

اصلاح نقص ابیراهی لنز دوربین با بهره‌گیری از مومنت‌های زرنیک

کامبیز رهبر*
کریم فائز**

* دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز

** استاد، دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر تهران، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۰۱/۲۰

تاریخ پذیرش: ۱۳۸۹/۰۵/۲۸

چکیده

کاهش کیفیت تصویر در یک سامانه اپتیکی تابع پارامترهای متفاوتی از قبیل ابیرایی لنز، خطای رقمی سازی و خطای مونتاژ سامانه می باشد. از این میان مقاله حاضر قصد دارد تا به مطالعه ابیرایی لنز پرداخته و نقص ابیرایی آن را اصلاح و جبران نماید. برای این منظور مومنت‌های زرنیک جهت مدل سازی ابیرایی معرفی شده و ضرایب آن جهت تخمین در دو کلاس متقارن و نامتقارن دسته بندی می شوند. سپس این ضرایب با بهره‌گیری از آنالیز چند طیفی تخمین زده می شوند. جهت این مهم در تخمین ضرایب جملات متقارن از آنالیز tri-coherence و برای ضرایب جملات نامتقارن از آنالیز bi-coherence استفاده شده است. با مد نظر قرار دادن دقت نتایج حاصله در مقام قیاس با نتایج تخمین ابیرایی با بهره‌گیری از آنالیز چند طیفی نشان می‌دهد که روش پیشنهادی می‌تواند به دقت ۰/۱ پیکسل دست یابد.

کلمات واژگان

ابیرایی لنز، چند جمله ای زرنیک، طیف‌های مرتبه بالاتر

۱. مقدمه

در شرایط ایده آل در اپتیک هندسی تمامی پرتوهایی که از شیئی هدف ساطع می‌شوند پرده تصویر را در یک نقطه قطع می‌کنند. در عمل این مهم اغلب حاصل نمی‌شود. انحراف از مسیر ایده آل برای پرتوهای ساطع شده و لمس نقطه دیگری روی

پرده تصویر تحت عنوان ابیرایی^۱ شناخته می‌شود. ابیرایی می‌تواند در دو کلاس کلی طبقه‌بندی شود: ابیرایی تک‌رنگ^۲ و ابیرایی رنگی^۳. ابیرایی رنگی به تفوق طول موج‌های مختلف و تغییرات شاخص انکساری^۴ با آن بر می‌گردد؛ در حالی که ابیرایی تک‌رنگ تنها برای یک طول موج نور رخ می‌دهد. وجود ابیرایی در یک سامانه بینایی تأثیرات منفی زیادی به دنبال دارد. تأثیرات منفی متاثر از ابیرایی در یک سامانه اپتیکی در دو کلاس کلی قابل طرح هستند. کلاس اول مربوط به بررسی اثر ابیرایی در کاهش کیفیت تصویر حاصله می‌باشد. تصویر آلوده اغلب از ماتی محلی در نواحی مختلف خود رنج می‌برد. کلاس دوم مربوط به بزرگنمایی محلی در نواحی مختلف تصویر است که باعث کشیدگی و جمع شدگی محلی شده و موقعیت و ابعاد تصویر اشیاء را روی پرده تصویر تغییر می‌دهد. تأثیرات منفی، در کلاس اول تأثیرات نامطلوب ابیرایی معمولاً پروسه‌های پردازش تصویر را درگیر می‌کند؛ در حالی که در کلاس دوم، تأثیرات نامطلوبی روی پروسه‌های بینایی ماشین از جمله کالیبراسیون سامانه بینایی می‌گذارد.

کاهش ابیرایی راهکارهای مختلفی دارد. دسته‌ای از این راهکارها بر استفاده از پرتوهای راهنمای ویژه‌ای متکی هستند. پرتوهای مماسی^۵ و پیکانی^۶ نمونه‌ای از این پرتوها هستند. پروسه تشخیص و تعیین ابیرایی توسط این پرتوها اغلب از این مهم بهره می‌برد که پرتوهای تست از نظر هندسی تنها برخی از

^۱ Aberration

^۲ Monochromatic aberration

^۳ Chromatic aberration

^۴ Refraction

^۵ Tangential rays

^۶ Sagittal rays

مدل اعمال شود. این مهم کاربرد هایی را که نیاز به کالیبراسیون بلادرنگ دارند به چالش می کشد.

در مقابل، روش‌های مبتنی بر مدل با مدل سازی مستقل ابیراهی می‌توانند ابیراهی را به صورت موثرتری مدل کنند. مدل سازی مستقل ابیراهی این امکان را فراهم می سازد که مدل سامانه بینایی بتواند به صورت خطی تحقق یابد. ضمناً امکان کنترل بیشتر خطای منتشر شده در نتایج مدل ابیراهی نیز میسر می گردد. در مقابل، مدل‌های مستقل نیاز به پروسه کالیبراسیون خاص خود دارند. در مدل‌های مستقل جملات می‌توانند تعبیر فیزیکی داشته باشند.

