ki} < w_{ji} \\ \text{case 1: } & v_{ki} < v_{ji} \leq w_{ji} < w_{ki} \end{aligned} \quad (7)$$

ج) انقباض یا هرس کردن: در صورتی که همپوشانی وجود نداشته باشد نیازی به اجرای این مرحله نیست و در غیر این صورت با توجه نوع همپوشانی در بُعد d ، یکی از حالات (۸) اجرا می‌شود که در شکل ۴ نحوه انجام contraction را مشاهده می‌کنید

$$\begin{aligned} \text{case 1: } & v_{jd} < v_{kd} < w_{jd} < w_{kd} \\ v_{kd}^{new} = w_{jd}^{new} & = \frac{v_{kd}^{old} + w_{jd}^{old}}{2} \text{ OR } w_{jd}^{new} = v_{kd}^{old} \\ \text{case 2: } & v_{kd} < v_{jd} < w_{kd} < w_{jd} \\ v_{jd}^{new} = w_{kd}^{new} & = \frac{v_{jd}^{old} + w_{kd}^{old}}{2} \text{ OR } v_{jd}^{new} = w_{kd}^{old} \\ \text{case 3: } & v_{jd} < v_{kd} \leq w_{kd} < w_{jd} \\ \text{if } (w_{kd} - v_{jd} < w_{jd} - v_{kd}), & v_{jd}^{new} = w_{kd}^{old}; \text{ else } v_{jd}^{new} = v_{kd}^{old} \\ \text{case 4: } & v_{kd} < v_{jd} \leq w_{jd} < w_{kd} \\ \text{if } (w_{kd} - v_{jd} < w_{jd} - v_{kd}), & w_{kd}^{new} = v_{jd}^{old}; \text{ else } w_{kd}^{new} = w_{jd}^{old} \end{aligned} \quad (8)$$



شکل ۶: انواع همپوشانی‌ها در روش FMCN [۳۱].

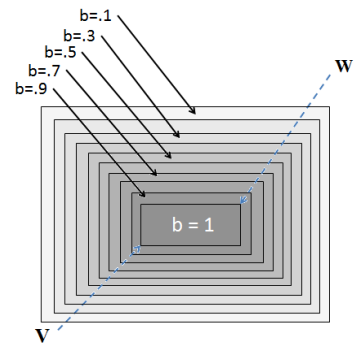
شد [۸]. در این روش نواحی همپوشان با استفاده از گره‌های جبرانی مدیریت می‌شوند که خود به دو دسته خاص‌تر تقسیم می‌شوند که این دو دسته عبارتند از OCN^3 و CCN^4 . دسته اول جهت مدیریت نواحی همپوشان ساده (شکل ۶-الف) و دسته دوم برای مدیریت نواحی همپوشانی پیچیده‌تر (حالتی که مانند شکل ۶-ب، بخشی از هایپرباکس یک کلاس کاملاً در داخل هایپرباکسی از کلاس دیگر قرار دارد) استفاده می‌شود.

می‌توان گفت این روش، بهبودیافته روش EFC [۶] است با افزودن بخشی برای مدیریت نواحی همپوشان نوع اول (OCN). البته نوع دیگری از نواحی همپوشان نیز وجود دارد که در این روش در نظر گرفته نشده و آن حالتی است که دو هایپرباکس متعلق به دو کلاس مختلف همدیگر را قطع کرده‌اند (شکل ۶-ج).

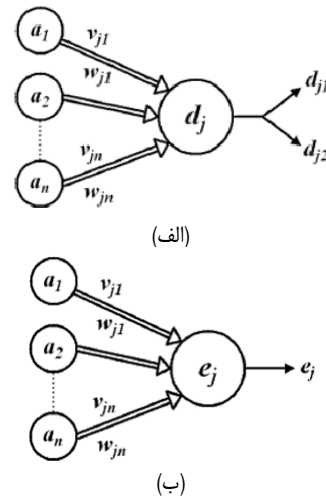
در فاز آموزش روش FMCN، مانند شبکه‌های قبلی هایپرباکس‌هایی برای پوشش نواحی کلاس‌ها ایجاد می‌شود که این هایپرباکس‌ها در قسمت OCN قرار گرفته و از (۸) به عنوان تابع عضویت استفاده می‌کنند. به ازای هر ناحیه همپوشان که در فاز آموزش به وجود می‌آید یک گره جبرانی^۵ ایجاد می‌شود. در صورتی که این ناحیه همپوشان از نوع اول (شکل ۶-الف) باشد گره اضافه‌شده از نوع d (شکل ۷-الف) بوده و به قسمت OCN شبکه اضافه خواهد شد و اگر ناحیه همپوشان از نوع دوم باشد گره مذکور از نوع e (شکل ۷-ب) خواهد بود که به قسمت CCN شبکه اضافه می‌شود. همان طور که از شکل ۷ پیداست گره‌های نوع OCN دارای دو خروجی و گره‌های نوع CCN دارای یک خروجی هستند. در فاز آزمایش این روش برای تابع عضویت کلاس i ام از (۱۱) استفاده می‌شود

$$\mu_i = c_i + o_i \quad (11)$$

3. Overlap Compensation Neuron
4. Containment Compensation Neuron
5. Compensation



شکل ۵: تابع عضویت استفاده‌شده در روش GFMM برای حالت دوبعدی [۱۵].



شکل ۷: (الف) شمای یک گره OCN و (ب) شمای یک گره CCN در شبکه FMCN (برگرفته از [۸]).

در جهات مختلف، مقدار تابع عضویت با شبی یکنواخت کم می‌شود که این امر باعث افزایش کارایی این روش نسبت به روش FMM معمولی شده است.

از GFMM می‌توان علاوه بر طبقه‌بندی و خوشه‌بندی محض برای حالت ترکیبی این دو روش نیز استفاده کرد. برای پیاده‌سازی این حالت یک کلاس جداگانه به عنوان کلاس unlabeled در نظر گرفته می‌شود که همپوشانی هایپرباکس‌های این کلاس با هایپرباکس‌های دیگر کلاس‌ها مجاز است.

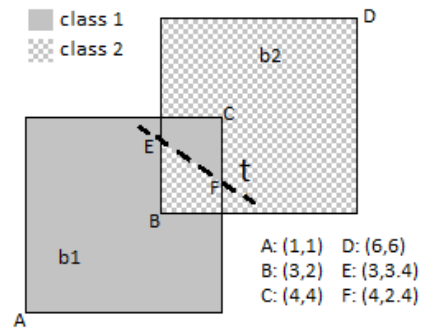
در این روش با توجه به شرایط اجرای الگوریتم و میزان همپوشانی‌های ایجادشده می‌توان حداکثر اندازه هایپرباکس‌ها را تغییر داده و مقداری که بهترین نتیجه را داشته باشد به عنوان پارامتر نهایی برگزید. به عبارت دیگر این روش تک‌گذار نبوده و با چند بار اجرا بهترین مقدار پارامتر θ را برمی‌گزیند. با توجه به موارد گفته‌شده روش GFMM تغییرات خوبی جهت بهبود کارایی و افزایش بازه عملکرد روش‌های مبتنی بر FMM ایجاد کرده است اما این روش رویکرد جدیدی برای مقابله با مشکل نواحی همپوشان ارائه نداده و این مشکل همچنان پابرجاست.

۳-۲ روش FMCN

روش FMCN^۲ در سال ۲۰۰۷ توسط Biswas و Nandedkar ارائه

1. Generalization
2. Fuzzy Min-Max Neural Network Classifier with Compensatory Neurons

همپوشانی دارد. در این روش سعی شده تا با استفاده از یک ساختار چندسطحی، نمونه‌هایی که در ناحیه همپوشانی قرار گرفته‌اند، بار دیگر در سطوح بعدی با دقت بیشتر طبقه‌بندی شوند. این شبکه از یک ساختار چندلایه درختی استفاده می‌کند که هرچه از لایه اول به سمت لایه‌های پایانی حرکت می‌کنیم از اندازه باکس‌ها و فضایی که تحت پوشش آنها قرار دارد کاسته شده ولی بر دقت تصمیم آنها افزوده می‌شود. در شکل ۹ نحوه تشکیل باکس‌های لایه اول و دوم پس از فاز یادگیری نشان داده شده‌اند.



شکل ۸: نحوه دسته‌بندی روش FMCN [۳۱].

