

طراحی کنترل کننده غیر متمرکز برای گروهی از ربات‌های همکار برای هل دادن یک جسم با لحاظ محدودیت‌های شبکه ارتباطی

میلاذ مرادی و سید محمدمهدی دهقان

لحاظ راحتی و هزینه بسیار به صرفه باشد. همکاری ربات‌ها برای جابه‌جایی اجسام، یکی از حوزه‌های کاربردی سامانه‌های چندرباته‌ها است. مراجع [۱] تا [۴] را می‌توان از نخستین تحقیقات انجام شده در کاربرد جابه‌جایی جسم برشمرد که با استفاده از تیمی از ربات‌ها، جسمی را از یک موقعیت به موقعیتی دیگر جابه‌جا کرده‌اند. مزیت اصلی استفاده از ربات‌های همکار در این کاربرد، ترکیب نیروی ربات‌های تکی برای جابه‌جا کردن اجسام بزرگ و سنگین است. البته به کارگیری ربات‌ها برای این کاربرد دارای چالش‌هایی نیز است. طراحی الگوریتم‌های کنترل ربات توزیع شده [۵] که تیم ربات‌ها را در حال جابه‌جا کردن جسم هماهنگ کند، کار دشواری است. همچنین دینامیک تعامل ربات‌ها با جسم ممکن است به شکل هندسی جسم [۶] و چرخش جسم حین جابه‌جایی [۷] حساس باشد که این مورد نیز باعث تشدید مشکل کنترل می‌شود.

هل دادن جسم را می‌توان یکی از انواع معمول جابه‌جایی برشمرد که تیمی از ربات‌ها، جسمی را از نقطه شروع به نقطه پایان مطلوب می‌رسانند یا بر روی یک مسیر مرجع حرکت می‌دهند [۸]. هل دادن معمولاً روی سطح اتفاق می‌افتد و فرض می‌شود که جسم به قدری بزرگ یا سنگین است که قابلیت جابه‌جایی آن توسط یک ربات وجود ندارد. محققان، جنبه‌های مختلفی از رویکرد کنترل همکاری را در حوزه هل دادن جعبه مورد بررسی قرار داده‌اند. به عنوان مثال، [۹] یک معماری کنترل تحمل‌پذیر عیب در همکاری ربات‌های کوچک ارائه کرده است. مرجع [۱۰] میزان تبادل و تعامل اطلاعات مورد نیاز و تأثیر حسگرهای ارتباطی و کنترل را در مسأله هل دادن مورد بررسی قرار داده است. مرجع [۱۱] نتایج، نحوه پیاده‌سازی و ارتباطات لازم برای هل دادن جعبه توسط دو ربات ۶ پا را بیان کرده است. در [۱۲] تیمی از ربات‌های Khepera عملیات هل دادن را بدون ارتباط صریح انجام می‌دهند. مرجع [۱۳] یک روش طراحی مسیر برای چند ربات زمینی که با همکاری یکدیگر یک جسم بزرگ را در مسیر دارای مانع جابه‌جا می‌کنند، ارائه کرده است. مرجع [۱۴] رویکردی برای هل دادن اجسامی که تغییر شکل می‌دهند به وسیله دو ربات زمینی مفصل‌دار ارائه کرده است. مرجع [۱۵] به طراحی کنترل کننده برای ردیابی سرعت و محاسبه مقادیر اجماع برخط مقادیر ممان پرداخته است، ولی محدودیت شبکه‌های ارتباطی در دینامیک استفاده گردیده برای اجماع در نظر گرفته نشده است.

با توجه به تأثیر شبکه ارتباطی میان ربات‌ها در همکاری آنها برای به انجام رساندن یک فعل مشخص، قیود شبکه ارتباطی از قیود عدم وجود ارتباط کامل میان ربات‌ها، تأخیر و احتمال از دست رفتن داده باید در قانون کنترلی در نظر گرفته شود. در مقاله حاضر، همکاری گروهی از ربات‌ها برای هل دادن جسم در یک مسیر متغیر با زمان و در نظر گرفتن اثر تأخیر متغیر با زمان و احتمال از دست رفتن داده به عنوان قیود شبکه

چکیده: در این مقاله مسأله هل دادن جسم به عنوان یکی از مسایل استاندارد همکاری ربات‌ها در نظر گرفته شده است. در این مسأله، هر ربات به صورت غیر متمرکز نیروی کنترلی خود را برای هدایت جسم تولید می‌نماید. روش‌های ارائه شده برای کنترل غیر متمرکز جسم بر روی یک مسیر متغیر با زمان نیازمند اطلاعاتی در خصوص موقعیت ربات‌های هل دهنده نسبت به جسم می‌باشند. عدم وجود شناخت هر ربات از نحوه قرارگیری ربات‌ها نسبت به جسم را می‌توان به کمک تبادل اطلاعات از طریق شبکه ارتباطی مابین ربات‌ها و طرح یک مسأله اجماع بر روی ممان‌های موقعیتی برای توافق در خصوص مقادیر ممان برطرف نمود. اثر ارتباطات بین ربات‌ها بر روی فرایند رسیدن به اجماع و اثر تأخیر در اجماع بر کنترل حرکت جسم، موضوع مورد مطالعه در این مقاله است. در این مقاله، قانون کنترلی مناسب برای دستیابی به اجماع در شرایط عدم وجود ارتباط دوبه‌دو مابین همه ربات‌ها، وجود تأخیر و احتمال از دست رفتن داده‌ها در شبکه ارتباطی ارائه شده است. حداکثر تأخیر مجاز شبکه برای ممانعت از ناپایداری کنترل حرکت جسم نیز مشخص شده است. نتایج شبیه‌سازی، قابلیت روش پیشنهادی برای کنترل سرعت جسم بر روی مسیر مطلوب را مشخص کرده و اثر محدودیت‌های شبکه را بر روی کارایی کنترل کننده نشان می‌دهد.

کلیدواژه: همکاری ربات‌ها، کنترل شبکه‌محور، هل دادن جسم، اجماع، تأخیر.

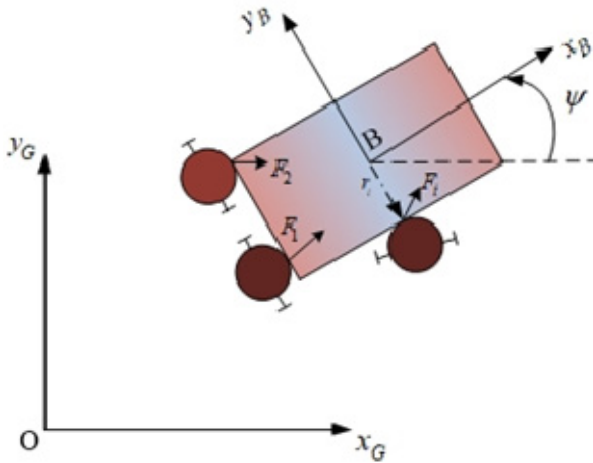
۱- مقدمه

در سال‌های اخیر، بسیاری از تحقیقات به سمت کنترل گروهی از ربات‌ها کشیده شده است. علاقه‌مندی‌ها به این حوزه به دلیل مزایای این سامانه‌ها نسبت به سامانه‌های تک‌رباته و همچنین پیشرفت تکنولوژی ارتباطی است که ارتباط و تعامل و مجتمع‌سازی میان سامانه‌های چندگانه را آسان‌تر کرده است. دلایل استفاده از سامانه‌های چندرباته (MRS) متنوع و گسترده می‌باشد. یکی از اصلی‌ترین دلایل این است که سامانه‌های چندرباته می‌توانند باعث افزایش اثربخشی سامانه شوند، به این معنی که در مقایسه با تک‌ربات یا تیمی از ربات‌های غیر همکار، MRS می‌توانند مأموریت‌ها را در زمان کمتر و با کیفیت بیشتر انجام دهند. همچنین می‌توانند وظایفی را که یک ربات قادر به انجامش نیست (از قبیل جابه‌جایی یک جسم بزرگ) انجام دهند. از طرفی جایگزین کردن سامانه چندرباته با ساخت و استفاده از یک ربات بزرگ و قوی می‌تواند از

این مقاله در تاریخ ۱۷ آبان ماه ۱۳۹۹ دریافت و در تاریخ ۳۰ آذر ماه ۱۴۰۰ بازنگری شد.

میلاذ مرادی، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، (email: moradimilad@outlook.com).

سید محمدمهدی دهقان (نویسنده مسئول)، مجتمع دانشگاهی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران، (email: smmd@mut.ac.ir).