پروسه مدل سازی برای روش‌های مبتنی بر مدل، خود نشأت گرفته از دو دیدگاه متفاوت است. دیدگاه اول پروسه مدل سازی را بر پایه انواع مدل‌های افکنش^۳ انجام می‌دهد. در حالی که دیدگاه دوم مبتنی بر انواع مختلف اثرات ابیراهی بر تصویر می باشد. روش‌های مبتنی بر مدل برگرفته شده از دیدگاه اول، دیدگاه مبتنی بر انواع مدل‌های افکنش، چهار مدل کلی را برای افکنش معرفی می کنند که عبارتند از: پرسپکتیو^۴، استریوگرافیک^۵، ایکوسولید^۶ و ارتوگنال^۷. در مدل‌های افکنش یاد شده تفاوت در رابطه هندسی بین ϕ ، زاویه ای است که پرتوی یک نقطه حقیقی ساطع شده از پرده شیئی پس از وارد شدن به سامانه اپتیکی با محور اپتیکی می سازد، f فاصله کانونی، و r موقعیت شعاعی تصویر نقطه شیئی روی پرده تصویر است. مدل‌هایی ابیراهی از ترکیب خطی وزنی مدل‌های یاد شده حاصل می‌شود. به عنوان نمونه کار اورخوف و همکاران [۱] در این گروه قرار می گیرد. ویژگی مهم این دیدگاه امکان پوشش طیف وسیعی از ابیراهی ها، از جمله ابیراهی‌های مربوط به لنزهای ماکرو^۸ تا ابیراهی‌های مربوط به لنزهای تله^۹ می باشد. روش‌های مبتنی بر مدل برگرفته شده از دیدگاه دوم، دیدگاه مبتنی بر انواع اثرات ابیراهی روی تصویر، اغلب از بسط تیلور برای مدل سازی ابیراهی بهره می برند.

به عنوان نمونه گرامفون [۲] و وینسنت و همکاران [۳] در کارهای خود مدل دوربین پین هول^{۱۰} را به گونه ای با بهره

ابیراهی ها را ظاهر می کنند. با تابش این پرتو ها به داخل سامانه اپتیکی و سنجش میزان انحراف در بازتابش آنها، می‌توان ابیراهی را در یک سامانه تشخیص و میزان آن را تعیین کرد. بنابراین این راهکار ها برای سنجش ابیراهی نیازمند وجود یک آینه فارغ از ابیراهی در پشت سامانه اپتیکی هستند. دسته ای دیگر از راهکار ها پروسه تشخیص و تعیین ابیراهی را صرفاً بر اساس تصویر نقش بسته بر پرده تصویر صورت می دهند. این راه کارها نیازی به پرتوهای ویژه هندسی ندارند. هر چند این روش ها اغلب نتایج ضعیف تری را ارائه می دهند، اما به واسطه عدم نیاز به پرتوهای ویژه هندسی، امکان سنجش و تعیین ابیراهی را در شرایطی که امکان بهره گیری از پرتوهای یاد شده وجود نداشته باشد، فراهم می آورند.

روش‌های کاهش ابیراهی که ابیراهی را صرفاً بر اساس تصویر نقش بسته بر پرده تصویر مورد سنجش قرار می دهند، می‌توانند در دو کلاس اصلی طبقه‌بندی شوند: (۱) روش‌های مبتنی بر مدل^۱ و (۲) روش‌های فارغ از مدل^۲. روش‌های فارغ از مدل تاثیر ابیراهی را مستقیماً در مدل سامانه بینایی وارد می کنند. بنابراین مدل سامانه بینایی به گونه ای اصلاح می گردد که تاثیر ابیراهی روی تصویر در نتایج آن تاثیری نداشته باشد. در مقابل، روش‌های مبتنی بر مدل به ارائه مدلی مستقل برای تابع ابیراهی پرداخته و مدل سامانه بینایی را تحت تاثیر آن قرار نمی دهند. به عبارتی دیگر فرض می کنند که تصویر حاصله از سامانه بینایی پس از اصلاح توسط مدل ابیراهی، فاقد هر گونه ابیراهی است و می‌تواند به عنوان تصویر ایده آل برای مدل سامانه بینایی مورد استفاده قرار گیرد.

در هر صورت هر یک از کلاس‌های بیان شده دارای مزایا و معایب خاص خود هستند. به عنوان نمونه هر چند روش‌های فارغ از مدل، با وارد کردن پارامترهای ابیراهی در مدل سامانه بینایی نیاز به کالیبراسیون مدل ابیراهی را کاهش می دهند، اما جملات اصلاح شده در مدل سامانه بینایی دیگر دارای تعبیر فیزیکی نخواهند بود. بعلاوه از آنجایی که مدل سامانه بینایی می‌تواند بصورت خطی تحقق یابد، وارد کردن پارامترهای ابیراهی، مدل سامانه بینایی را غیر خطی می‌کند که این مهم نیز از معایب این کلاس به شمار می آید. بنابراین پروسه کالیبراسیون باید به صورت غیر خطی جهت تخمین پارامترهای

³Projection

⁴Perspective

⁵Stereographic

⁶Equisolid

⁷Orthogonal

⁸Macro lenses

⁹Tele lenses

¹⁰Camera pinhole model

¹ Model based method

² Non-parametric methods

از آن می‌تواند موثرتر واقع گردد. ابتدا اینکه ضرایب زرنیک به صورت فرم کاملی از یک مجموعه متعامد روی دایره واحد تعریف می‌شوند. دوم اینکه چند جمله‌های زرنیک یک بازنمایش متعادل از ابرایی را نشان می‌دهند. این به این معنی است که چند جمله‌های زرنیک حاصل از ترکیب جملاتی از سری‌های توانی هستند که به گونه ای بهینه متعادل شده‌اند که واریانس را حول مردمک خروجی کمینه سازند [۸]. سوم اینکه ضریب هر جمله در توسعه چند جمله ای زرنیک خود نشان دهنده انحراف معیار استاندارد نسبت به آن جمله می باشد، که مجموع مربعات این ضرایب واریانس ابرایی کل را نشان می‌دهد. چهارم اینکه برخلاف مدل‌های مبتنی بر بسط تیلور که نمی‌توانند بازنمایش مناسبی از ابرایی و اعوجاج محلی باشند [۹]، مدل برگرفته از چند جمله ای زرنیک برای باز نمایش ابرایی و اعوجاج محلی نیازی به بخش بندی و تکه تکه سازی تصویر ندارد. و در آخر هر چند مدل تیلور برای لنزهای مرکب مناسب نیست [۱۰]، مدل زرنیک در مدل سازی لنزهای مرکب می‌تواند بازدهی خود را حفظ کند.