هر گره از این درخت، مسئول انجام کلاس‌بندی در ناحیه خاصی از فضای نمونه بوده و متناظر با یک زیرشبکه است که در شکل ۱۰- ب فضای زیرشبکه‌ای را مشاهده می‌کنید که در گره A ایجاد شده و با "S_net A" نام‌گذاری شده است. در لایه اول این شبکه همواره یک گره (زیرشبکه) خواهیم داشت که بیشتر مسئول دسته‌بندی نواحی یکنواخت بزرگ است. لایه دوم، نواحی همپوشان لایه اول را پوشش می‌دهد و لایه سوم همین کار را برای نواحی همپوشان لایه دوم انجام داده و به همین ترتیب هر یک از زیرشبکه‌های لایه i ام یکی از نواحی همپوشان لایه i-1 ام را تحت پوشش داشته و در واقع مسئول انجام دسته‌بندی در ناحیه مذکور خواهد بود.

هر زیرشبکه از دو قسمت اصلی HBS^۳ و OLS^۳ تشکیل شده است. در قسمت HBS باکس‌های معمولی (HyperBox) قرار دارند که برای دسته‌بندی نمونه‌ها استفاده می‌شوند و در قسمت OLS "باکس‌های همپوشان" (OverlapBox) قرار دارند که محدوده نواحی همپوشان زیرشبکه را مشخص می‌کنند و به ازای هر یک از این همپوشانی‌ها یک زیرشبکه در لایه بعدی ساخته می‌شود. تابع گذار گره G نیز با توجه به مقدار ورودی فعال‌ساز زیرشبکه، خروجی زیرشبکه را طبق رابطه زیر مشخص می‌کند

$$g_a = e_a \times (c - o) \quad (۱۸)$$

که در آن c و o به ترتیب خروجی قسمت‌های HBS و OLS بوده و e_x ورودی فعال‌ساز زیرشبکه x است که مقدار آن در زیرشبکه والد تولید می‌شود.

برای اطمینان بیشتر از کوچک‌بودن باکس‌های زیرشبکه فرزند نسبت به باکس‌های والد، برای تعیین حداکثر اندازه باکس‌ها (پارامتر θ) در زیرشبکه فرزند از رابطه زیر استفاده می‌کنیم

$$\theta_c = \frac{\theta_p}{\gamma} \quad (۱۹)$$

که در آن θ_c و θ_p به ترتیب حداکثر اندازه باکس‌ها در زیرشبکه فرزند و والد و γ عدد صحیحی بین ۲ تا ۱۰ است. روند ساخت هاپیرباکس‌های معمولی دقیقاً مانند روش FMM کلاسیک است با این تفاوت که در اینجا مرحله هرس یا Contraction را نداریم. در مرحله بعد همه نواحی همپوشان زیرشبکه شناسایی شده و به ازای هر یک، یک "باکس همپوشان" در قسمت OLS و نیز یک زیرشبکه در لایه بعد ایجاد می‌شود. "باکس همپوشان" محدوده ناحیه همپوشان را مشخص می‌کند و زیرشبکه ایجادشده نیز با استفاده از نمونه‌های موجود در این ناحیه آموزش می‌یابد. در نهایت زیرشبکه z با استفاده از یال e_j که همواره دارای وزنی برابر ۱ است به زیرشبکه والد خود متصل شده و عملکرد آن

در این رابطه c_i تابع عضویت به دست آمده از قسمت CLS شبکه است که از (۱۲) و o_i تابع عضویت قسمت جبرانی است که از (۱۳) به دست می‌آید

$$c_k = \max_{j=1 \dots m} b_j u_{kj} \quad (۱۲)$$

$$o_k = \min(c_{oi}, c_{ci}) \quad (۱۳)$$

در این رابطه نیز c_{ci} و c_{oi} به ترتیب با استفاده از (۱۴) و (۱۵) محاسبه می‌شوند

$$c_{oi} = \min_{j=1 \dots k} (d_j y_{ji}) \quad (۱۴)$$

$$c_{ci} = \min_{j=1 \dots k} (e_j z_{ji}) \quad (۱۵)$$

در این روابط خروجی گره‌های d با d_j و خروجی گره‌های e با e_j مشخص شده که به ترتیب در قسمت‌های OCN و CCN قرار داشته و طبق (۱۶) و (۱۷) محاسبه می‌شوند

$$d_{jp} = U(b_j(A_h, v_j, w_j) - 1) \times (-1 + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \max(\frac{a_{hi}}{w_{pi}}, \frac{v_{pi}}{a_{hi}})) \quad (۱۶)$$

$$e_j = -1 \times U(b_j(A_h, v_j, w_j) - 1) \quad (۱۷)$$

در این روابط V_j و W_j به ترتیب نقاط min و max ناحیه همپوشان بوده و A_h نمونه آزمایشی است. w_{pi} و v_{pi} نیز به ترتیب نشان‌دهنده نقاط min و max هاپیرباکس p در بعد i هستند. در شکل ۸ نحوه کلاس‌بندی محدوده محصور بین دو هاپیرباکس از دو کلاس مختلف را مشاهده می‌کنید.

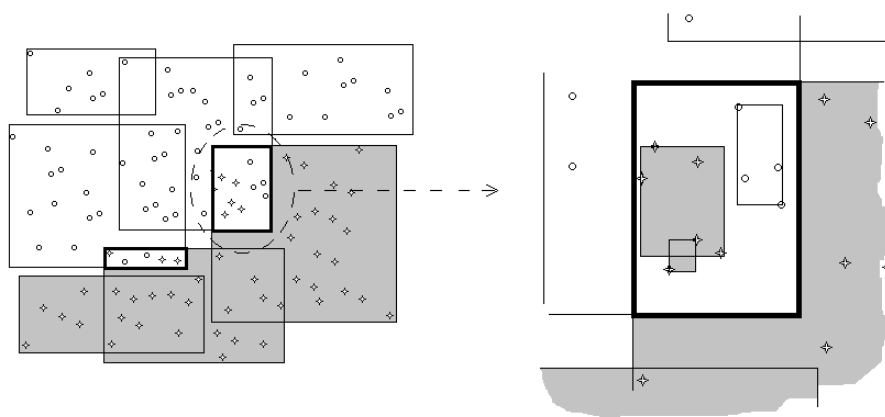
در سال‌های اخیر روش‌های دیگری بر پایه این روش ارائه شده که با انجام تغییراتی، نتایج آن را بهبود داده‌اند که از آن جمله می‌توان به [۳۱] اشاره نمود که از یک تابع عضویت شعاع محور در هاپیرباکس‌ها استفاده کرده و تغییراتی را در نحوه مدیریت نواحی همپوشان انجام داده است. نتایج به دست آمده از پیاده‌سازی این روش‌ها نشان‌دهنده بهبود نسبی نتایج نسبت به روش‌های مشابه قبلی است هرچند که این روش‌ها نیز دارای مشکلاتی هستند که از جمله می‌توان به عدم مدیریت مناسب نواحی همپوشان و دقت و سرعت پایین در مقایسه با روش‌های قبلی اشاره نمود.

۲-۲ روش MLF

روش MLF^۱ که در ۲۰۱۴ ارائه شده [۱۵] نگاه متفاوتی به مسأله

2. Hyper Box Section
3. Overlap Section

1. Multi-Level Fuzzy Min-Max



شکل ۹: نحوه مدیریت نواحی همپوشان و طبقه‌بندی نمونه‌های آنها در لایه بعدی شبکه برگرفته شده از [۱۵].

است که سادگی شبکه‌های ابتدایی FMM را نداشته و برای استفاده در سیستم‌هایی که نیاز یکی مدل ساده‌تر داریم، مانند سیستم‌های جاسازی شده و سیستم‌های Real Time مناسب نباشد.

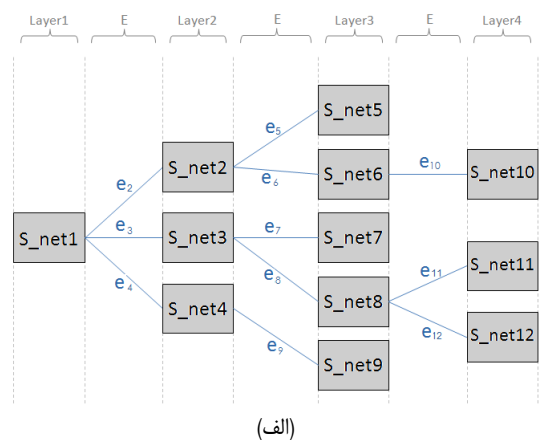
در ادامه روشی را معرفی می‌کنیم که مانند روش MLF، داده‌های موجود در نواحی همپوشان را مجدداً آموزش می‌دهد ولی برای اجتناب از مشکلات گفته‌شده از ساختار ساده‌تری بهره می‌برد.