شکل ۲: دستگاه‌های بدنه و عمومی. نحوه قرارگیری دو ربات زمینی که به جسم وصل شده‌اند. موقعیت هر عامل r_i و نیروی وارده از هر عامل F_i .

اطلاعات سرعت جسم، خصوصیات موقعیتی ربات‌ها و همچنین داشتن سرعت مطلوب جسم، نیروی کنترلی مورد نیاز برای هل دادن جسم را محاسبه و به جسم اعمال می‌کند. در ادامه، کارکرد هر یک از بخش‌های این دیاگرام بلوکی و چگونگی عملکرد آنها تشریح خواهد شد.

۳- مدل‌سازی دینامیکی هل دادن جسم توسط گروهی از ربات‌ها

جسم، صلب و با جرم ثابت در نظر گرفته می‌شود و برای مدل‌سازی از نمادگذاری موجود در [۱۶] استفاده می‌گردد و بدین منظور دو دستگاه در نظر گرفته می‌شود. دستگاه مرجع به نام $\{G\}$ که محورهای آن x_G و y_G هستند. این دستگاه ثابت است و با حرکت جسم حرکت نمی‌کند. دستگاه دوم به نام $\{B\}$ چسبیده به مرکز جرم جسم و با جسم حرکت می‌کند. محورهای این دستگاه x_B و y_B هستند که راستای این محورها متناسب با راستای حرکت جسم است.

در شکل ۲ این دستگاه‌ها و نحوه قرارگیری ربات‌ها و نیروهای وارد شده از سوی ربات‌های زمینی به جسم نشان داده شده است. ربات‌ها به جسم متصل گردیده‌اند و نیروی وارد شده از سوی این ربات‌ها باعث جابه‌جایی جسم می‌شود. در حالت کلی N عامل در نقاط r_1, \dots, r_N به جسم متصل شده‌اند و فرض می‌شود که r_i در دستگاه بدنه نامتغیر با زمان است و هر عامل نیروی F_i را به بدنه وارد می‌کند.

با اعمال قانون تکانه خطی و قانون بقای تکانه زاویه‌ای، شتاب خطی و زاویه‌ای جسم در دستگاه بدنه به صورت زیر به دست می‌آید

$$\frac{d}{dt} {}^B \vec{v}_{B/G} = \frac{1}{m} \sum_i {}^B \vec{F}_i - {}^B \vec{\omega}_{B/G} \times {}^B \vec{v}_{B/G} \quad (1)$$

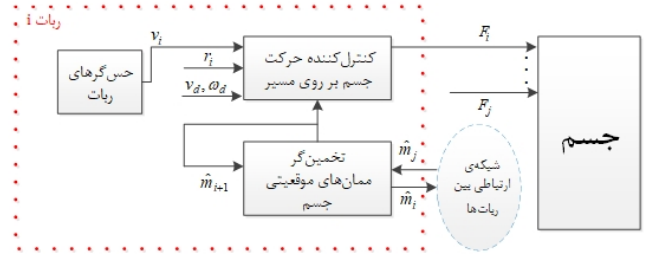
$${}^B I_{CG} {}^B [D {}^B \vec{\omega}_{B/G}] = \sum_i \vec{r}_{i/CG} \times \vec{F}_i$$

بردارهای سرعت خطی و زاویه‌ای در دستگاه بدنه به منظور سهولت به صورت زیر نشان داده می‌شوند

$${}^B \vec{v}_{B/G} = \vec{v} = |v_v| \quad (2)$$

$${}^B \vec{\omega}_{B/G} = \vec{\omega} = |\omega_v|$$

با توجه به این که حرکت بر روی سطح انجام می‌گیرد، سرعت خطی در جهت z و سرعت‌های زاویه‌ای حول محورهای x و y برابر صفر است. بردار موقعیت جسم به صورت $p = [x, y, \psi]^T$ در نظر گرفته



شکل ۱: بلوک دیاگرام سامانه حلقه بسته برای کنترل غیر متمرکز هل دادن جسم.

ارتباطی در تبادل اطلاعات ارائه می‌گردد. بدین منظور ابتدا کنترل کننده با فرض معلوم بودن اطلاعات مکانی ربات‌ها ارائه می‌شود. در ادامه دینامیک اجماع بدون تأثیر قیود شبکه برای عدم وجود ارتباط کامل میان ربات‌ها به کار گرفته می‌شود. سپس اثر قیود ارتباطی تأخیر با زمان و احتمال از دست رفتن داده در دینامیک اجماع لحاظ شده و کارایی کنترل کننده در حضور این قیود تحلیل می‌شود.

در ادامه مقاله، در بخش دوم ساختار کلی کنترل حرکت جسم ارائه می‌گردد. در بخش سوم به مدل‌سازی دینامیکی هل دادن جعبه توسط گروهی از ربات‌ها پرداخته خواهد شد و مدل سیستم بر اساس سرعت زاویه‌ای و سرعت خطی ارائه می‌گردد. در بخش چهارم مدل‌سازی شبکه ارتباطی بیان می‌شود. در بخش پنجم کنترل کننده مناسب برای ردیابی سرعت مطلوب متغیر زمان طرح می‌شود. بخش ششم به مدل‌سازی و ارائه دینامیک اجماع در حضور قیود شبکه ارتباطی می‌پردازد. در بخش هفتم نیز شبیه‌سازی نتایج حاصل از شبیه‌سازی کنترل کننده در حضور تأخیر و از دست رفتن داده آورده شده است. در بخش آخر هم به جمع‌بندی، نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی پرداخته می‌شود.

۲- معرفی ساختار کلی کنترل حرکت جسم

نمای کلی کنترل کننده غیر متمرکز برای هل دادن جعبه در شکل ۱ نشان داده شده است. روش‌های کنترلی ارائه شده در تحقیقات عموماً به اطلاعات موقعیت همه ربات‌های در حال همکاری برای انجام هر فعل مشخص نیاز دارند و این اطلاعات غالباً از طریق یک کانال ارتباطی به اشتراک گذاشته می‌شوند. از آنجایی که با توجه به محدودیت‌های شبکه ارتباطی معمولاً همه ربات‌ها ارتباط مستقیم با یکدیگر ندارند، نیاز است اطلاعات موقعیت توسط دینامیک‌های اجماع تخمین زده شوند و ربات‌ها روی این مقادیر به توافق برسند. سپس هر ربات به تنهایی به صورت غیر متمرکز، برآورد خود از اطلاعات مکانی را توسط دینامیک اجماع به دست آورده و نیروی کنترلی مورد نیاز برای اعمال به جسم را محاسبه می‌کند.

در دیاگرام بلوکی شکل ۱، فقط یکی از ربات‌ها (ربات i) نشان داده شده که اطلاعات مربوط به تخمین مقادیر ممان خود را در هر لحظه (\hat{m}_i) از طریق شبکه ارتباطی به سایر ربات‌های در دسترس ارسال می‌کند و تخمین ممان مقادیر دیگر ربات‌ها (\hat{m}_j) را از طریق شبکه دریافت می‌نماید. همچنین کنترل کننده در این دیاگرام بلوکی، واحد محاسبات یا پردازنده هر ربات است که نیروی کنترلی مورد نیاز را محاسبه و به جسم اعمال می‌کند. ورودی‌های این کنترل کننده سرعت خطی و زاویه‌ای مطلوب، موقعیت ربات و سرعت خطی ربات است که توسط حسگرهای ربات تأمین می‌گردد.

با توجه به این که در این مقاله، هل دادن جسم توسط تعدادی ربات همکار مد نظر قرار گرفته است، شکل ۱ بلوک دیاگرام حلقه بسته برای کنترل غیر متمرکز هل دادن جسم را نشان می‌دهد. هر ربات با دریافت

می‌شود و این مقادیر توسط ماتریس انتقال ${}^G_B C$ با استفاده از (۳) و (۴) به دستگاه عمومی منتقل می‌گردند

$$\dot{p} = {}^G_B C [v \quad \omega] \quad (3)$$

$${}^G_B C = R(\psi) \quad (4)$$

که v و ω سرعت خطی و زاویه‌ای در دستگاه بدنه هستند و می‌توان مدل سیستم را با استفاده از (۱) و (۳) به صورت زیر بیان کرد

$$\begin{aligned} \dot{p} &= R(\psi) [v \quad \omega]^T \\ \dot{v} &= -\bar{\omega} \times \bar{v} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^N \bar{F}_i \\ \dot{\omega} &= (I^{-1}) \sum_{i=1}^N \bar{r}_i \times \bar{F}_i \end{aligned} \quad (5)$$

m و I نیز جرم مؤثر و ممان اینرسی جسم در سطح هستند. همچنین در این معادلات از نیرو و گشتاور اصطکاک صرف نظر شده است.