امروزه ابرایی لنز با بهره گیری از روشهای مبتنی بر راه کارهای غیر متریک و مدل‌های خود کالیبره کننده اصلاح می‌شود [۱۴-۱۱، ۲]. این گروه از راه کار ها، اغلب از بردارهای ویژگی در تصویر همانند خطوط مستقیم، دایره ها و نقاط ناپدید شدن^۵ استفاده می کنند.

عدم وجود برخی از بردارهای ویژگی یاد شده و یا کاهش شمار آنها در تصویر، برخی مواقع منجر به شکست فرآیند کالیبره کردن می‌شود. به همین واسطه و به دلیل وجود برخی از ویژگی‌های غیر خطی لنز، استفاده از آنالیز چند طیفی^۶ در تشخیص و تعیین میزان ابرایی توجیه پذیر است. اصلاح ابرایی لنز با بهره گیری از آنالیز چند طیفی bi-coherence پیشتر معرفی شده است [۱۶-۱۵]. در استفاده از آنالیز چند طیفی خصوصیات منحصر به فردی وجود دارد. اول اینکه با بهره گیری از آنالیز چند طیفی، دیگر نیازی به پروسه تشخیص بردارهای ویژگی یاد شده نخواهد بود. و دوم اینکه پروسه کالیبراسیون تحت تاثیر شکست پروسه‌های استخراج بردارهای ویژگی قرار نمی گیرد.

روش پیشنهادی در این مقاله از مزایای مدل سازی به کمک توسعه ضرایب زرنیک بهره می برد. جملات مدل در دو کلاس

گیری از هموگرافی معکوس پذیر^۱ اصلاح کردند که ماتریس پارامترهای داخلی و خارجی دوربین^۲، کشیدگی‌های ناخواسته ناشی از بزرگنمایی محلی را در خود توصیف کند. بدین سان پارامترهای مدل اصلاح شده بین هول هر چند از ماهیت فیزیکی خود فاصله گرفتند ولی در مقابل پروسه کالیبراسیون دوربین بدون نیاز به کالیبراسیون مجزا برای استخراج پارامترهای ابرایی قابل بهره برداری می باشد. آنها مدل جدید دوربین را مدل بین هول مجازی^۳ نامیده اند. کار این دو در نحوه تعیین پارامترهای مدل با یکدیگر تفاوت دارد.

همچنین لین و همکاران [۴] در کار خود به اصلاح ابرایی مبتنی بر مدل پرداخته اند. ایشان تابع ابرایی را به کمک بسط تیلور مدل کرده و پارامترهای آن را با بهره گیری از این حقیقت تخمین زده‌اند که میزان ابرایی موثر در مرکز ابرایی نسبت به دیگر نقاط به شدت کمتر است. بنابراین اگر مرکز ابرایی مرکز تصویر فرض شود، انتظار داریم برای یک بزرگنمایی^۴، تفاوت مکانی نقاط الگوهای حول مرکز تنها برابر پارامتر بزرگنمایی باشد و از جابجایی ناشی از کشیدگی و جمع شدگی ابرایی تاثیر نپذیرد، در حالی که این مهم برای نقاط الگوهای دیگر بخش‌های تصویر این گونه نیست و جابجایی این نقاط علاوه بر پارامتر بزرگنمایی متاثر از ابرایی نیز می باشد. ایشان از این مهم بهره گرفته‌اند و برای یک بزرگنمایی مشخص، تابع ابرایی را تخمین زده اند. احمد و همکاران [۵] و همچنین هارتلی و کنگ [۶] نیز از مدل یکسانی برای مدل سازی تابع ابرایی بهره گرفته اند. تفاوت کار ایشان در نحوه تخمین پارامترها می باشد.

همان گونه که بیان گردید، برای بازنمایش و مدل سازی ابرایی موج تکرنگ می‌توان از توسعه چند جمله ای ها بهره جست. هر چند بهره گیری از توسعه چند جمله ای زرنیک پیشتر در راهکارهای مبتنی بر پرتوهای راهنما مورد استفاده قرار گرفته است، اما بهره گیری از آنها تاکنون در راهکارهایی که صرفاً مبتنی بر تصویر نقش بسته بر پرده تصویر طراحی می‌شوند، بر اساس جستجوهای نگارنده صورت نگرفته است. بهره گیری از توسعه چند جمله ای زرنیک در مقام قیاس با بسط تیلور که در بسیاری از مقالات از آن بهره گرفته شده است [۷-۴] دارای ویژگی هایی است که به استناد آنها استفاده

¹ Invertible homography

² Camera intrinsic and extrinsic matrix

³ Virtual pinhole model

⁴ Zoom

⁵ Vanishing points

⁶ Poly-spectral analysis

که در این رابطه نیز δ_{m0} تابع دلتای کرونگر، n و m اعداد صحیح مثبت هستند به گونه‌ای که $n - m \geq 0$ و همچنین

$$R_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left(\frac{n+m}{2} - s\right)! \left(\frac{n+m}{2} - s\right)!} \rho^{n-2s} \quad (3)$$

یک تابع چند جمله‌ای با درجه n روی ρ شامل جملات ρ^n ، ρ^{n-2} و ρ^m است. c_n^m ضرایب توسعه زرنیک به صورت زیر خواهند بود.