۳- روش شبکه عصبی فازی مین-ماکس چندلایه وزن‌دار

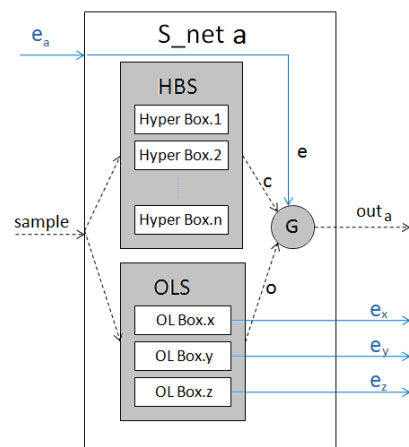
در اینجا روش شبکه عصبی فازی مین-ماکس چندلایه وزن‌دار که از این پس WL-FMM نامیده می‌شود ارائه می‌گردد. در این روش بالابودن همزمان دو معیار "دقت" و "سادگی ساختار" شبکه مد نظر بوده و با توجه به منطقه‌ای از فضای نمونه که کار دسته‌بندی در آن انجام می‌شود از باکس‌هایی با اندازه متفاوت و در سطوح مختلف شبکه استفاده می‌کنیم. به طوری که در نواحی غیر مرزی و یکنواخت که تنها نمونه‌های عضو یک کلاس حضور دارند، دسته‌بندی با باکس‌های بزرگ و در نواحی مرزی که نمونه‌های کلاس‌های مختلف به هم نزدیک بوده و احتمالاً در هم فرورفتگی دارند، کار دسته‌بندی با استفاده از باکس‌های کوچک و با دقت بالایی انجام می‌شود. برای اجتناب از مشکلات روش MLF این کار در هر لایه فقط یک بار انجام می‌شود، به این معنی که در اینجا ساختار درختی نخواهیم داشت و همه نمونه‌های سطح i ام که در ناحیه همپوشان قرار گرفته‌اند با استفاده از یک شبکه واحد که در سطح $i+1$ ام قرار دارد مدیریت می‌گردند (بازآموزی). در این روش نیز مانند سایر روش‌های FMM، همه باکس‌ها در فاز آموزش ایجاد و تنظیم شده و در فاز آزمایش از آنها استفاده می‌کنیم. همچنین هایپرباکس‌های تولیدشده در سطوح مختلف در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند. تنها تفاوت هایپرباکس‌های سطوح بالاتر، وزن بیشتر در یال خروجی آنها خواهد بود که باعث می‌شود نمونه‌هایی که داخل این هایپرباکس‌ها قرار می‌گیرند، (در مقایسه با هایپرباکس‌های سطوح قبلی) میزان تعلق بیشتری به کلاس‌های این هایپرباکس‌ها داشته باشند. شکل ۱۱ این مسئله را نشان می‌دهد.

۳-۱ ساختار شبکه

همان‌طور که گفته شد این شبکه از یک ساختار بسیار ساده مشابه ساختار FMM اولیه استفاده می‌کند. تنها تفاوت ساختار شبکه پیشنهادی با ساختار FMM اولیه، در وزن یال‌های بین لایه میانی و لایه پایانی است. در اینجا با اختصاص وزن بالاتر به گره‌هایی که در سطوح بعدی شبکه تشکیل می‌شوند، لایه‌های مجازی شبکه شکل می‌گیرد به طوری



(الف)



(ب)

شکل ۱۰: (الف) ساختار درختی شبکه MLF و (ب) ساختار داخلی یک زیرشبکه [۱۵].

توسط همین یال کنترل می‌شود. به همین ترتیب تابع آموزش زیرشبکه‌های مختلف را در لایه‌های مختلف ایجاد می‌کند.

این روش دقت بهتری نسبت به سایر شبکه‌های FMM ارائه نموده است به طوری که شبکه‌های FMM را به یک ابزار بسیار قوی در زمینه یادگیری ماشین و شناسایی الگو تبدیل کرده است، ولی علی‌رغم این نقاط مثبت، مشکلاتی را به همراه دارد که بیشتر آنها ناشی از پیچیدگی بالای ساختار این شبکه‌ها می‌شود. به طور مثال وقتی ترکیب نمونه‌ها به صورتی باشد که نمونه‌های زیادی در نواحی مرزی داشته باشیم، تعداد بسیار زیادی از باکس‌های همپوشان تولید می‌شوند که با یکدیگر همپوشانی دارند. وجود این همپوشانی‌ها باعث یادگیری چندباره نمونه‌های واقع شده در این نواحی می‌گردد که تأثیری در عملکرد سیستم ندارد و تنها پیچیدگی مدل را افزایش می‌دهد. از طرفی ساختار طراحی شده به گونه‌ای

لایه‌های مختلف شبکه ایجاد می‌شوند. در این روش بر خلاف روش‌های پیشین، مقابله و مدیریت نواحی همپوشان هر لایه از شبکه به بعد از ایجاد و تنظیم همه باکس‌های موجود در آن شبکه موکول می‌شود.

فاز آموزش شامل دو زیربخش اصلی "ایجاد و تنظیم باکس‌ها" و "مدیریت نواحی همپوشان" است که در بخش "ایجاد و تنظیم باکس‌ها" به ازای هر یک از نمونه‌های ورودی، مرحله Extension را تکرار می‌کنیم تا باکس‌های مربوط به لایه جاری را ایجاد و تنظیم کنیم و پس از آن در بخش "مدیریت نواحی همپوشان" تمامی نواحی همپوشان موجود بین باکس‌های لایه جاری را بررسی کرده و همه نمونه‌های حاضر در این نواحی را شناسایی می‌کنیم. از نمونه شناسایی‌شده به عنوان نمونه‌های آموزشی لایه بعدی استفاده کرده و لایه بعدی شبکه را ایجاد می‌کنیم. نحوه ایجاد لایه بعدی دقیقاً شبیه مرحله ایجاد لایه قبلی بوده و هایپرباکس‌های ایجادشده در این لایه (با اختصاص وزن مناسب) به مجموعه هایپرباکس‌های شبکه اضافه می‌گردند.

در این روش برای کنترل حداکثر میزان بزرگی هایپرباکس‌ها از (۶) استفاده شده است. البته ذکر این نکته ضروری است که برای اطمینان از کوچک بودن باکس‌های زیرشبکه فرزند نسبت به باکس‌های والد (برای دستیابی به دقت بیشتر در لایه‌های بعدی)، برای تعیین حداکثر اندازه باکس‌ها در لایه فرزند از (۱۹) استفاده می‌کنیم.

فرایند یادگیری به صورت بازگشتی تا زمانی که یکی از شرایط پایان الگوریتم رخ دهد انجام می‌شود. شرایط پایان در نظر گرفته شده می‌تواند یکی از موارد زیر بوده و یا ترکیبی از آنها باشد:

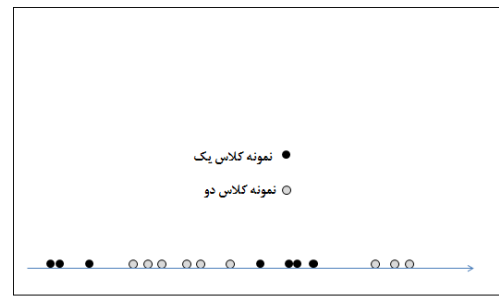
(الف) اگر تعداد نمونه‌های باقی‌مانده در ناحیه همپوشان لایه جاری کمتر از K باشد الگوریتم متوقف گردد (k یک عدد کوچک است).

(ب) اگر تعداد نمونه‌های باقی‌مانده در ناحیه همپوشان لایه جاری کمتر از P درصد نمونه‌های آموزشی واردشده به لایه باشد الگوریتم متوقف شود.