۴- مدل‌سازی شبکه ارتباطی

همان‌طور که گفته شد، در پژوهش‌ها و مقالات موجود در زمینه همکاری گروهی از ربات‌ها برای هل‌دادن یک جسم، ملاحظات ناشی از وجود ارتباطات شبکه بین ربات‌ها در کنترل جسم بر روی یک مسیر مطلوب بررسی نشده است. برای مطالعه این موضوع ضروری است شبکه ارتباطی به صورت دقیق مدل شود و مدل دقیق بایستی وجود یا عدم وجود ارتباط مستقیم بین هر دو ربات، تأخیر ارسال اطلاعات و احتمال از دست رفتن داده هنگام تبادل اطلاعات را در نظر بگیرد.

شبکه ارتباطی به صورت یک گراف $G = (V, E)$ مدل می‌شود. هر رأس $i \in V$ در گراف، نشان‌دهنده یک عامل و هر یال $e_{ij} \in E$ لینک ارتباطی بی‌سیم بین عامل i و j است. وجود یا عدم وجود لینک ارتباطی بین دو ربات وابسته به نوع شبکه ارتباطی و برد مفید و فاصله ربات‌ها از یکدیگر است و غالباً این امکان وجود ندارد که همه ربات‌ها مستقیماً یا یکدیگر در ارتباط باشند.

همسایگی عامل i شامل عامل‌هایی است که از عامل i اطلاعات دریافت می‌کنند و به صورت N_i نشان داده می‌شود. ماتریس مجاورت شبکه به صورت $A = \llbracket a_{ij} \rrbracket \in R^{n \times n}$ است که در صورت وجود لینک ارتباطی بین عامل i و j ، مقدار $a_{ij} = 1$ و در غیر این صورت $a_{ij} = 0$ است. همچنین فرض می‌شود که هر رأس با خود در ارتباط نیست و $a_{ii} = 0$ است. ماتریس لاپلاسیان نیز به صورت (۶) بیان می‌گردد [۱۷]

$$\begin{aligned} L &= \llbracket l_{ij} \rrbracket \in R^{n \times n} \\ l_{ij} &= -a_{ij}, \quad i \neq j \\ l_{ii} &= \sum_{j \in N_i} a_{ij}, \quad i = j \end{aligned} \quad (6)$$

تغییرات شبکه ارتباطی حین تبادل اطلاعات و علی‌الخصوص از دست دادن داده به صورت تغییر در درایه‌های ماتریس مجاورت مدل می‌شود [۱۸].

تأخیر متغیر با زمان به صورت کران‌دار با کران بالای معلوم و با ماهیت تصادفی در نظر گرفته می‌شود که در فواصل طولانی دارای توزیع گوسین و در فواصل کوتاه‌تر دارای توزیع نمایی یا گاما است [۱۹]. با توجه به این که در این مقاله، فاصله ربات‌ها از یکدیگر کوتاه است، در شبیه‌سازی‌ها از توزیع گاما استفاده می‌شود. تأخیر در تبادل اطلاعات از عامل i به j به صورت τ_{ij} نشان داده می‌شود و مدل آن در معادلات به صورت

$$\begin{aligned} P\{\gamma_{ij}(k) = 1\} &= p_{ij} \\ P\{\gamma_{ij}(k) = 0\} &= 1 - p_{ij} \end{aligned} \quad (7)$$

۵- طراحی کنترل‌کننده غیر متمرکز ربات‌ها برای هل‌دادن جسم بر روی مسیر دارای سرعت متغیر با زمان

برای ارائه قانون کنترلی، فرض می‌شود که نیرویی که هر ربات به جسم وارد می‌کند از دو بخش تشکیل شده است

$$\hat{F}_i = \bar{F}_i + \tilde{F}_i^d \quad (8)$$

\bar{F}_i به ردیابی سرعت نامتغیر با زمان و \tilde{F}_i^d به ردیابی سرعت متغیر با زمان می‌پردازد. ابتدا به طراحی \bar{F}_i که مربوط به سرعت نامتغیر با زمان است، پرداخته می‌شود. سرعت خطی مطلوب جسم در دستگاه عمومی v_d^G و سرعت زاویه‌ای در دستگاه عمومی ω_d^G در نظر گرفته می‌شود. سرعت هر عامل در نقطه r_i با استفاده از (۹) به دست می‌آید

$$v_i = v + \omega \times r_i \quad (9)$$

با این فرض که سرعت مطلوب جسم در طول زمان ثابت است، خطای ردیابی سرعت مطلوب با استفاده از (۱۰) محاسبه می‌شود

$$\begin{aligned} e_v &= R^T(\psi) v_d^G - v \\ e_\omega &= \omega_d - \omega \end{aligned} \quad (10)$$

با توجه به ثابت فرض کردن سرعت مطلوب و این که سرعت ربات‌ها در واقع سرعت نقاط اتصال به جسم است و اگر سرعت این نقاط به مقدار مطلوب برسد، سرعت جسم نیز به مقدار مطلوب رسیده است، نیرویی که هر ربات باید به جسم اعمال کند می‌تواند به صورت (۱۱) ارائه گردد

$$\bar{F}_i = e_v + e_\omega \times r_i \quad (11)$$

با توجه به این که در عمل، اندازه‌گیری سرعت عامل‌ها راحت‌تر از اندازه‌گیری سرعت جسم است می‌توان (۱۱) را بر اساس سرعت عامل‌ها به صورت (۱۲) بازنویسی کرد

$$\bar{F}_i = v_d + \omega_d \times r_i - v_i \quad (12)$$

اگر سرعت مطلوب حرکت جسم نامتغیر با زمان باشد، نیروی کنترلی ارائه‌شده در (۱۲) برای ردیابی این سرعت کافی است.

مشاهده شد که برای ردیابی سرعت نامتغیر با زمان هر ربات به اطلاعات سرعت خود نیاز دارد و نیازی به تبادل اطلاعات با دیگر ربات‌ها نیست. همچنین پایداری این روش با استفاده از تابع لیاپانوف به اثبات رسیده است [۱۵].

به منظور ردیابی سرعت متغیر با زمان عموماً به ترم‌های پس‌خور نیاز است و اختصاص تأثیر این ترم‌ها به هر یک از ربات‌ها نیازمند ارتباط و تبادل اطلاعات موقعیتی بین ربات‌ها می‌باشد. هر ربات باید طبق (۱۳) ترم‌های پس‌خور را که در واقع برآیند نیرو و گشتاور مورد نیاز به منظور هل‌دادن جسم بر روی مسیر مورد نظر است، محاسبه کند

ارتباط مستقیم همه ربات‌ها با یکدیگر نیست. در بخش‌های آتی، مقادیر ممان با استفاده از دینامیک اجماع تخمین زده می‌شوند و اثر شبکه در به اجماع رسیدن عامل‌ها بررسی می‌گردد.

با داشتن مقادیر بالا و همچنین محاسبه مقدار نیروی پس‌خور از (۱۳) و این که هر ربات موقعیت خود را در دستگاه بدنه داشته باشد، هر ربات با استفاده از (۱۷) نیروی کنترلی لازم را محاسبه و اعمال می‌کند.

۶- دینامیک اجماع توزیع شده برای تخمین مشخصات موقعیتی

همان طور که گفته شد عملکرد صحیح کنترل کننده، مستلزم در اختیار داشتن مقادیر صحیح ممان‌های موقعیتی می‌باشد. به دلیل محدودیت‌های شبکه ارتباطی غالباً همه ربات‌ها با یکدیگر ارتباط مستقیم ندارند و هر ربات با تعداد محدودی ربات همسایگی دارد. لذا ربات‌ها نمی‌توانند مستقیماً اطلاعات همه ربات‌ها را داشته باشند و مقادیر ممان از طریق دینامیک اجماع تخمین زده می‌شوند. ربات‌ها با استفاده از ورودی‌های کنترلی پیشنهادی برای رسیدن به اجماع، در زمان مناسب در خصوص مشخصات موقعیتی به اجماع رسیده و حرکت جسم را در مسیر مطلوب کنترل می‌کنند. به عبارت دیگر، ربات‌ها با اعمال نیروی محاسبه شده توسط کنترل کننده پیشنهادی در بخش قبل و با دریافت غیر مستقیم بازخورد اعمال آن به جسم از طریق سرعت خطی و سرعت زاویه‌ای جسم و همچنین اطلاعات کسب شده از سایر ربات‌های موجود در همسایگی، برای به دست آوردن ممان‌های حرکتی اقدام می‌نمایند. در این بخش ابتدا دینامیک اجماع با فرض عدم وجود ارتباط دوه‌دو میان همه ربات‌ها و سپس با در نظر گرفتن قیود شبکه ارتباطی ارائه می‌گردد.