$$c_n^m = \left(\frac{1}{\pi}\right) \sqrt{2(n+1)(1+\delta_{m0})} \times \int_0^1 \int_0^{2\pi} W(\rho, \theta) R_n^m(\rho) \cos m\theta \rho d\rho d\theta \quad (4)$$

جدول ۱ - چند جمله‌ای زرنیک تا مرتبه شعاعی ۴

مفهوم	$Z_n^m(\rho, \theta)$	فرکانس (m)	مرتبه (n)
مقدار ثابت (Piston)	1	۰	۰
x-کجی (Tilt)	$2\rho \sin(\theta)$	-۱	۱
y-کجی	$2\rho \cos(\theta)$	۱	۱
آستیگماتیسم ($\pm 45^\circ$ درجه)	$\sqrt{6}\rho^3 \sin(2\theta)$	-۲	۲
انحنای عرصه (Field curvature)، عدم تطبیق (Defocus)	$\sqrt{3}(2\rho^3 - 1)$	۰	۲
آستیگماتیسم (0° یا 90° درجه)	$\sqrt{6}\rho^3 \cos(2\theta)$	۲	۲
y-تریفویل (Trefoil)	$\sqrt{8}\rho^3 \sin(3\theta)$	-۳	۳
y-کوما (Coma)	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \sin(\theta)$	-۱	۳
x-کوما	$\sqrt{8}(3\rho^3 - 2\rho) \cos(\theta)$	۱	۳
x-تریفویل	$\sqrt{8}\rho^3 \cos(3\theta)$	۳	۳
y-کوادریفویل (Quadrafoil)	$\sqrt{10}\rho^4 \sin(4\theta)$	-۴	۴
y-آستیگماتیسم مرتبه دوم	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2) \sin(4\theta)$	-۲	۴
ابیرایی کروی (Spherical)، عدم تطبیق (Defocus)	$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1) \sin(4\theta)$	۰	۴
x-آستیگماتیسم مرتبه دوم	$\sqrt{10}(4\rho^4 - 3\rho^2) \cos(4\theta)$	۲	۴
x-کوادریفویل	$\sqrt{10}\rho^4 \cos(4\theta)$	۴	۴
...

کلی ابیرایی‌های متقارن مشتمل بر کوما^۱ و اعوجاج^۲ و ابیرایی‌های نامتقارن شامل ابیرایی کروی^۳، آستیگماتیسم^۴ و عدم تطبیق^۵ تقسیم شده و سپس به ترتیب با بهره‌گیری از آنالیز چند طیفی tri-coherence و bi-coherence تخمین زده می‌شوند. انتظار می‌رود که مقادیر واقعی ابیرایی لنز به گونه‌ای تخمین زده شوند که متوسط همبستگی محاسبه شده را کمینه سازند.

دیگر بخش‌های مقاله به این صورت سازمان دهی شده اند: مدل ریاضی ابیرایی لنز در بخش ۲ توضیح داده شده است. پروسه کالیبراسیون در بخش ۳ شرح داده می‌شود. بخش ۴ میزان موثر بودن و دقت راه کار پیشنهادی را بررسی می‌کند. و بخش ۵ نتایج را در بر دارد.

۲. مدل ریاضی ابیرایی لنز

در ابیرایی موج تک‌رنگ^۶، $W(\rho, \theta)$ به مختصات شعاعی ρ و زاویه گردشی θ می‌تواند به صورت یک توسعه چند جمله‌ای در فرم زیر باز نمایش شود.

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n c_n^m Z_n^m(\rho, \theta) \quad (1)$$

که در این رابطه c_n^m ضرایب توسعه زرنیک و Z_n^m چند جمله‌ای زرنیک است. از طرفی دیگر اگر پرتوهای نور را به عنوان سیگنال و لنز را به عنوان یک سیستم بپذیریم، کاملاً مشهود است که به واسطه تفاوت قطر در نواحی مختلف لنز و یا عدم یکنواختی چگالی مواد سازنده لنز، پرتوهای ورودی در این سیستم دچار تاخیرهای متفاوتی می‌شوند. بنابراین ابیرایی برای پرتو‌هایی که با هم وارد لنز می‌شوند علاوه بر انحراف در نقاط مختلف لنز، تحت تاثیر تاخیر هم قرار می‌گیرد. بدینسان تابع ابیرایی موج تک‌رنگ را که تاخیرهای زمانی در آن منظور شده، تحت عنوان تابع ابیرایی فاز^۷ می‌شناسند. تابع ابیرایی فاز در فرم جملات چند جمله‌ای دایره‌ای زرنیک می‌تواند در فرم زیر توسعه یابد.

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n c_n^m \left[\sqrt{\frac{2(n+1)}{1+\delta_{m0}}} \right] R_n^m(\rho) \cos m\theta \quad (2)$$

^۱Coma

^۲Distortion

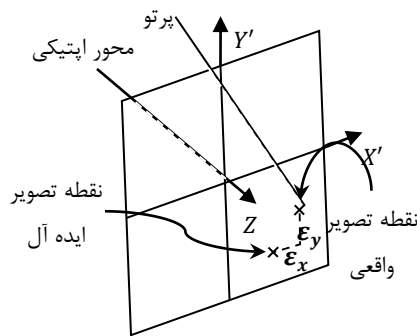
^۳Spherical aberration

^۴Astigmatism

^۵Defocus

^۶Monochromatic wave aberration

^۷Phase aberration function



شکل ۲- پرده تصویر و مختصه پرتویی ابیرایی یافته نسبت به شرایط ایده آل

از طرف دیگر با توجه به این که انحراف پرتو ابیراهی شده نسبت به مکان ایده آل خود روی پرده تصویر، با دیفرانسیل محلی جبهه ابیراهی موج تکرنک در آن نقطه متناسب است، داریم:

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial x} = \frac{\varepsilon_x(x, y)}{f}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial W(x, y)}{\partial y} = \frac{\varepsilon_y(x, y)}{f}$$

که f فاصله کانونی لنز می باشد.