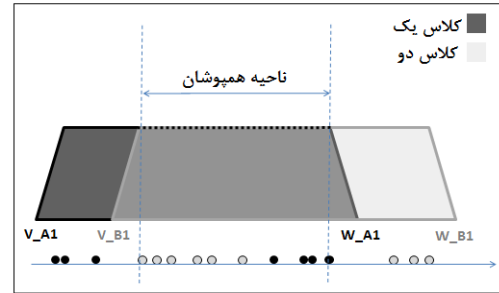
در شکل ۱۲ بلوک دیاگرام مربوط به فاز آموزش نشان داده شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود وجوه تمایز روش ارائه‌شده با روش MLF [۱۵] در ساختار هایپرباکس‌های مورد استفاده و همچنین نحوه مدیریت نواحی همپوشان است به این صورت که در این روش از هایپرباکس‌های وزن‌دار در یک ساختار خطی استفاده می‌شود. همچنین در روش ارائه‌شده بر خلاف روش مذکور، در مورد تمامی نمونه‌هایی که در نواحی همپوشان قرار دارند به صورت یک جا تصمیم‌گیری می‌شود. بنابراین در این روش نیازی به استفاده از ساختار درختی نبوده و همه هایپرباکس‌ها در یک سطح قرار می‌گیرند، در صورتی که در روش MLF برای هر یک از نواحی همپوشان یک زیرشبکه مستقل تشکیل شده و نمونه‌های موجود در آن ناحیه، هایپرباکس‌های مربوط را ایجاد می‌نمایند. از طرف دیگر هر یک از هایپرباکس‌های مورد استفاده در روش ارائه‌شده، وزن به خصوص خود را دارند که باعث بهبود کارایی در بخش مدیریت نواحی همپوشان می‌گردد.

۳-۳ فاز آزمایش

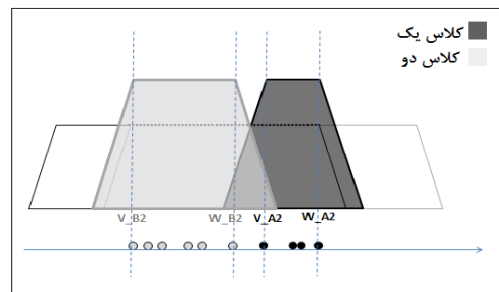
همان طور که قبلاً گفته شد در روش ارائه‌شده، خروجی شبکه لزوماً در لایه آخر مشخص نمی‌شود بلکه با توجه به مختصاتی از فضای نمونه که نمونه آزمایشی در آن واقع شده و همچنین با توجه محدوده تحت پوشش هایپرباکس‌های موجود در لایه‌های مختلف شبکه، بهترین لایه از شبکه برای تعیین خروجی انتخاب شده و خروجی آن به عنوان خروجی کل



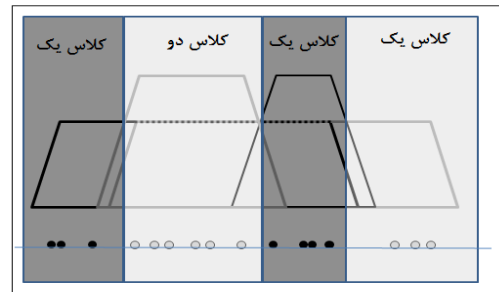
(الف)



(ب)



(ج)



(د)

شکل ۱۱: نحوه عملکرد الگوریتم ارائه‌شده، (الف) نمونه‌های آموزشی، (ب) دو هایپرباکس تشکیل‌شده در سطح اول برای دو کلاس مختلف، (ج) هایپرباکس‌های تشکیل‌شده در سطح دوم برای دو کلاس با وزن بیشتر و (د) نحوه کلاس‌بندی فضای نمونه.

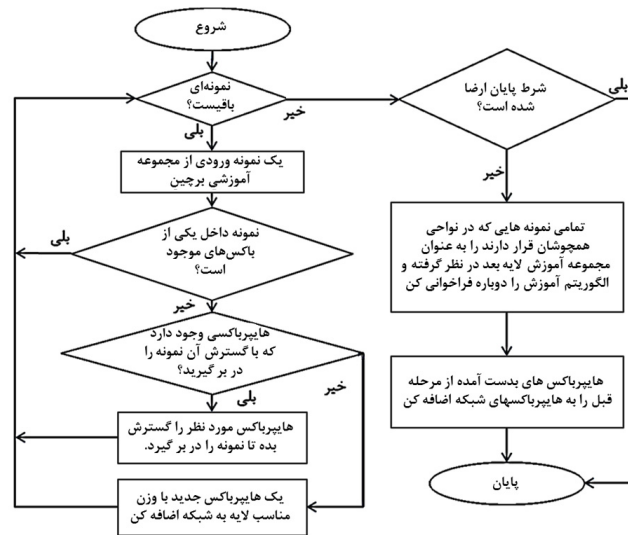
که هایپرباکس‌هایی که در لایه پایانی قرار می‌گیرند بیشترین و لایه ابتدایی شبکه کمترین وزن یال را به خود اختصاص می‌دهند. بنابراین ساختار شبکه پیشنهادی همان ساختار نشان داده شده در شکل ۲-۲ ب بوده و مقادیر U طبق رابطه زیر محاسبه می‌گردد

$$u_{ij} = \begin{cases} \sqrt[l]{l} & , \text{if } (b_j^i \in C_j) \\ 0 & , \text{if } (b_j^i \notin C_j) \end{cases} \quad (20)$$

که b_j^i نام هایپرباکس مربوط و l شماره لایه هایپرباکس است.

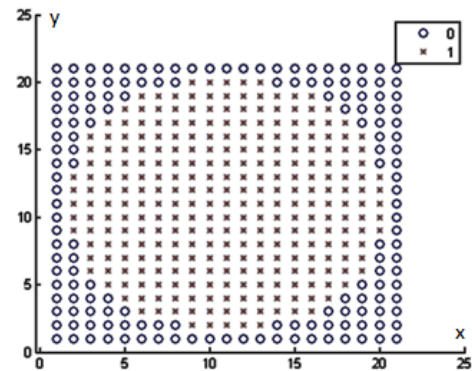
۳-۲ فاز آموزش

در فاز آموزش، ساختار شبکه شکل گرفته و زیرشبکه‌های مذکور در

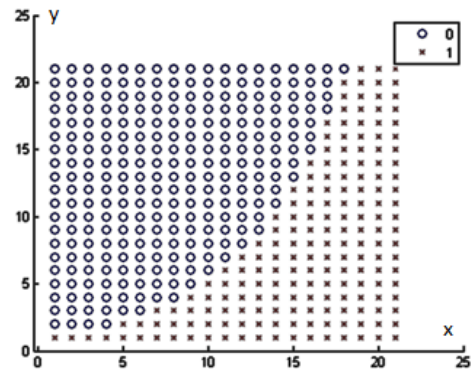


شکل ۱۲: بلوک دیاگرام مربوط به فاز آموزش روش پیشنهادی.

پیشنهادی (WL-FMM) می‌پردازیم که با توجه به این که کارایی بالای روش‌های FMM در مقایسه با سایر روش‌های طبقه‌بندی در منابع مختلف نشان داده شده است [۶] تا [۹] و [۱۹]، عملکرد روش پیشنهادی را تنها در مقایسه با روش‌های قبلی FMM مورد ارزیابی قرار می‌دهیم. برای انجام این بررسی از داده‌های واقعی موجود در اینترنت مانند Iris و Wine، Glass، Breast Cancer [۳۲] استفاده شده و برای اطمینان بیشتر از دو مجموعه داده دوبعدی (به صورت اشکال خاص) نیز استفاده شده است که شامل یک دایره به شعاع ۹/۵ و یک تابع نمایی $(y < e^{x/6})$ است که هر یک در یک ماتریس 21×21 ایجاد شده و به ترتیب در شکل ۱۳- الف و ۱۳- ب نشان داده شده‌اند.



(الف)



(ب)

شکل ۱۳: (الف) داده‌های ایجادشده با استفاده از رابطه دایره و (ب) داده‌های ایجادشده با استفاده از یک رابطه نمایی.

در تمام آزمایش‌های انجام‌گرفته در این تحقیق از روش ۳-fold برای آزمایش روش‌های مورد بحث استفاده شده است به طوری که داده‌های موجود به سه دسته مساوی تقسیم شده و در هر بار آزمایش یکی از دسته‌ها به عنوان داده آزمایش و مابقی داده‌ها به عنوان داده‌های آموزش استفاده شده‌اند. برای مقایسه کارایی آنها از پارامترهایی مانند "میزان خطای طبقه‌بندی"، "تعداد هایپرباکس تولیدشده" و "زمان اجرا" بهره گرفته شده است. هر یک از پارامترهای مذکور به ازای بازه صفر تا یک از ضریب گسترش هایپرباکس‌ها (θ) مورد ارزیابی قرار گرفته و نتایج هر یک به همراه توضیحات مکفی در بخش‌های مربوطه آمده است و در پایان این بخش نیز نتایج کلی آزمایش‌ها را خواهیم دید.