با توجه به این که به منظور عمومیت داشتن مسأله، نیروی وارد شده از سوی ربات‌ها به عنوان نیروی کنترلی در نظر گرفته شده است، از دینامیک ربات‌ها در تخمین مشخصات موقعیتی صرف نظر گردید.

۶-۱ دینامیک اجماع با فرض ایده‌آل بودن شبکه ارتباطی

$\hat{m}_i = [\hat{m}_i^x, \hat{m}_i^y, \hat{m}_i^{zz}]$ تخمین ربات i از ممان مناسب در زمان t است. دینامیک حلقه باز به صورت (۱۹) در نظر گرفته می‌شود

$$\hat{m}_i(k+1) = \hat{m}_i(k) + Tu_i, \quad i \in \{1, \dots, N\} \quad (19)$$

تخمین‌ها در طول زمان با استفاده از قانون اجماع (۲۰) به روز می‌شوند [۱۷]

$$u_i = \sum_{j \in N_i} (\hat{m}_j - \hat{m}_i) \quad (20)$$

هر ربات، بردار $\hat{m}_i(\cdot) = [Nr_i^x, Nr_i^y, N(r_i^x)^T + N(r_i^y)^T]$ را به عنوان مقادیر اولیه ممان اختیار می‌کند و اگر گراف شبکه همبند باشد، پروتکل بالا پایدار مجانبی عمومی است [۲۱] و مقادیر \hat{m} به میانگین مقادیر اولیه عامل‌ها همگرا می‌شود.

با توجه به جذاب بودن دینامیک جسم از دینامیک کنترل کننده به منظور نشان دادن پاسخ‌دهی کنترل کننده (۱۷) کافی است نشان داده شود که ماتریس تخمین ممان ارائه شده در (۱۸) همواره معکوس پذیر می‌باشد و دترمینان آن مخالف صفر است

$$N\hat{m}_i^{zz} - (\hat{m}_i^x)^2 - (\hat{m}_i^y)^2 \neq 0 \quad (21)$$

تنها شرایطی که عبارت (۲۱) برابر صفر می‌شود این است که همه ربات‌ها هم‌مکان باشند یا این که تنها یک عامل وجود داشته باشد که در ابتدا

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^N F_i^d \\ \sum_{i=1}^N r_i^x \times F_i^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} MR^T(\psi)\dot{v}_d^G \\ I\dot{\omega}_d \end{bmatrix} \quad (13)$$

دو سطر اول (۱۳) مجموع نیرو و سطر آخر مجموع گشتاوری است که باید همه ربات‌ها برای هل دادن جسم در مسیر مطلوب به جسم اعمال کنند و این مقدار باید با توجه به موقعیت نسبی ربات‌ها بین آنها تقسیم شود. سمت راست (۱۳)، F_d نامیده می‌شود و با استفاده از ماتریس B که حاوی اطلاعات موقعیت است، مقدار نیرویی که هر ربات در مکان خود باید وارد کند \tilde{F}^d نامیده می‌شود و به صورت (۱۴) محاسبه می‌گردد

$$B\tilde{F}^d = F^d \quad (14)$$

در این رابطه $B = [B_1 \dots B_i \dots B_N]$ و ماتریس B_i به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$B_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -r_i^y & r_i^x \end{bmatrix} \quad (15)$$

با این فرض که بیش از دو عامل هل‌دهنده وجود دارند و مکان آنها نیز متفاوت است، ماتریس B مرتبه کامل است و پاسخ وجود دارد و نیروی کنترلی مورد نیاز را می‌توان به صورت (۱۶) بیان کرد

$$\tilde{F}^d = B^+ F^d \quad (16)$$

B^+ شبه معکوس ماتریس B به صورت $B'(BB')^{-1}$ است. مسأله‌ای که در (۱۶) وجود دارد، این است که کنترل کننده به اطلاعات موقعیت تمام عامل‌ها برای به دست آوردن قانون کنترلی مورد نیاز احتیاج دارد. در ادامه به راه حلی پرداخته می‌شود که هر عامل خودش به تنهایی قانون کنترلی مورد نیاز خود را به صورت غیر متمرکز محاسبه کند.

اگر $\bar{B} = (BB') \in R^T$ باشد، مقدار نیروی کنترلی عامل i ام به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\tilde{F}_i^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r_i^y \\ 0 & 1 & r_i^x \end{bmatrix} \bar{B}^{-1} F^d \quad (17)$$

در این رابطه ماتریس \bar{B} به صورت زیر محاسبه می‌شود

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} N & 0 & -m^y \\ 0 & N & m^x \\ -m^y & m^x & m^{zz} \end{bmatrix} \quad (18)$$

بنابراین هر عامل با دانستن موقعیت خود نیاز دارد که تخمینی از ماتریس \bar{B} را محاسبه کند که حاوی اطلاعات مکان و تعداد ربات‌ها است. درایه‌های این ماتریس هر کدام به صورت زیر به دست می‌آیند:

N : تعداد عامل‌ها که دانسته فرض می‌شود.

m^x : ممان مرتبه اول پیکربندی مکان عامل‌ها (در جهت x) نسبت به مرکز جسم که برابر با $m^x = \sum_{i=1}^N r_i^x$ است.

m^y : ممان مرتبه اول پیکربندی مکان عامل‌ها (در جهت y) که برابر با $m^y = \sum_{i=1}^N r_i^y$ است.

m^{zz} : ممان مرتبه دوم پیکربندی مکان عامل‌ها (در جهت z) که برابر با $m^{zz} = \sum_{i=1}^N (r_i^x)^2 + (r_i^y)^2$ است.

قابل مشاهده است که محاسبه مقادیر ممان، نیازمند اطلاعات موقعیت همه ربات‌ها است و با توجه به محدودیت‌های شبکه ارتباطی غالباً امکان

اختیار کنترل کننده قرار نمی‌گیرد و این بدین معنی است که در بازه زمانی $[0, \tau]$ سامانه اجماع به صورت حلقه باز عمل می‌کند. سپس در زمان $t = \tau$ اطلاعات مورد نیاز برای پیاده‌سازی کنترل غیر متمرکز در اختیار ربات‌ها قرار می‌گیرد. با استفاده از این رویکرد نقطه همگرایی به صورت (۲۶) به دست می‌آید. در این رابطه مشخص است که نقطه همگرایی ربات‌ها تابع مقدار تأخیر است

$$m_{eq} = \frac{1}{N} \left(\frac{m}{1 + (\sum a_{ij})\tau} \right) \bar{\gamma} \quad (26)$$

در رویکرد دوم از مقادیر غیر صفر در بازه زمانی $[-\tau, 0]$ استفاده می‌شود. با اتخاذ این رویکرد، نقطه همگرایی در قیاس با زمانی که تأخیر به سیستم وارد نمی‌شود تغییر نمی‌کند و پایداری سامانه چندعامله متأثر از مقدار تأخیر نیست. نقطه همگرایی در صورت استفاده از مقادیر اولیه در بازه $[-\tau, 0]$ منجر به نقطه همگرایی مندرج در (۲۷) می‌گردد. در این رابطه مشخص است که نقطه همگرایی وابسته به مقدار تأخیر نیست

$$m_{eq} = \frac{1}{N} m \bar{\gamma} \quad (27)$$

در این بخش دینامیک اجماع با ثابت فرض شدن مقدار تأخیر ارائه گردید و تفاوت دو رویکرد در اختیار مقادیر بازه تأخیر بررسی شد. همان طور که در بخش مدل‌سازی شبکه گفته شد، تأخیر دارای ماهیت متغیر با زمان است و همچنین احتمال از دست رفتن داده نیز حین تبادل داده میان ربات‌ها وجود دارد. در بخش بعد دینامیک اجماع در حضور تأخیر متغیر با زمان و احتمال از دست رفتن داده ارائه می‌گردد.