با مشتق گیری از معادله ۷ نسبت به x و y و جایگزین کردن آن در معادله ۸، رابطه ۹ نتیجه می شود.

$$\frac{\varepsilon_x(x, y)}{f} = \sum_j w_j \frac{\partial Z_j(x, y)}{\partial x}, \quad (9)$$

$$\frac{\varepsilon_y(x, y)}{f} = \sum_j w_j \frac{\partial Z_j(x, y)}{\partial y}$$

معادله ۹ مقادیر ابیرایی را در قالب ابیرایی زرنیک توصیف می کند. ضرایب زرنیک w_j می توانند با بهره گیری از آنالیز چند طیفی تخمین زده شوند.

اجزای پرتو ابیرایی می توانند در دو کلاس کروماتیک و آستیگماتیک طبقه بندی شوند. از آنجایی که اجزای کروماتیک و آستیگماتیک کوپل همدیگر نیستند لذا نمی توانند برای متعادل کردن یکدیگر بکار روند. اجزای آستیگماتیک شامل ابیرایی کروی، آستیگماتیسیم و عدم تطبیق بوده و ابیرایی کروماتیک مشتمل بر کوما و اعوجاج است. بعلاوه چند جمله ای های زرنیک نیز می توانند برای ابیرایی های متقارن (ابیرایی های کروماتیک) و همچنین ابیرایی های نامتقارن (ابیرایی های آستیگماتیک) در دو کلاس متقارن و نامتقارن دسته بندی شوند. از طرفی می دانیم که آنالیز چند طیفی tri-coherence ذاتا به سیگنال های متقارن حساس است و همچنین آنالیز چند طیفی bi-coherence به سیگنال های نامتقارن [۱۷]. بنابراین بهره

در عمل برای بازنمایش تابع ابیرایی موج از تعداد محدود N از چند جمله ای های زرنیک استفاده می شود. بنابراین می توان تابع ابیرایی موج تکرنک را به صورت زیر خلاصه کرد.

$$W(\rho, \theta) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=0}^n c_n^m Z_n^m(\rho, \theta) + \varepsilon(\rho, \theta) \quad (5)$$

که در این رابطه $\varepsilon(\rho, \theta)$ خطای مدل سازی می باشد. جدول ۱ باز نمایشی از چند جمله ای های زرنیک تا مرتبه شعاعی ۴ را نشان می دهد.

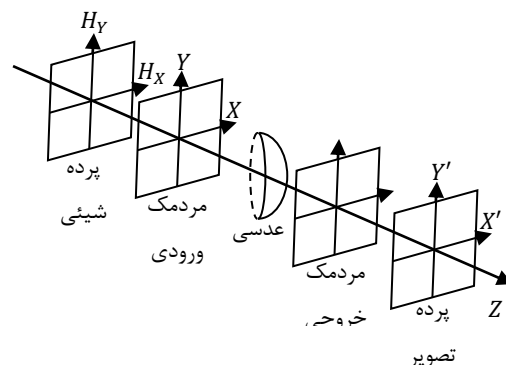
۳. پروسه کالیبراسیون

شکل ۱ اجزای پایه یک سامانه اپتیکی متقارن را توضیح می دهد. در یک چنین سامانه ای، یک پرتو که از مردمک خروجی خارج می شود پرده تصویر را در مختصات (X', Y') قطع می کند. عموما، این پرتو از نقطه ایده آل خود روی پرده تصویر نمی گذرد. این مهم در شکل ۲ به تصویر کشیده شده است. می توان در نظر گرفت که اگر نقطه انحراف در شرایط عمل $\vec{H} = H_x \hat{i} + H_y \hat{j}$ باشد و نقطه ایده آل در مختصات (h'_x, h'_y) ، آنگاه نقطه تقاطع با پرده تصویر در مختصات (X', Y') خواهد بود.

$$(X', Y') = (h'_x, h'_y) + (\varepsilon_x, \varepsilon_y) \quad (6)$$

با در نظر گرفتن تابع ابیرایی در مختصات کارتزین، ε_x و ε_y می توانند به فرم تابع موج ابیرایی تکرنک بصورت زیر تخمین زده شوند.

$$W(x, y) = \sum_j w_j Z_j(x, y) \quad (7)$$



شکل ۱- اجزای پایه یک سامانه اپتیکی متقارن

جدول ۲ - ابرایی‌های مصنوعی و تخمین آنها به کمک روش پیشنهادی

مقادیر تخمینی	مقادیر از پیش تعریف	$Z_n^m(\rho, \theta)$	فرکانس (m)	مرتبه (n)
-۰/۵۱۴۱	-۰/۵۱۴۱	مقدار ثابت	۰	۰
-۰/۳۵۴۶	-۰/۳۵۴۵	X - کجی	-۱	۱
۰/۴۴۳۴	۰/۴۴۳۲	Y - کجی	۱	۱
-۰/۳۶۲۰	-۰/۳۶۱۹	آستیگماتیسم (± 45) (درجه)	-۲	۲
-۰/۲۵۶۲	-۰/۲۵۶۰	انحنای عرصه، عدم تطبیق	۰	۲
۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	آستیگماتیسم (۰ یا ۹۰) (درجه)	۲	۲
-۰/۰۰۰۳	-۰/۰۰۰۲	Y - کوما	-۱	۳
۰/۱۵۷۴	۰/۱۵۷۰	X - کوما	۱	۳
-۰/۰۰۱۱	-۰/۰۰۰۶	ابرایی کروی، عدم تطبیق	۰	۴