الگوریتم MLF نسبت به سایر روش‌هایی که قبلاً در این حوزه ارائه شده‌اند از کارایی بالاتری برخوردار است [۱۵] و با توجه به اصلاحاتی که در روش ارائه‌شده (WL-FMM) نسبت به روش MLF داده شده است، انتظار داریم روش ارائه‌شده از نظر پیچیدگی زمانی و محاسباتی از عملکرد بهتری برخوردار باشد.

۴-۱ میزان خطای طبقه‌بندی

خطای طبقه‌بندی همواره یکی از مهم‌ترین پارامترهای مقایسه کارایی روش‌های طبقه‌بندی بوده است. در این قسمت میزان خطای طبقه‌بندی روش‌های مختلف FMM مورد بررسی قرار گرفته و بخشی از نتایج

$$C_k = \bigcup_{j=1 \dots m} b_j u_{jk} \quad (21)$$

که در آن u_{jk} وزن یال متصل‌کننده هایپرباکس j به گره پایانی k بوده و b_j معادل مقدار تابع عضویت هایپرباکس j است.

۴-۲ نتایج آزمایشی

در این قسمت به بررسی نتایج به دست آمده از پیاده‌سازی روش

ساختاری بسیار متفاوت استفاده می‌کند ولی برای مدیریت نواحی همپوشان از رویه‌ای مشابه با روش MLF (البته با تعداد هایپرباکس‌های کمتر) استفاده می‌نماید. بنابراین چنانچه ملاحظه می‌شود تفاوت زیادی از نظر دقت طبقه‌بندی، بین روش ارائه‌شده و روش MLF وجود ندارد ولی در مواردی مانند آنچه در مورد مجموعه داده دایره مشاهده می‌شود به دلیل نوع پراکندگی نمونه‌های این مجموعه روش MLF جواب بهتری ارائه داده است به طوری که روش ارائه‌شده به دلیل استفاده از هایپرباکس‌های وزن‌دار و دقیق در نواحی مرزی، از خطاهای کمتری در این نواحی برخوردار بوده و در مجموعه داده‌هایی که نواحی مرزی گسترده‌تری دارند از عملکرد بهتری برخوردار است.

۴-۲ تعداد هایپرباکس تولیدشده

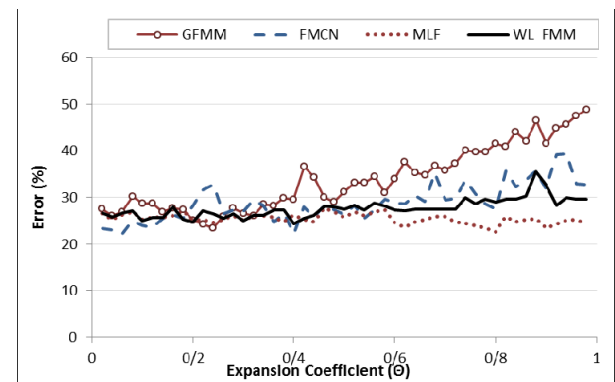
در روش‌های مورد بحث برای محاسبه پیچیدگی مکانی می‌توان از تعداد باکس‌ها (هایپرباکس‌های و گره‌های تولیدشده) استفاده کرد. این باکس‌ها و گره‌ها طی فرایند آموزش تولید شده و در فاز آزمایش مورد استفاده قرار می‌گیرند، بنابراین این باکس‌ها ذخیره شده و هزینه مکانی به همراه خواهند داشت.

با توجه به این که روش ارائه‌شده در مناطق مرزی از هایپرباکس‌های کوچک استفاده می‌کند، برای پوشش‌دادن این نواحی از تعداد زیادی هایپرباکس استفاده می‌شود و بنابراین در این روش، تعداد هایپرباکس تولیدشده به میزان مناطق مرزی موجود در فضای نمونه بستگی خواهد داشت. در شکل ۱۵ نمودارهای مربوط به تعداد باکس‌های تولیدشده توسط هر یک از الگوریتم‌های مورد مقایسه را مشاهده می‌کنید. در آزمایش‌های این قسمت و آزمایش‌های بعدی این نوشته، از ۵۰ درصد نمونه‌ها که به صورت تصادفی انتخاب شده‌اند برای آموزش شبکه‌ها و از باقی نمونه‌ها برای آزمایش آنها استفاده شده است.

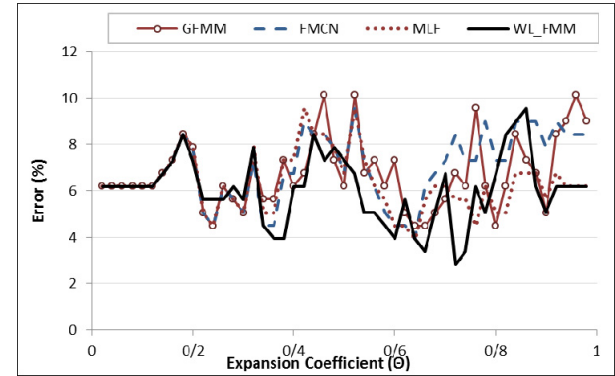
همان‌طور که مشاهده می‌شود تعداد هایپرباکس تولیدشده در روش پیشنهادی برای مجموعه داده‌های Iris، Wine، Thyroid بسیار پایین بوده و در حد تعداد هایپرباکس‌های تولیدشده در روش FMM بوده است. ولی در مجموعه داده تابع نمایی که به صورت مصنوعی ایجاد شده، به دلیل نسبت بالای تعداد نمونه‌های آموزشی به تعداد ابعاد، سطح وسیعی از مناطق مرزی بین دو کلاس ایجاد گردیده و از هایپرباکس‌های زیادی برای انجام طبقه‌بندی استفاده شده است. دلیل دیگر این امر تعداد زیاد نمونه‌های آموزشی و همچنین حالت مورب تابع نمایی است که با ساختار هایپرباکس‌ها (که به صورت مستطیل‌هایی موازی محورها هستند) همخوانی نداشته و باعث تولید نواحی همپوشان زیادی می‌شود. این حالت در روش MLF شدیدتر است زیرا در این حالت، احتمال ایجاد همپوشانی بین نواحی همپوشانی تعریف‌شده، بالا رفته و در نتیجه همان‌طور که در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، هایپرباکس‌های زیادی در لایه‌های بعد برای پوشش این نواحی ایجاد می‌نماید.

۴-۳ زمان اجرا

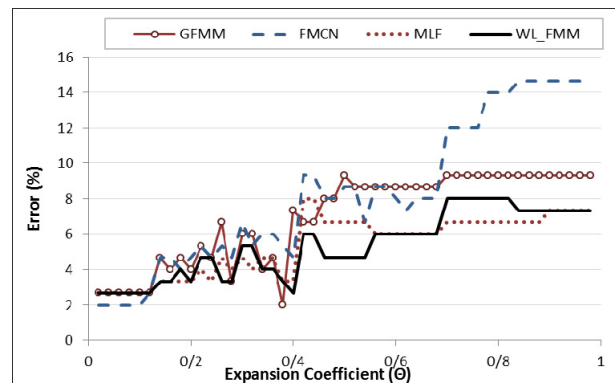
با توجه به این که طبقه‌بندی‌هایی که بر اساس FMM کار می‌کنند تک‌گذار هستند، در مقایسه با سایر روش‌های طبقه‌بندی از زمان اجرای بسیار کمی برخوردارند، به طوری که برای انجام کارهای بلادرنگ^۱ بسیار مناسب هستند. در اینجا زمان‌های به دست آمده از اجزای فاز یادگیری در شکل ۱۶ آمده است. این نمودارها از اجرای الگوریتم‌های مورد بحث



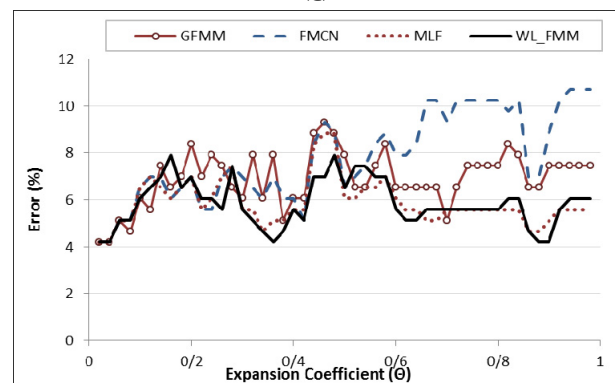
(الف)



(ب)