۳-۶ دینامیک اجماع در حضور تأخیر متغیر با زمان و

احتمال از دست رفتن داده

توجه به این مسأله که تأخیر ماهیت تصادفی و غیر ثابت دارد باعث می‌شود که مقدار تأخیر در معادلات به صورت متغیر با زمان در نظر گرفته شود. از طرف دیگر اگر مقدار این تأخیر افزایش یابد ممکن است منجر به از دست رفتن داده گردد. لذا در این بخش دینامیک اجماع در حضور توأم تأخیر متغیر با زمان و احتمال از دست رفتن داده ارائه می‌گردد. تأخیر دارای توزیع گوسین، متغیر با زمان و محدود در نظر گرفته می‌شود و هر لینک ارتباطی با احتمال متفاوتی ممکن است از کار بیفتد.

با توجه به در نظر گرفتن متغیر $\gamma_{ij}(k)$ برای مدل‌سازی از دست رفتن داده، ماتریس لاپلاسی در هر گام زمانی با استفاده از این متغیر می‌تواند به صورت (۲۸) ارائه شود

$$\begin{aligned} L(k) &= \left[l_{ij}(k) \right] \in R^{n \times n} \\ l_{ij}(k) &= -\gamma_{ij}(k) a_{ij}, \quad i \neq j \\ l_{ii}(k) &= \sum_{j=1}^n \gamma_{ij}(k) a_{ij}, \quad i = j \end{aligned} \quad (28)$$

به منظور مدل‌سازی از دست رفتن داده در هر لینک ارتباطی، ماتریس لاپلاسی در هر بازه زمانی به r ماتریس افزای می‌شود که هر یک فقط متعلق به یک لینک است و حاصل جمع این ماتریس‌ها برابر با ماتریس $L(k)$ است.

$G^{(h)}$ گراف مربوط به مجموعه $\{L^{(h)}(k), k=0, 1, 2, \dots\}$ فرض می‌شود و ماتریس لاپلاسی $G^{(h)}$ به صورت $L^{(h, \cdot)}$ $\left[l_{ij}^{(h, \cdot)} \right]$ تعریف می‌گردد و به صورت ارائه‌شده در (۲۹) محاسبه می‌شود

فرض شد این دو شرط برقرار نیستند. بنابراین مقدار اجماع باعث صفرشدن دترمینان این ماتریس نمی‌شود.

رابطه (۲۰) در شرایطی کارایی دارد که شبکه ارتباطی ایده‌آل باشد و تبادل اطلاعات بدون هر گونه تأخیر یا از دست رفتن داده صورت گیرد. در صورتی که غالباً این شرایط برقرار نیست و ماهیت شبکه ارتباطی باعث به وجود آمدن تأخیر در دریافت اطلاعات و از دست رفتن داده حین تبادل اطلاعات می‌گردد. در بخش‌های بعد قانون اجماع در حضور قیود شبکه ارتباطی از قبیل تأخیر و از دست رفتن داده ارائه می‌گردد.

۲-۶ دینامیک اجماع در حضور تأخیر ثابت

در بخش قبل با این فرض که ارتباط بین ربات‌ها بدون تأخیر است از پروتکل اجماع ارائه‌شده در (۲۰) استفاده گردید. این فرض غالباً برقرار نیست و به دلیل وجود شبکه ارتباطی، همواره مقداری تأخیر در شبکه ارتباطی وجود دارد. اگر فرض شود هر عامل اطلاعات عامل همسایه خود را با تأخیر τ دریافت می‌کند و این تأخیر در (۲۰) لحاظ شود، این رابطه به صورت (۲۲) درمی‌آید

$$\begin{aligned} \hat{m}_i(k+1) &= \hat{m}_i(k) + T \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{m}_j(k-\tau(k)) - \hat{m}_i(k)) \\ &, \quad i \in \{1, \dots, N\} \end{aligned} \quad (22)$$

این دینامیک به ازای مقادیر تأخیر $0 \leq \tau < \tau_{max}$ پایدار است و τ_{max} وابسته به بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس مجاورت است و توسط (۲۳) محاسبه می‌شود [۲۱]

$$\tau_{max} = \frac{\pi}{2\lambda_{max}} \quad (23)$$

اگر مقدار تأخیر بیشتر از τ_{max} باشد، (۲۲) ناپایدار می‌شود و به تبع آن کنترل کننده نیز قادر به ردیابی مسیر مطلوب نخواهد بود. با فرض کردن بردار ممان هر ربات به صورت $m = [m_1, \dots, m_N]^T$ و با استفاده از ماتریس لاپلاسی (۲۲) به صورت (۲۴) نوشته می‌شود

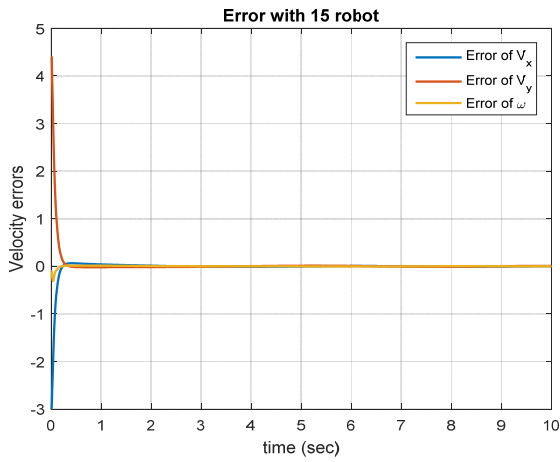
$$\hat{m}(k+1) = \hat{m}(k) - TL\hat{m}(k - \tau(k)) \quad (24)$$

این رابطه اکنون به فرم استاندارد سیستم‌های دارای تأخیر مندرج در [۲۲] درآمده است. این شکل استاندارد به صورت (۲۵) است

$$\begin{cases} \hat{m}(k+1) = \hat{m}(k+1) - TL\hat{m}(k - \tau(k)) \\ \hat{m}(\theta) = \phi(\theta), \quad \forall \theta \in [-\tau(k), 0] \end{cases} \quad (25)$$

تابع ϕ مجموعه مقادیر اولیه در بازه زمانی $[-\tau, 0]$ است. بر اساس نتایج به دست آمده در [۲۲] نقطه‌ای که عامل‌ها به آن همگرا می‌شوند، تابع چگونگی انتخاب ϕ است. دو رویکرد متفاوت که غالباً در کاربردهای عملی مورد استفاده قرار می‌گیرد، صفر فرض کردن یا در نظر گرفتن مقادیر اولیه اصلی سامانه در این بازه زمانی است. با صفر فرض کردن این مقادیر، قانون کنترلی فقط از اطلاعات دریافتی پس از زمان اولیه $t = 0$ استفاده می‌کند و در طول زمان $[-\tau, 0]$ هیچ اطلاعاتی از سایر ربات‌ها در قانون اجماع استفاده نمی‌شود. با در نظر گرفتن مقادیر ثابت در این بازه زمانی، کنترل کننده از شرایط اولیه غیر صفر استفاده می‌کند و پس از گذراندن بازه تأخیر، هر ربات مقادیر ممان را از ربات‌های همسایه دریافت می‌نماید و با استفاده از دینامیک (۲۵) در خصوص مشخصات موقعیتی با دیگر ربات‌ها به توافق می‌رسد.

در رویکرد اول، کنترل کننده غیر متمرکز از لحظه صفر شروع به انجام محاسبات می‌کند ولی به خاطر وجود تأخیر تا لحظه $t = \tau$ اطلاعاتی در



شکل ۵: خطای ردیابی سرعت مرجع.

انتخاب گین کنترلی γ_c بزرگ‌تر از یک باعث می‌شود که اثر اطلاعات دیگر ربات‌ها در به روز رسانی ممان‌ها افزایش یابد و در صورت وجود احتمال از دست رفتن داده، ربات‌ها در زمان کوتاه‌تری به اجماع برسند. البته گین کنترلی تا جایی می‌تواند افزایش یابد که شرایط پایداری دینامیک اجماع ارضا شود. نحوه انتخاب γ_c و شرایط کافی و لازم برای پایداری این دینامیک با استفاده از لیاپانوف مبتنی بر LMI بررسی و اثبات شده است [۲۰].

۷- شبیه‌سازی

به منظور بررسی عملکرد قانون کنترلی پیشنهادی و نحوه رسیدن به اجماع در شبیه‌سازی‌ها، جابه‌جایی یک جسم مستطیل شکل به ابعاد 1×2 متر مربع و جرم ۱ کیلوگرم در نظر گرفته شده است. ۱۵ عدد ربات در موقعیت‌های مختلف در اطراف جسم به صورت تصادفی قرار گرفته‌اند و شبیه‌سازی‌ها با استفاده از ابزار سیمولینک نرم‌افزار Matlab انجام شده است.