جذر مجموع مربعات خطا RMSE برای راه کار پیشنهادی در مقایسه با مقادیر مبتنی بر بسط تیلور در کنار بار محاسباتی آنها در جدول ۳ آماده است. لازم به ذکر است که ضرایب تیلور به طریق مشابهی که در [۱۵] گزارش شده است با بهره‌گیری از bi-coherence تخمین زده شده‌اند. همچنین بار محاسباتی برای کد متلب نسخه 2011a تحت رایانه مجهز به پردازنده Intel Core 2 Duo T9550@2.67GHz و ۴ گیگابایت حافظه محاسبه گردیده است. با مطالعه جدول ۳ کاملاً مشهود است که ضرایب زرنیک از دقت قابل ملاحظه‌ای برخوردار می‌باشند. بعلاوه بهره‌گیری از مومنت‌های زرنیک از نظر بار محاسباتی نیز بسیار موثرتر است. این مهم می‌تواند با در نظر گرفتن تعامد بین جملات در چند جمله‌ای زرنیک توجیه شود. در صورتی که عدم تعامد در جملات تیلور تکرار بیشتری را برای رسیدن به جذر مجموع مربعات خطای مورد نظر نیاز دارد.

جدول ۳ - مقایسه بین دقت تخمین مبتنی بر توسعه ضرایب

زرنیک با بسط تیلور و همچنین بار محاسباتی

راه کار	RMSE	بار محاسباتی
بسط تیلور (مرتبه ۴)	۰/۵۴۸۰	۱۶۳/۰۹۷۷۴۴ ثانیه
زرنیک (اپتیک مرتبه ۳)	۰/۱۴۹۷۲	۱۰/۸۷۷۲۷۱ ثانیه

گیری از آنالیز چند طیفی tri-coherence و bi-coherence به ترتیب برای تخمین پارامترهای کلاس کلی ابرایی‌های متقارن و نامتقارن قابل توجیه است. و انتظار می‌رود که مقادیر واقعی ابرایی لنز را بتواند به گونه‌ای مناسب تر تخمین زده و متوسط همبستگی محاسبه شده را کمینه سازند.

با توجه به مطالب یاد شده الگوریتم کلی اصلاح ابرایی تصویر به صورت زیر پیشنهاد می‌شود:

- انتخاب جملات زرنیک متناظر با ابرایی‌های مورد نظر
- انتخاب مقادیر پیش فرض (یا تصادفی) برای ضرایب جملات زرنیک
- محاسبه میزان انحراف پرتو ابرایی شده نسبت به مکان ایده آل خود روی پرده تصویر به کمک چند جمله‌ای زرنیک و ضرایب آن
- جبران ابرایی تصویر به کمک میزان انحراف پرتو ابرایی شده نسبت به مکان ایده آل آن
- محاسبه مقادیر آنالیز چند طیفی bi-coherence و tri-coherence coherence روی تصویر
- اصلاح ضرایب جملات زرنیک
- آیا مقادیر آنالیز چند طیفی به اندازه کافی کوچک شده‌اند؟ بله، برو به ۸ - خیر، برو به ۳
- پایان

۴. نتایج تجربی

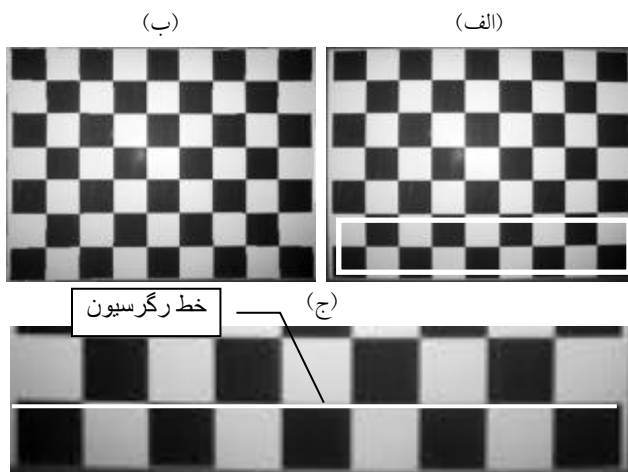
به منظور اعتبار سنجی راه کار پیشنهادی، شبیه سازی کامل رایانه ای به منظور مقایسه بین راه کارهای مبتنی بر بسط تیلور و راه کار پیشنهادی صورت پذیرفته است. برای این مهم یک تصویر مصنوعی فرکانالی به صورت مجموع دو سینوئید با زاویه تصادفی $\theta_n = [-\pi, \pi]$ ، فاز تصادفی $\phi_n = [-\pi, \pi]$ ، دامنه $a_n = 1/n$ و فرکانس $w_n = n\pi$ در فرم زیر تولید شده است.

$$f_u(x, y) = \sum_{n=1}^N a_n \sin(w_n [\cos(\theta_n)x + \sin(\theta_n)y] + \phi_n) \quad (10)$$

اندازه تصویر حاصله $N \times N$ پیکسل می باشد که در اینجا $N = 256$ در نظر گرفته شده است. ابرایی برای تصویر مفروض در قالب ضرایب زرنیک در جدول ۲ خلاصه شده است. همچنین این جدول مقادیر تخمین را نیز برای ضرایب زرنیک Z_n^m به کمک روش پیشنهادی نشان می‌دهد.