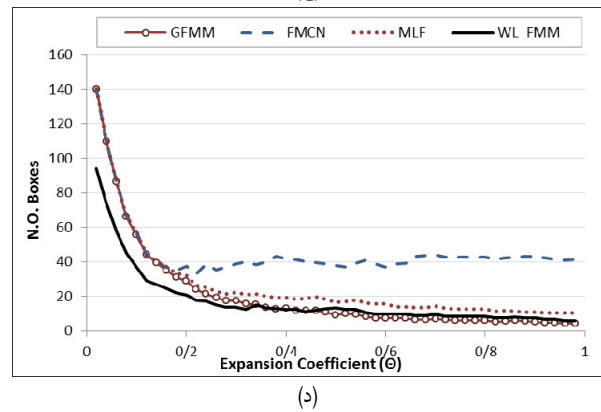
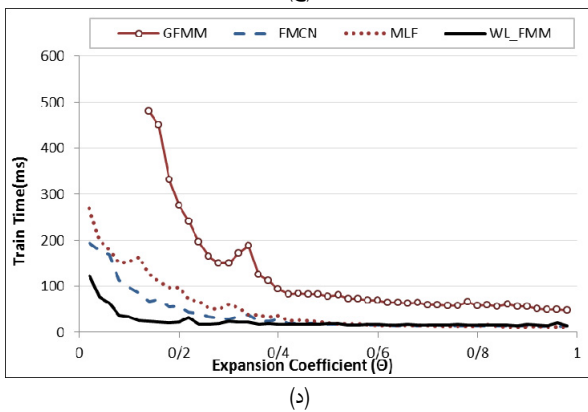
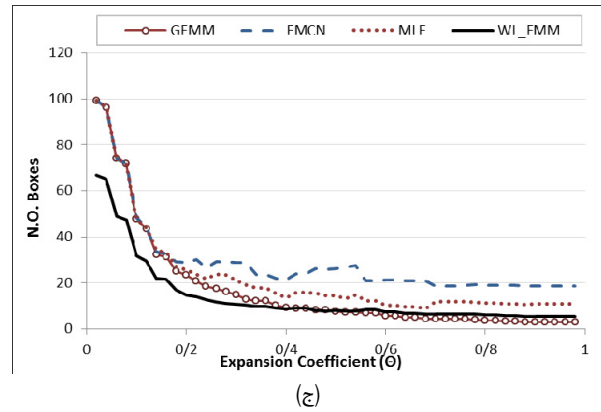
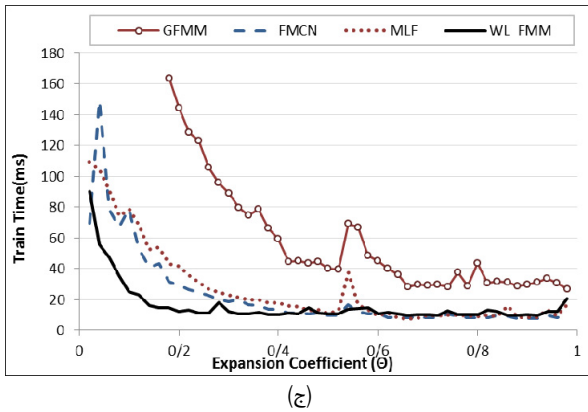
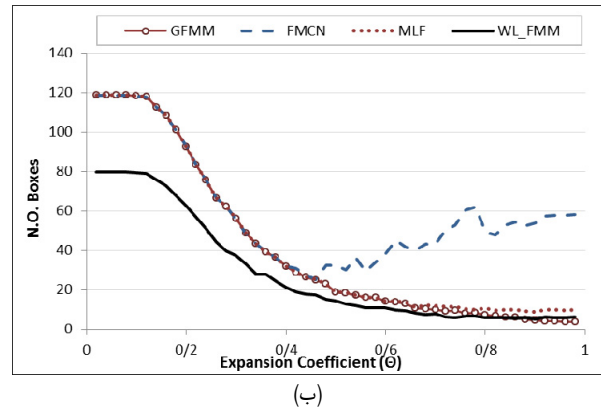
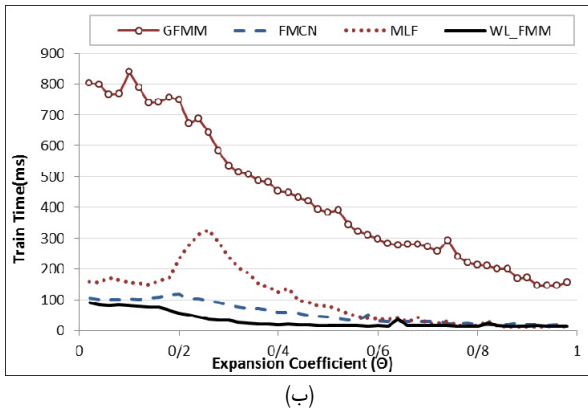
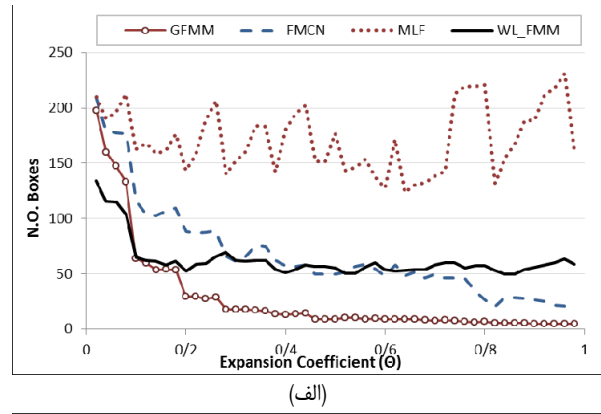
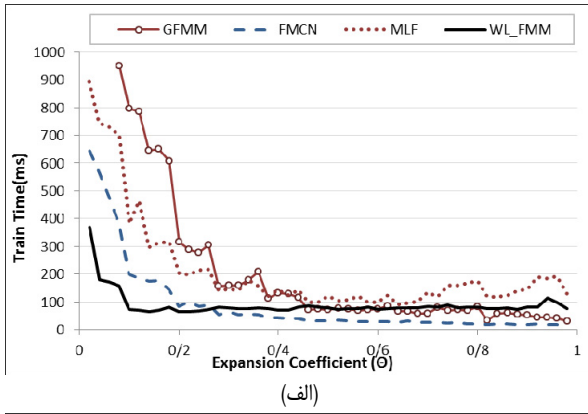
(ج)



(د)

شکل ۱۴: نمودارهای مقایسه خطای طبقه‌بندی برای مجموعه داده‌های (الف) Exponential، (ب) Wine، (ج) Iris و (د) Thyroid.

حاصل به ازای θ های مختلف و برای روش‌های بحث‌شده در نمودارهای نشان داده شده در شکل ۱۴- الف تا شکل ۱۴- د آمده است. در این شکل‌ها نتایج حاصل از اجرای روش‌های فوق روی داده‌های Iris، Thyroid، Wine و رابطه نمایی ایجادشده (شکل ۱۳- ب) را می‌بینید. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، روش ارائه‌شده نسبت به روش MLF از



شکل ۱۶: نمودارهای مقایسه زمان یادگیری برای مجموعه داده‌های (الف) Exponential، (ب) Circle، (ج) Iris و (د) Thyroid.

شکل ۱۵: نمودارهای مقایسه تعداد هایپرباکس‌های تولیدشده برای مجموعه داده‌های (الف) Exponential، (ب) Wine، (ج) Iris و (د) Thyroid.

۴-۴ نتایج کلی

در این قسمت نتایج کلی به دست آمده از اجرای روش‌های مورد بحث بر روی داده‌های Thyroid، Cancer، Breast، Glass، Wine، Iris و دو مجموعه داده ایجادشده را در قالب جدول ۱ مشاهده می‌کنید که در

بر روی کامپیوتری با پردازنده ۱٫۳ MHz core۲ و با حافظه اصلی ۴ GB به دست آمده است.

همان طور که در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود روش ارائه‌شده علی‌رغم داشتن دقت خوب در طبقه‌بندی، در بین روش‌های مقایسه‌شده، زمان اجرای پایین‌تری نسبت به سایر روش‌ها داشته و در مواردی بسیاری در بین این روش‌ها کمترین مدت زمان اجرا را ارائه داده است.

جدول ۱: مقایسه کارایی روش ارائه‌شده و روش‌های مختلف FMM بر روی داده‌های مختلف.