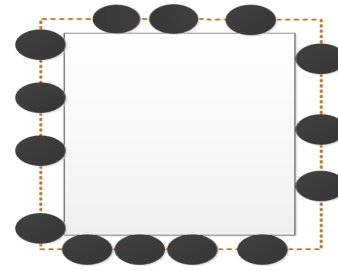
فرض می‌شود که ربات‌ها در طول حرکت جسم تغییر مکان نمی‌دهند و موقعیت آنها در دستگاه بدنه ثابت است. هر ربات مقادیر مطلوب و واقعی سرعت خطی و زاویه‌ای خود را در هر لحظه می‌داند. ربات‌ها قابلیت اندازه‌گیری سرعت خود را دارند و موقعیت هر ربات نسبت به مرکز جرم جسم، معلوم فرض می‌شود. علاوه بر این جرم و ماتریس لختی دوران جسم، شتاب خطی و زاویه‌ای و تعداد ربات‌های متصل به جسم نیز باید برای ربات مشخص باشد.

سرعت مطلوب در دستگاه عمومی $v_x = 5 \sin(0.6t)$ ، $v_y = 5 \cos(0.6t)$ و $\omega = 0.1t$ (rad/s) در نظر گرفته می‌شود و مقادیر اولیه نیز به قرار $v_x(0) = 3$ (m/s)، $v_y(0) = 0.5$ (m/s) و $\omega(0) = 0.1$ (rad/s) می‌باشند. موقعیت اولیه مرکز جرم نیز به صورت $x(0) = 4.5$ و $y(0) = 2.5$ و زاویه اولیه جسم نیز به صورت $\psi(0) = 0$ است.

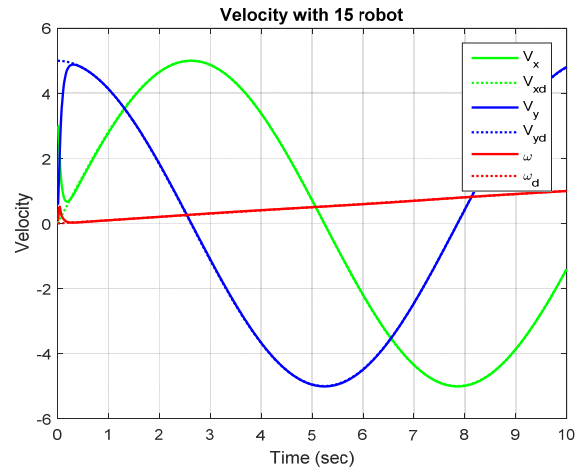
ارتباط ربات‌ها نیز با یکدیگر به صورت حلقه در نظر گرفته شده و هر ربات با دو ربات در همسایگی خود در ارتباط است. نحوه ارتباط و جاگیری ربات‌ها در شکل ۳ نشان داده شده است.

شکل ۴ ردیابی سرعت مطلوب را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که کنترل کننده به خوبی سرعت مطلوب را دنبال می‌کند و در زمان کوتاهی سرعت خطی و زاویه‌ای جسم به سرعت مطلوب می‌رسد.

شکل ۵ خطای ردیابی سرعت را نشان می‌دهد. با توجه به انتخاب مقادیر اولیه متفاوت با مقادیر مطلوب، مقدار خطا ابتدا زیاد است و پس از گذشت زمان تقریبی ۱/۵ ثانیه به صفر همگرا می‌شود.



شکل ۳: نحوه ارتباط ربات‌ها با یکدیگر. خط‌چین‌ها نشان‌دهنده این هستند که هر ربات فقط با ربات کناری خود در ارتباط است.



شکل ۴: سرعت‌های خطی و زاویه‌ای واقعی و مطلوب جسم.

$$L^{(h,\cdot)} = \left[l_{ij}^{(h,\cdot)} \right] \in R^{n \times n}$$

$$l_{ij}^{(h,\cdot)} = -a_{ij}, \quad i \neq j \tag{29}$$

$$l_{ii}^{(h,\cdot)} = \sum_{j \in N_i^{(h)}} a_{ij}, \quad i = j$$

مجموعه یال‌های گراف $G^{(h)}$ به صورت $E(G^{(h)})$ نمایش داده می‌شود و شامل تمام یال‌های محتمل با تأخیر $\tau^{(h)}(k)$ است. در هر دوره زمانی k گراف $L^{(h)}(k)$ شامل برخی از یال‌های گراف $E(G^{(h)})$ است. با گرفتن امید ریاضی از $L^{(h)}(k)$ ، درایه‌های این ماتریس با توجه به توزیع برنولی به صورت (۳۰) به دست می‌آیند

$$\hat{L}^{(h,\cdot)} = E\{L^{(h)}(k)\} = \left[\hat{l}_{ij}^{(h,\cdot)} \right]$$

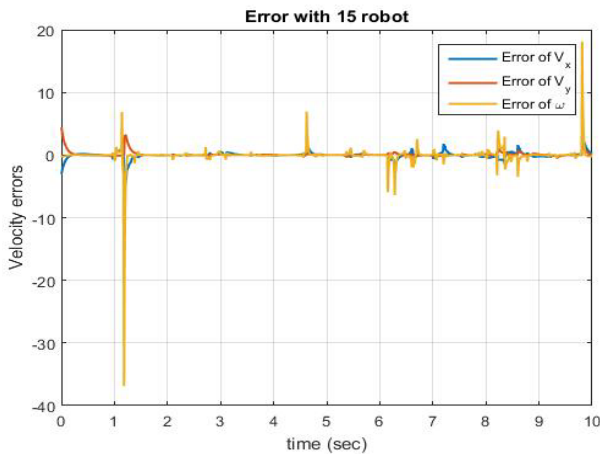
$$\hat{l}_{ij}^{(h,\cdot)} = p_{ij} l_{ij}^{(h,\cdot)}, \quad i \neq j \tag{30}$$

$$\hat{l}_{ii}^{(h,\cdot)} = - \sum_{j=1, j \neq i}^n \hat{l}_{ij}^{(h,\cdot)}$$

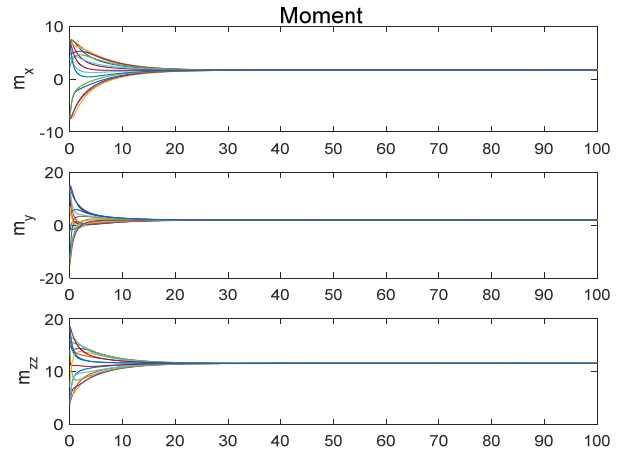
با استفاده از بازنویسی ماتریس لاپلاسیان و فرضیات بالا و همچنین با توجه به این که ربات‌ها مجهز به نمونه‌بردار و نگه‌دارنده هستند، دینامیک اجماع به صورت (۳۱) بازنویسی می‌شود

$$\hat{m}(k+1) = \hat{m}(k) - \gamma_c T \sum_{h=1}^r L^{(h)}(k) \hat{m}(k - \tau^{(h)}(k)) \tag{31}$$

r تعداد لینک‌های موجود بین ربات‌ها، γ_c گین کنترلی، τ_h نشان‌دهنده تأخیر و $L(t) = \sum_{h=1}^r L_h(t)$ است و درایه‌های ماتریس L_h مشابه ماتریس لاپلاسیان به دست می‌آیند، با این تفاوت که ابتدا در ماتریس مجاورت صفر یا یک‌شدن درایه‌های مربوط به هر لینک ارتباطی توسط احتمال از دست رفتن داده با توزیع برنولی مدل می‌گردد و سپس با توجه به ماتریس مجاورت گراف شبکه، ماتریس لاپلاسیان محاسبه می‌شود.



شکل ۸: خطای ردیابی سرعت‌های مرجع با تأخیر ۰/۴۵ ثانیه در ارتباطات شبکه.