هستند. ابرایی در تصویر چاپگر در تصویر (الف) نسبت به (ب) کاملاً مشهود است. در تصویر (ج) نیز ابرایی در بالا و پایین کاملاً دیده می‌شود. همچنین ملاحظه می‌شود که مرکز تصویر (ج) نسبت به (د) دارای بزرگنمایی غیر طبیعی است.

جهت ایجاد امکان مقایسه بین راه کار پیشنهادی و روش مبتنی بر بسط تیلور، خطوط افقی در تصویر ۴ (ب) به منظور ارزیابی خطای ابرایی و مقایسه با ابرایی باقیمانده، پس از تخمین به کمک سری تیلور مورد بهره برداری قرار گرفته اند. برای هر خط اصلاحی (شکل ۴ (الف))، دقت زیر پیکسل‌ها برای لبه‌ها با بهره‌گیری از الگوریتم دیورنی [۱۸] محاسبه شده است. سپس خط رگرسیون آنها محاسبه و فاصله بین نقاط لبه و خط رگرسیون در قالب جذر مجموع مربعات خطا (RMSE) به عنوان خطای اندازه‌گیری ارائه گردیده است. شکل ۴ (ج) بخشی از شکل ۴ (الف) را به صورت بزرگتر نشان می‌دهد. ابرایی برای ناحیه بزرگ شده کاملاً مشهود است. در حالی که برای نواحی مرکزی در تصویر ۴ (ج) خط رگرسیون (خط راست سفید رنگ) روی مرز مربعات سیاه و سفید قرار گرفته است، در حواشی تصویر ۴ (ج) مخصوصاً سمت چپ، انحراف به وضوح دیده می‌شود. جدول ۵ جذر مجموع مربعات خطا را برای شش خط افقی نشان می‌دهد. نتایج نشان از بهبود قابل ملاحظه‌ای در روش پیشنهادی نسبت به بسط تیلور دارند. متوسط جذر مجموع مربعات خطا برای تکنیک مبتنی بر سری تیلور ۰/۳۰۹۴ می‌باشد در حالی که برای تکنیک مبتنی بر چند جمله‌ای زرنیک ۰/۰۷۰۷ می‌باشد که نشان از بهبود حدود ۰/۲ در جذر مجموع مربعات خطا دارد.



شکل ۴- آزمون تجربی برای اعتبار سنجی رقمی. تصویر (ب) تصویر بازبازی شده از روی تصویر (الف) را با بهره‌گیری از مونت‌های زرنیک نشان می‌دهد. ابرایی برای ناحیه بزرگ شده در (الف) کاملاً مشهود است. در حالی که برای نواحی مرکزی در تصویر (ج) خط

همان گونه که پیشتر به آن اشاره شد، برای هر ضریب ابرایی c_n^m ، نسبت به آن ابرایی یک انحراف معیار استاندارد وجود دارد. از آنجایی که ضرایب توسعه مشخص شده‌اند می‌توان واریانس تابع ابرایی کل را به سادگی به صورت زیر محاسبه کرد [۸].

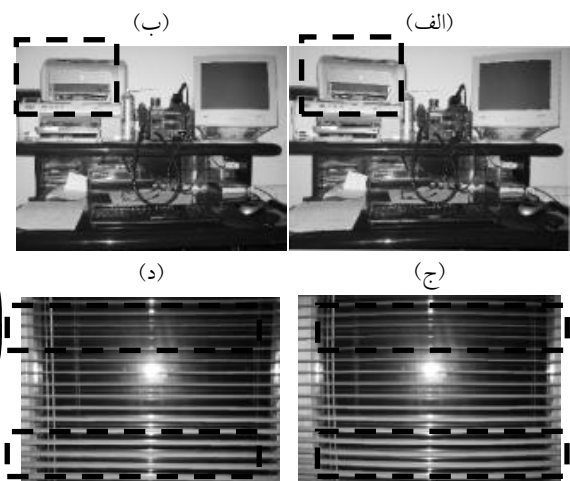
$$\sigma_w^2 = \langle W^2(\rho, \theta) \rangle - \langle W(\rho, \theta) \rangle^2 = \sum_{n=1}^N \sum_{m=0}^n (c_n^m)^2 \quad (11)$$

مولفه σ_w^2 به عنوان جذر مجموع مربعات خطای جبهه موج ابرایی^۱ شناخته می‌شود که برای آزمایش جاری به صورت زیر می‌باشد.

جدول ۴ - خطای جبهه موج برای تصویر تست مصنوعی

پارامترهای تست	۰/۸۰۷۵۵۲۳۱
پارامترهای تخمین	۰/۸۰۸۱۰۲۰۳

جدول ۴ نشان می‌دهد تا چه اندازه تخمین مبتنی بر زرنیک به مقادیر پیش تعریف در تصویر تست نزدیک است. در کنار شبیه‌سازی رایانه‌ای، تجربه واقعی نیز با بهره‌گیری از دوربین SHC-735 سامسونگ مجهز به لنز SLA-3580DN با فاصله کانونی متغیر (۳/۵-۸/۰ mm) صورت گرفته است. خروجی دوربین به کمک Pinnacle 510-USB rev 2.0 در قالب ماتریس با رزولوشن ۶۴۰×۴۸۰ رقمی شده است. در این آزمایش تجربی دو تصویر برای اعتبار سنجی نظری ارائه شده است. شکل ۳ (ب) و (د) تصویر بدون ابرایی را نشان می‌دهد که از تصویر تست متناظرشان که دارای ابرایی می‌باشند (شکل ۳ (الف) و (ج)) بازبازی شده‌اند. اعوجاج‌ها نزدیک به لبه‌های تصویر کاملاً مشهود است.