Data Set	Method	Miss classification (%)			Number of boxes (Average)	Time (ms) (Average)
		Max	Min	Average		
Iris	GFMM	۹,۳۳	۲,۰۰	۶,۹۴	۱۶,۵۰	۵۴,۳۹
	FMCN	۶۷,۱۴	۲,۰۰	۸,۳۱	۲۸,۴۴	۲۱,۹۵
	MLF	۸,۰۰	۲,۶۷	۵,۴۰	۲۱,۷۰	۲۵,۷۱
	WL-FMM	۸,۰۰	۲,۶۷	۵,۳۶	۱۳,۱۸	۱۵,۶۳
Breast Cancer	GFMM	۱۰,۹۸	۳,۶۶	۵,۷۷	۱۰,۴۰۷	۵۳۴۱,۰۷
	FMCN	۶,۸۸	۴,۲۵	۵,۰۸	۱۳۷,۷۰	۳۳۱,۶۶
	MLF	۵,۵۶	۲,۹۳	۴,۳۱	۱۲۲,۱۴	۵۷۳,۳۷
	WL-FMM	۵,۴۲	۳,۸۱	۴,۵۳	۷۵,۸۵	۱۶۵,۶۷
Wine	GFMM	۱۰,۱۱	۴,۴۹	۶,۷۴	۳۹,۶۷	۴۱۸,۱۸
	FMCN	۹,۵۵	۳,۹۳	۶,۹۶	۵۹,۳۶	۵۳,۸۳
	MLF	۹,۵۵	۳,۹۳	۶,۳۳	۴۰,۹۷	۹۹,۰۴
	WL-FMM	۹,۵۵	۲,۸۱	۶,۰۴	۲۷,۳۸	۳۰,۷۱
Glass	GFMM	۵۵,۶۱	۳۲,۲۴	۴۶,۵۸	۳۱,۳۳	۲۸۴,۳۸
	FMCN	۷۰,۵۶	۳۳,۱۸	۵۳,۴۶	۱۲۰,۲۲	۴۸,۶۳
	MLF	۴۶,۲۶	۳۰,۳۷	۳۸,۲۵	۷۴,۷۷	۱۰۳,۹۶
	WL-FMM	۴۵,۷۹	۳۲,۲۴	۳۷,۷۱	۳۰,۶۳	۳۵,۱۷
Ionosphere	GFMM	۶۴,۶۷	۳۵,۹۰	۴۷,۹۲	۹۸,۲۸	۱۶۷۸,۷۷
	FMCN	۲۰,۲۳	۱۳,۳۹	۱۵,۸۴	۲۰,۳۶۳	۳۱۰,۹۷
	MLF	۱۹,۹۴	۱۱,۶۸	۱۴,۹۰	۱۰,۳۸۲	۳۶۵,۴۳
	WL-FMM	۳۰,۷۷	۱۱,۶۸	۱۷,۰۴	۶۴,۹۹	۱۲۶,۵۲
Thyroid	GFMM	۹,۳۰	۴,۱۹	۶,۸۸	۲۰,۰۸	۱۱۲,۰۱
	FMCN	۱۰,۷۰	۴,۱۹	۷,۸۱	۴۴,۶۶	۳۶,۴۳
	MLF	۸,۸۴	۴,۱۹	۵,۸۹	۲۵,۲۰	۴۹,۱۵
	WL-FMM	۷,۹۱	۴,۱۹	۵,۸۴	۱۶,۷۳	۲۲,۳۵
Circle ($x^2 + y^2 < 9, \delta^2$)	GFMM	۳۶,۹۸	۲۳,۷۶	۳۰,۱۶	۲۷,۲۰	۱۸۰,۳۰
	FMCN	۴۰,۵۰	۲۳,۱۴	۳۲,۴۵	۶۶,۶۲	۹۱,۴۴
	MLF	۲۸,۳۱	۱۹,۲۱	۲۲,۳۷	۱۷۴,۲۴	۲۲۰,۸۱
	WL-FMM	۳۸,۲۲	۲۷,۸۹	۳۲,۴۸	۶۳,۴۴	۸۵,۶۷
Exponential ($y < e^{\frac{x}{2}}$)	GFMM	۴۰,۲۹	۲۵,۰۰	۳۲,۹۴	۲۷,۰۷	۳۴۶,۰۷
	FMCN	۳۹,۰۵	۲۲,۷۳	۳۲,۳۰	۶۴,۸۹	۸۹,۸۱
	MLF	۲۹,۷۵	۱۹,۴۲	۲۴,۱۱	۱۶۸,۳۳	۲۰۸,۰۱
	WL-FMM	۳۵,۵۴	۲۵,۰۰	۳۱,۳۲	۶۱,۰۲	۸۷,۲۱

قبلی شبکه‌های FMM ارائه شده با این تفاوت که از ساختار ساده‌تری استفاده کرده و با استفاده از وزن‌دهی به یال خروجی هایپرباکس‌ها، رویکرد مناسبی برای مدیریت نواحی همپوشان در پیش می‌گیرد. تغییرات انجام‌گرفته به نحوی است که ضمن داشتن دقت بالا در طبقه‌بندی، در مدت زمان کوتاه‌تری نمونه‌ها را آموزش داده و پیچیدگی ساختاری روش‌های قبلی را ندارد.

نتایج به دست آمده از پیاده‌سازی این روش و مقایسه آن با سایر روش‌های FMM حاکی از کاهش محسوس زمان یادگیری و میزان حافظه مصرف‌شده برای ذخیره مدل است. ضمن این که روش ارائه‌شده در طبقه‌بندی مجموعه داده‌های طبیعی از دقت بسیار خوبی برخوردار بوده و در اکثر موارد در بین روش‌های مورد بحث بهترین عملکرد را داشته است.

با توجه به کارایی بالای روش پیشنهادی می‌توان از این نوع شبکه‌ها در اکثر کاربردهای یادگیری ماشین بهره جست. به خصوص این که با توجه به سرعت بالای این روش می‌توان از آن در سیستم‌های بلادرنگ استفاده نمود. همچنین به دلیل حجم کم و دقت مناسب این شبکه‌ها

هر قسمت بهترین جواب به دست آمده به صورت پررنگ^۱ مشخص شده است.

همان طور که مشاهده می‌شود روش ارائه‌شده در بین روش‌های مورد بررسی و در تمامی آزمایش‌های انجام‌شده دارای بهترین زمان یادگیری و کمترین تعداد هایپرباکس‌هاست. ضمن این که در اکثر قریب به اتفاق موارد، دقت روش ارائه در بهتر از سایر روش‌ها بوده یا حداقل هم‌تراز با روش MLF است (به خصوص در مورد مجموعه داده‌های اخذشده از [۳۲] که نمونه‌های آنها از طبیعت جمع‌آوری شده‌اند). بنابراین روش ارائه‌شده ضمن کاهش پیچیدگی شبکه نسبت به روش‌های مشابه از دقت بالایی برخوردار است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش شبکه عصبی فازی مین- ماکس چندسطحی با باکس‌های وزن‌دار (WL-FMM) ارائه شد. این روش بر پایه روش‌های

1. Bold

می‌توان از آنها در سیستم‌های سخت‌افزاری و یا سیستم‌هایی که با حجم بالایی از داده‌ها مواجه هستند، استفاده نمود.