شکل ۶: روند همگرایی تخمین عامل‌ها از مقادیر ممان.

لازم به ذکر مجدد است که اگر مقدار تأخیر، بیشتر از مقدار بیشینه باشد سیستم ناپایدار می‌گردد. برای بررسی صحت این موضوع، شبیه‌سازی با حضور تأخیر بیشتر نسبت به حد مجاز تکرار شده است. بر اساس (۲۳) حد بالای تأخیر با توپولوژی در نظر گرفته شده برابر ۰/۳۹ ثانیه است. در شبیه‌سازی شکل ۸، تأخیر برابر با ۰/۴۵ ثانیه در نظر گرفته شده که بزرگ‌تر از بازه مجاز است و لذا به دلیل عدم عملکرد مناسب تخمین‌گر، کنترل‌کننده دچار ناپایداری شده و خطای آن به صفر همگرا نمی‌شود. شکل ۸ خطای سرعت جسم را با تأخیر ۰/۴۵ ثانیه نشان می‌دهد.

همان طور که بر اساس (۲۳) انتظار می‌رفت، دینامیک اجماع پیشنهادی مندرج در (۲۲) برای مواقعی که تأخیر سیستم بیشتر از ۰/۳۹ ثانیه باشد، کارایی نداشته و منجر به ناپایداری می‌گردد.

حال با استفاده از دینامیک (۲۴) و انتخاب مقادیر اولیه تأخیر به صورت غیر صفر، کارایی کنترل‌کننده بررسی می‌شود. شکل ۹ خطای این دینامیک را با ۰/۵ ثانیه تأخیر نشان می‌دهد.

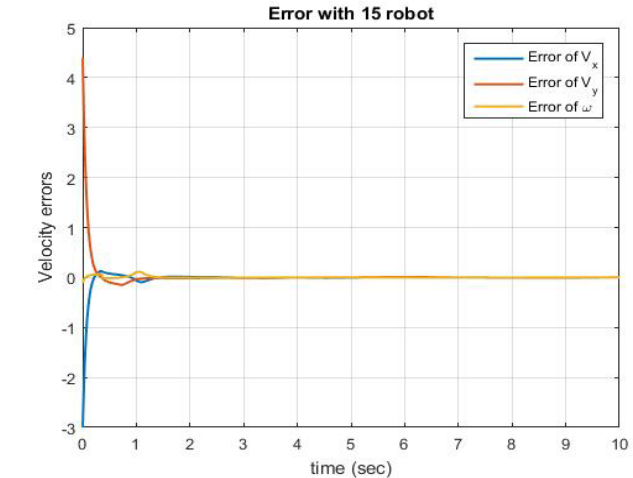
شکل ۹ نشان می‌دهد که استفاده از مقادیر اولیه غیر صفر در بازه زمانی تأخیر، منجر به بهبود کارایی کنترل‌کننده در حضور مقادیر تأخیر بیشتر از مقدار به دست آمده از (۲۳) می‌گردد. با در نظر گرفتن تأخیر متغیر با زمان با حد بالای ۰/۵ ثانیه و احتمال موفقیت تبادل داده ۵۰٪، شکل ۱۰ خطای ردیابی کنترل‌کننده را با استفاده از (۲۶) به عنوان دینامیک اجماع نشان می‌دهد. زمان نمونه‌برداری در این حالت ۰/۰۱ و ۷٪ برابر با یک در نظر گرفته شده است.

در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود که با وجود از دست رفتن ۵۰٪ اطلاعات باز هم خطای کنترل‌کننده به صفر میل می‌کند. البته همان طور که انتظار می‌رفت از دست رفتن داده باعث می‌شود که به اجماع رسیدن داده‌های ممان در زمان طولانی‌تری نسبت به حالت‌های قبل اتفاق بیفتد.

جدول ۱ زمان همگرایی مقادیر ممان m^x ، m^y و m^z را تحت دینامیک‌های مختلف نشان می‌دهد.

۸- نتیجه‌گیری

در این مقاله، طراحی کنترل‌کننده غیر متمرکز برای چند ربات شبکه‌محور همکار با مأموریت هل‌دادن جسم بررسی شده و دینامیک مناسبی برای حل مسأله اجماع در حضور تأخیر متغیر با زمان و احتمال از دست رفتن داده ارائه گردیده است. مشکل اصلی در این مسأله، واگراشدن تخمین مقادیر ممان در حضور تأخیر و احتمال از دست رفتن داده است. برای این منظور، ابتدا تأخیر به صورت ثابت مدل شد و دینامیک اجماع برای توافق عامل‌ها در حضور تأخیر ثابت ارائه گردید. سپس دینامیک



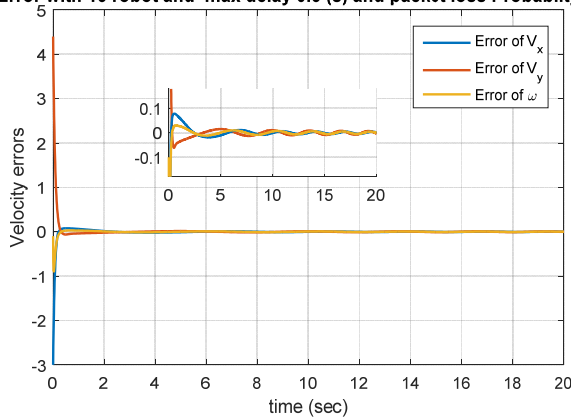
شکل ۷: خطای ردیابی سرعت‌های مرجع با تأخیر ثابت ۰/۳۵ ثانیه در ارتباطات شبکه.

روند همگرایی تخمین ربات‌ها از مقادیر ممان m_x ، m_y و m_z نیز در شکل ۶ نمایش داده شده است. برای آن که روند همگرایی به درستی نشان داده شود، مقادیر اولیه تخمین هر یک از ربات‌ها از ممان‌ها به صورت تصادفی و متفاوت انتخاب شده و همان طور که این شکل نشان می‌دهد، همگرایی با سرعت بالایی محقق شده است.

اجماع تخمین‌گر در خصوص ممان‌های موقعیتی، از نظر فیزیکی در واقع اجماع در خصوص مرکز هندسی نقاط اتصال ربات‌ها با جسم است و چه در زمانی که همه ربات به یک مقدار همگرا شده باشند و چه در زمانی که میانگین تخمین ربات‌ها برابر با مقدار اجماع نهایی باشد، مرکز هندسی به دست آمده صحیح است و کنترل‌کننده به خوبی عمل می‌کند. همان طور که در شکل ۶ نشان داده شده است، پس از چند گام زمانی میانگین تخمین همه ربات‌ها برابر با نقطه اجماع می‌گردد و به همین دلیل خطای کنترل‌کننده نیز مطابق با شکل ۵ به صفر میل می‌کند.

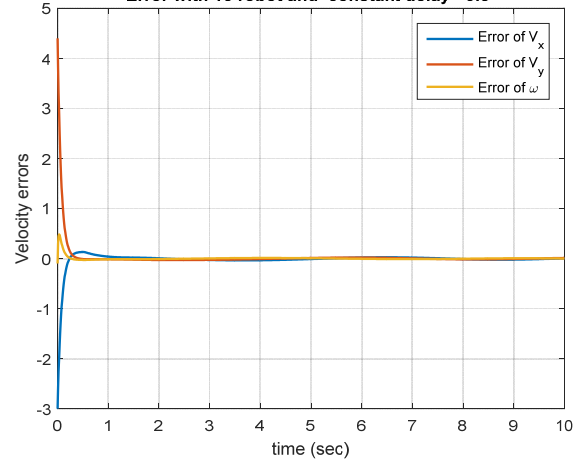
به منظور نمایش تأثیر تأخیر روی کنترل‌کننده، ورودی‌های سامانه مشابه قبل به صورت سینوسی در نظر گرفته می‌شوند. با در نظر گرفتن ارتباط ربات‌ها به صورت حلقه، بزرگ‌ترین مقدار ویژه ماتریس لاپلاسن $3/9563$ است و حد بالای تأخیر برای پایداری دینامیک (۲۲)، ۰/۳۹۷ ثانیه به دست می‌آید. شکل ۷ مقدار خطای کنترل‌کننده را در حالت وجود ۰/۳۵ ثانیه تأخیر در ارتباطات شبکه‌ای نشان می‌دهد. همان طور که در شکل ۷ مشاهده می‌شود در ثانیه‌های ابتدایی، خطا به دلیل عدم وجود اطلاعات ممان در ابتدای حرکت نسبت به حالت بدون تأخیر زیاد شده ولی در نهایت به صفر همگرا می‌شود.