شکل ۳- آزمایش جهت اعتبار سنجی نظری. (ب) و (د) تصاویر بازبازی شده از نمونه‌های متناظرشان در (الف) و (ج) با بهره‌گیری از مونت‌های زرنیک

¹ Wave-front aberration

- and Robust Estimation”, IEEE Transaction on Image Processing, Vol. 14, No. 8, Aug 2005.
- [6] R. Hartley, S. Bing Kang, “Parameter-Free Radial Distortion Correction with Center of Distortion Estimation,” IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 29, No. 8, Aug 2007.
- [7] S. Aritan, “Efficiency of non-linear lens distortion models in biomechanical analysis of human movement,” Elsevier: Measurement 43 (2010) 739-746
- [8] V.N. Mahajan, “Optical Imaging and Aberration,” SPIE Press, 1998.
- [9] C. Ricolf-Viala, A. Sanchez Salmeron, “Correcting non-linear lens distortion in cameras without using a model,” Elsevier: Optics & Laser Technology, 42 (2010) 628-639.
- [10] D. Trodoff, D.W. Murray, “The impact of radial distortion on the self-calibration of rotating cameras,” Elsevier: Computer Vision and Image Understanding, 96 (2004) 17-34.
- [11] C. Hughes, R. Mc/feely, P. Denny, M. Glavin, E. Jones, “Equidistant ($f\theta$) fish-eye perspective with application in distortion centre estimation,” Elsevier: Image and Vision Computing, 28 (2010) 538-551.
- [12] F. Devernay, O. Faugeras, “Straight lines have to be straight,” Machine Vision and Applications (2001) 13: 14-24.
- [13] J. Lin, M. Xing, D. Sha, D. Su, T. Shen, “Distortion measurement of CCD imaging system with short focal length and large-field objective,” Elsevier: Optics and Lasers in Engineering, 43 (2005) 1137-1144.
- [14] J. Tardif, P. Strum, M. Trudeau, S. Roy, “Calibration of Cameras with Radially Symmetric Distortion,” IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 31, No. 9, Sep 2009.
- [15] H. Farid, A. Popescu, “Blind Removal of Lens Distortion,” Journal of the Optical Society of America A, 18 (9) (2001) 2072-2078.
- [16] W. Yu, “Image-based lens geometric distortion correction using minimization of average bicoherence index,” Elsevier: Pattern Recognition, 37 (2004) 1175-1187.
- [17] Fackrell, J.W.A., McLaughlin, S., Collis, W.B., White, P.R., “Nonlinearity Detection For Condition Monitoring Using Higher-Order Statistics,” IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 1994.
- [18] F. Devernay, “A Non-Maxima Suppression Method for Edge Detection with Sub-Pixel Accuracy,” INRIA Rapport de recherche, No. 2724, November 1995.

رگرسیون (خط راست سفید رنگ) روی مرز مربعات سیاه و سفید قرار گرفته است؛ در حواشی تصویر (ج) مخصوصاً سمت راست، انحراف به وضوح دیده می‌شود.

جدول ۵ - مقایسه خطا بین مدل زرنیک و تیلور برای تصویر تست ۳

روش پیشنهادی مبتنی بر زرنیک (RMSE)	روش مبتنی بر سری تیلور (RMSE)	
۰/۱۳۱۷	۰/۵۰۱۲	خط اول از بالا
۰/۰۷۳۲	۰/۳۳۰۶	خط دوم
۰/۰۰۹۴	۰/۱۰۱۲	خط سوم
۰/۰۱۲۷	۰/۱۳۴۰	خط چهارم
۰/۰۶۸۰	۰/۲۹۸۱	خط پنجم
۰/۱۳۰۱	۰/۴۹۱۸	خط ششم

۵. نتیجه‌گیری

این مقاله به معرفی روش جدیدی را می‌پردازد که با بهره‌گیری از چند جمله‌ای زرنیک، ابیراهی لنز را مدل می‌کند. جمله‌های این مدل به دو کلاس متقارن و نامتقارن تقسیم می‌شوند. به منظور تعیین پارامترهای مدل از آنالیز چند طیفی بهره‌گرفته شده است. پارامترهای جملات متقارن و نامتقارن به ترتیب با $tri-$ coherence و $bi-$ coherence تخمین زده می‌شوند. نتایج آزمایشگاهی، دقت روش پیشنهادی را تایید می‌کند.

۶. مراجع

- [1] V. Orekhov, B. Abidi, C. Broaddus, M. Abidi, “Universal camera calibration with automatic distortion model selection,” IEEE International Conference on Image Processing (ICIP'07), Oct. 19 2007, San Antonio, TX, USA.
- [2] R. Grompone von Gioi, P. Monasse, J.-N. Morel, Z.Tang, “Towards High-precision Lens Distortion Correction,” ICIP2010, Proceeding of 2010 IEEE 17th International Conference on Image Processing, Sep 26-29, (2010), 4237-4241, Hong Kong.
- [3] C.Y. Vincent, T. Tjahajadi, “Multiview camera-calibration framework for nonparametric distortion removal,” IEEE Transactions on Robotics, Vol. 21, p.p. 1004 - 1009, Oct. 2005
- [4] C. Lin, S. Chang, Y. Lay, M. Yeh, C. Lee, “Automatic distortion measurement system with reticle positioning for enhance accuracy,” Elsevier: Measurement, 41 (2008) 960-969.
- [5] M. Ahmed, A. Farag, “Nonmetric Calibration of Camera Lens Distortion: Differential Methods