مراجع

- [24] J. Hu, J. Yang, and J. Gao, "Ordination-fuzzy min-max neural network classifier on unlabelled pattern classification," *Moshi Shibie yu Rengong Zhineng/Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 20, no. 2, pp. 173-179, Feb. 2007.
- [25] J. Yang, J. Gao, X. H. Xu, and X. Liu, "Hierarchical fuzzy min-max clustering algorithm," *Moshi Shibie yu Rengong Zhineng/Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 20, no. 4, pp. 558-564, Apr. 2007.
- [26] A. Quteishat and C. P. Lim, "A modified fuzzy min-max neural network with rule extraction and its application to fault detection and classification," *Applied Soft Computing J.*, vol. 8, no. 2, pp. 985-995, Mar. 2008.
- [27] R. Zemouri, D. Racoceanu, N. Zerhouni, E. Minca, and F. Filip, "Training the recurrent neural network by the fuzzy min-max algorithm for fault prediction," in *Proc. 2nd Mediterranean Conference on Intelligent Systems and Automation. CISA'09*, pp. 85-90, Zarzis, Tunisia, 23-25 Mar. 2009.
- [28] X. Ge and E. J. Ding, "Research on parameters of fuzzy min-max neural networks," *Kongzhi yu Juece/Control and Decision*, vol. 25, no. 8, pp. 295-298, Aug. 2010.
- [29] A. Quteishat, C. P. Lim, and K. S. Tan, "A modified fuzzy min-max neural network with a genetic-algorithm-based rule extractor for pattern classification," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics Part A: Systems and Humans*, vol. 40, no. 3, pp. 641-650, May 2010.
- [30] P. Rey-del-Castillo and J. Cardenosa, "Fuzzy min-max neural networks for categorical data: application to missing data imputation," *Neural Computing and Applications*, vol. 21, no. 6, pp. 1349-1362, Sep. 2012.
- [31] R. Davtalab, M. Parchami, M. H. Dezfoulian, M. Mansourizadeh, and B. Akhtar, "M-FMCN: modified fuzzy min-max classifier using compensatory neurons," in *the Proc. of the 11th WSEAS International Conf. on Artificial Intelligence, Knowledge Engineering and Data Bases, Cambridge, UK*, pp. 77-82, Feb. 2012.
- [32] C. Blake, E. Keogh, and C. Merz, *UCI Repository of Machine Learning Databases*, Irvine: Department of Information and Computer Science, University of California, 1998.
- رضا داوطلب** در سال ۱۳۸۶ مدرک کارشناسی مهندسی کامپیوتر خود را از دانشگاه آزاد شبستر و در سال ۱۳۹۰ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی کامپیوتر خود را از دانشگاه بوعلی سینا همدان دریافت نمود. پس از آن برای ادامه تحصیل در مقطع دکتری، در سال ۱۳۹۳ به عنوان سهمیه استعداد درخشان وارد دانشگاه تبریز شده و مشغول به تحصیل در این دوره است. نامبرده از سال ۱۳۹۴ تا ۱۳۹۵ نیز سابقه همکاری با مرکز تحقیقات مخابرات به عنوان عضو تیم فنی طرح جویشگر بومی را دارد. زمینه‌های علمی مورد علاقه ایشان موضوعاتی مانند شناسایی آماری الگو، شبکه‌های فازی مین-ماکس، سیستم‌های فازی و الگوریتم‌ها تکاملی است.
- محمدعلی بالافر** تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد در رشته مهندسی کامپیوتر به ترتیب در سال ۱۳۷۶ و ۱۳۸۰ در دانشگاه‌های اصفهان و تربیت مدرس به پایان رسانده و در سال ۱۳۹۰ مدرک دکتری خود را از دانشگاه یو پی ام مالزی در رشته فناوری اطلاعات و چندرسانه‌ای دریافت نموده است. دکتر بالافر هم‌اکنون استادیار گروه فناوری اطلاعات دانشگاه تبریز بوده و از سوابق علمی و اجرایی ایشان می‌توان به مدیریت گروه مهندسی فناوری اطلاعات از سال ۱۳۹۱ تا کنون اشاره نمود. از زمینه‌های کاری مورد علاقه ایشان می‌توان پردازش تصاویر پزشکی، داده-کاوی، الگوریتم‌های بهینه‌سازی تکاملی، شبکه‌های عصبی و سیستم‌های فازی را نام برد.
- محمدرضا فیضی درخشسی** در سال ۱۳۷۶ مدرک کارشناسی خود از دانشگاه اصفهان و در سال‌های ۱۳۷۹ و ۱۳۸۶ به ترتیب مدارک کارشناسی ارشد و دکتری خود را در رشته مهندسی کامپیوتر از دانشگاه علم صنعت ایران دریافت نمود. دکتر فیضی هم‌اکنون با درجه دانشیاری عضو هیأت علمی گروه مهندسی کامپیوتر دانشگاه تبریز بوده و از جمله سوابق علمی و اجرایی ایشان می‌توان به مدیریت گروه کامپیوتر دانشگاه تبریز از سال ۱۳۸۷ تا ۱۳۸۹ اشاره نمود. زمینه‌های کاری مورد علاقه ایشان الگوریتم‌های هوشمند بهینه‌سازی، پردازش زبان طبیعی، خلاصه سازی متن و گفتار، پایگاه داده‌های هوشمند و دسته‌بندی صفحات وب است.
- [1] L. A. Zadeh, "Fuzzy Sets," *Inform. and Control*, vol. 8, pp. 189-200, 1965.
- [2] J. C. Bezdek, S. K. Pal, and IEEE Neural Networks Council., *Fuzzy models for pattern recognition: methods that search for structures in data*, New York: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 1992.
- [3] J. Vieira, F. M. Dias, and A. Mota, *Neuro-Fuzzy Systems: A Survey*, 2004.
- [4] S. Mitra and Y. Hayashi, "Neuro-fuzzy rule generation: survey in soft computing framework," *Neural Networks, IEEE Trans. on*, vol. 11, no. 3, pp. 748-768, May 2000.
- [5] D. Nauck and R. Kruse, *What Are Neuro-Fuzzy Classifiers?*, 1997.
- [6] A. Bargiela, W. Pedrycz, and M. Tanaka, "An inclusion/exclusion based fuzzy hyperbox classifier," *International J. of Knowledge Based Intelligent Engineering Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 91-98, Aug. 2004.
- [7] B. Gabrys and A. Bargiela, "General fuzzy min-max neural network for clustering and classification," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 11, no. 3, pp. 769-783, May 2000.
- [8] A. V. Nandedkar and P. K. Biswas, "A fuzzy min-max neural network classifier with compensatory neuron architecture," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 18, no. 1, pp. 42-54, Jan. 2007.
- [9] P. K. Simpson, "Fuzzy min-max neural networks I: classification," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 3, no. 5, pp. 776-786, Sep. 1992.
- [10] A. Joshi, N. Ramakrishnan, E. N. Houstis, and J. R. Rice, "On neurobiological, neuro-fuzzy, machine learning, and statistical pattern recognition techniques," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 8, no. 1, pp. 18-31, Jan. 1997.
- [11] P. K. Simpson, "Fuzzy min-max neural networks, part 2, clustering," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 32-45, Feb. 1993.
- [12] A. V. Nandedkar and P. K. Biswas, "A reflex fuzzy min max neural network for semi-supervised learning," *J. of Intelligent Systems*, vol. 17, no. 1, pp. 5-18, Aug. 2008.
- [13] A. V. Nandedkar and P. K. Biswas, "A granular reflex fuzzy min-max neural network for classification," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 20, no. 7, pp. 1117-1134, Jul. 2009.
- [14] H. Zhang, J. Liu, D. Ma, and Z. Wang, "Data-core-based fuzzy min-max neural network for pattern classification," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 22, no. 12, pp. 2339-2352, Nov. 2011.
- [15] R. Davtalab, M. H. Dezfoulian, and M. Mansoorizadeh, "Multi-level fuzzy min-max neural network classifier," *IEEE Trans. Neural Netw Learn Syst*, vol. 25, no. 3, pp. 470-482, Mar. 2014.
- [16] Q. Hua, "A new union-set learning algorithm in fuzzy min-max neural networks," *Moshi Shibie yu Rengong Zhineng/Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, vol. 14, no. 4, p. 413, 2001.
- [17] B. Gabrys, "Agglomerative learning algorithms for general fuzzy min-max neural network," *J. of VLSI Signal Processing Systems for Signal, Image, and Video Technology*, vol. 32, no. 1, pp. 67-82, Aug. 2002.
- [18] A. V. Nandedkar and P. K. Biswas, "A general fuzzy min max neural network with compensatory neuron architecture," in *Proc. Int. Conf. on Knowledge-Based and Intelligent Information and Engineering Systems*, pp. 1160-1167, 2005.
- [19] P. F. Peng, L. J. Yang, and Q. G. Zhang, "Improvement and application based on general fuzzy min-max neural network," *Wuhan Ligong Daxue Xuebao/J. of Wuhan University of Technology*, vol. 26, no. 10, p. 87, Oct. 2004.
- [20] P. F. Peng, L. J. Yang, and Q. G. Zhang, "Unsupervised general fuzzy min-max artificial neural network," *Xi Tong Gong Cheng Yu Dian Zi Ji Shu/Systems Engineering and Electronics*, vol. 26, no. 10, pp. 1503-1505+1536, Oct. 2004.
- [21] G. Tang, Y. Dai, and G. Liu, "Radar range profile classification based on fuzzy min-max neural networks," *Bingong Xuebao/Acta Armamentarii*, vol. 25, no. 2, pp. 218-221, Feb. 2004.
- [22] H. J. Kim and H. S. Yang, "A weighted fuzzy min-max neural network and its application to feature analysis," in *Proc. of the First Int. Conf. on Advances in Natural Computation*, vol. 3, pp. 1178-1181, Changsha, China 27-29 Aug. 2005.
- [23] C. C. Chen, "Design of a fuzzy min-max hyperbox classifier using a supervised learning method," *Cybernetics and Systems*, vol. 37, pp. 329-346, 2006.