Error with 15 robot and max delay 0.5 (s) and packet loss Probability=0.5



شکل ۱۰: خطای ردیابی سرعت مرجع با احتمال ۰٫۵ از دست رفتن داده در تبادل اطلاعات و تأخیر متغیر با زمان حداکثر ۰٫۵ ثانیه.

Error with 15 robot and constant delay =0.5



شکل ۹: خطای کنترل کننده با وجود تأخیر ۰٫۵ ثانیه.

جدول ۱: مقایسه زمان به اجماع رسیدن مقادیر ممان تحت دینامیک‌های مختلف.

| دینامیک و تأخیر | زمان اجماع m^x | زمان اجماع m^y | زمان اجماع m^z |
|---|------------------|------------------|------------------|
| دینامیک (۲۰)، بدون تأخیر | ۲۷٫۲۲ | ۲۴٫۰۹ | ۲۵٫۲۶ |
| دینامیک (۲۲)، $\tau = ۰٫۳۵$ | ۲۷٫۲۹ | ۲۴٫۵۳ | ۲۵٫۴۶ |
| دینامیک (۲۲)، $\tau = ۰٫۵$ | ناپایدار | ناپایدار | ناپایدار |
| دینامیک (۲۵)، $\tau = ۰٫۵$ | ۵۵٫۴۳ | ۴۹٫۳۷ | ۴۷٫۷۸ |
| دینامیک (۳۱)، $\tau = ۰٫۵$ و $P_{loss} = ۰٫۵$ | ۵۹٫۹۸ | ۵۷٫۸۱ | ۵۹٫۰۲ |

- [7] R. Gross and M. Dorigo, "Towards group transport by swarms of robots," *International J. of Bio-Inspired Computation*, vol. 1, no. 1-2, Article ID: 22770, 13 pp., Jan. 2009.
- [8] J. Chen, M. Gauci, W. Li, A. Kolling, and R. Groß, "Occlusion-based cooperative transport with a swarm of miniature mobile robots," *IEEE Trans. on Robotics*, vol. 31, no. 2, pp. 307-321, Apr. 2015.
- [9] L. E. Parker, "ALLIANCE: an architecture for fault tolerant, cooperative control of heterogeneous mobile robots," in *Proc. of IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, IROS'94*, vol. 2, pp. 776-783, Munich, Germany, 12-16 Sept. 1994.
- [10] B. R. Donald, J. Jennings, and D. Rus, "Analyzing teams of cooperating mobile robots," in *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 1896-1903, San Diego, CA, USA, 8013 May 1994.
- [11] M. J. Mataric, M. Nilsson, and K. T. Simsarin, "Cooperative multi-robot box-pushing," in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems. Human Robot Interaction and Cooperative Robots*, vol. 3, pp. 556-561, Pittsburgh, PA, USA, 5-9 Aug. 1995.
- [12] S. Yamada and J. Y. Saito, "Adaptive action selection without explicit communication for multirobot box-pushing," *IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, Part C (Applications and Reviews)*, vol. 31, no. 3, pp. 398-404, Aug. 2001.
- [13] A. Yamashita, T. Arai, J. Ota, and H. Asama, "Motion planning of multiple mobile robots for cooperative manipulation and transportation," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 2, pp. 223-237, Apr. 2003.
- [14] H. G. Tanner, S. G. Loizou, and K. J. Kyriakopoulos, "Nonholonomic navigation and control of cooperating mobile manipulators," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 19, no. 1, pp. 53-64, Feb. 2003.
- [15] J. M. Esposito, "Decentralized cooperative manipulation with a swarm of mobile robots," in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 5333-5338, St. Louis, MO, USA, 10-15 Oct. 2009.
- [16] S. Ozgoli and M. Arvan, *Modeling and Simulation of Moving Systems*, Tehran: YMA Publications, 2010.
- [17] R. Olfati-Saber, J. A. Fax, and R. M. Murray, "Consensus and cooperation in networked multi-agent systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 215-233, Jan. 2007.
- [18] S. J. Leon, I. Bica, and T. Hohn, *Linear Algebra with Applications*, Prentice Hall Upper Saddle River, NJ, 1998.

اجماع با استفاده از مدل کردن تأخیر متغیر با زمان با توزیع گاما و احتمال از دست رفتن داده با توزیع برنولی ارائه شد. دینامیک‌های ارائه شده از ناپایداری کنترل کننده در حضور مقادیر معمول تأخیر و احتمال از دست رفتن داده جلوگیری کرده و منجر به حرکت جسم روی مسیر مطلوب با سرعت متغیر با زمان می‌شوند.

افزایش نرخ همگرایی و تسریع زمان به اجماع رسیدن ربات‌ها، مسأله لیز خوردن نقطه تماس ربات‌ها با جسم، تغییرات مقادیر ممان و نقطه همگرایی و همچنین تلفیق دینامیک‌های کنترل حرکت جسم و دینامیک اجماع و بررسی کنترل پذیری و رؤیت پذیری از موضوعاتی است که در تحقیقات آتی می‌تواند بررسی شود.

مراجع

- [1] P. J. Johnson and J. S. Bay, "Distributed control of simulated autonomous mobile robot collectives in payload transportation," *Autonomous Robots*, vol. 2, pp. 43-63, 1995.
- [2] C. R. Kube and H. Zhang, "Collective robotics: from social insects to robots," *Adaptive Behavior*, vol. 2, no. 2, pp. 189-218, Sept. 1993.
- [3] N. Miyata, J. Ota, Y. Aiyama, J. Sasaki, and T. Arai, "Cooperative transport system with regrasping car-like mobile robots," in *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robot and Systems. Innovative Robotics for Real-World Applications, IROS'97*, vol. 3, pp. 1754-1761, Grenoble, France, 11-11 Sep. 1997.
- [4] D. J. Stilwell and J. S. Bay, "Toward the development of a material transport system using swarms of ant-like robots," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 766-771, Atlanta, GA, USA, 2-6 May 1993.
- [5] A. Petitti, A. Franchi, D. Di Paola, and A. Rizzo, "Decentralized motion control for cooperative manipulation with a team of networked mobile manipulators," in *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, ICRA'16*, pp. 441-446, Stockholm, Sweden, 16-21 May 2016.
- [6] C. R. Kube and E. Bonabeau, "Cooperative transport by ants and robots," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 30, no. 1-2, pp. 85-101, Jan. 2000.

میلاذ مرادی تحصیلات خود را در مقطع کارشناسی مهندسی برق گرایش الکترونیک در سال ۱۳۹۶ در دانشگاه بوعلی سینا همدان و مقطع کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش کنترل در سال ۱۳۹۹ در دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران به پایان رسانده است. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: سیستم‌های کنترل شبکه محور، رباتیک و پردازش تصویر.

سید محمد مهدی دهقان تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی در مهندسی کامپیوتر، کارشناسی ارشد در هوش ماشین و رباتیک و دکتری در مهندسی برق گرایش کنترل به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۴، ۱۳۷۸ و ۱۳۹۳ در دانشگاه تهران به پایان رسانده است و هم‌اکنون عضو هیأت علمی دانشگاه صنعتی مالک اشتر می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: سیستم‌های هوشمند، رباتیک هوایی، رباتیک احتمالاتی، تئوری تخمین، سیستم‌های چندعامله، ابزار دقیق و ترکیب اطلاعات، ناوبری و ردیابی اهداف هوایی.

- [19] J. W. Park and J. M. Lee, "Transmission modeling and simulation for internet-based control," in *Proc. IECON'01. 27th Annual Conf. of the IEEE Industrial Electronics Society*, vol. 1, pp. 165-169, Denver, CO, USA, 29 Nov.-2 Dec. 2001.
- [20] J. Wu, Y. Shi, B. Mu, H. Li, and W. Li, "Average consensus in multi-agent systems with non-uniform time-varying delays and random packet losses," *IFAC Proc. Volumes*, vol. 46, no. 20, pp. 321-326, 2013.
- [21] R. Olfati-Saber and R. M. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 49, no. 9, pp. 1520-1533, Sept. 2004.
- [22] A. Seuret, D. V. Dimarogonas, and K. H. Johansson, "Consensus under communication delays," in *Proc. 47th IEEE Conf. on Decision and Control*, pp. 4922-4927, Cancun, Mexico, 9-11 Dec. 2008.