

استنتاج بیزین تغییراتی در حذف نویز از تصاویر فراطیفی با استفاده از متغیرهای پنهان مبتنی بر خوشه‌بندی

طاهره بحرینی، مرتضی خادمی، عباس ابراهیمی مقدم و هادی صدوقی یزدی

حال حاضر HSI به یک ابزار مفید در حوزه‌های نظامی، مدیریت منابع، استخراج معادن، نظارت بر پوشش گیاهی سطح کره زمین و غیره تبدیل شده است. پایگاه‌های دادگان ارزشمندی در زمینه سنجش از راه دور و علوم زمینی توسط تصویربرداری فراطیفی برای بسیاری از تحلیل‌ها از جمله زیست‌محیطی و زمین‌شناسی ارائه شده‌اند که شامل حجم بالایی از اطلاعات دقیق هستند.

در سناریوهای واقعی، HSI معمولاً با نویز ناشی از محدودیت‌های موجود در تجهیزات همچون جریان تاریکی^۳، خطای کالیبراسیون، نوسانات در منبع تغذیه، حساسیت سنجنده، تأثیر فوتون‌ها و پاسخ غیر یکنواخت آشکارساز همراه است. همچنین ممکن است به دلیل انرژی تابشی محدود و پهنای باند باریک، انرژی گرفته‌شده توسط هر یک از سنجنده‌ها در مقایسه با انرژی نویزها ضعیف باشد و بنابراین اطلاعات ارسالی تحت تأثیر نویز به شدت تخریب شود [۱]. سطح نویز موجود در داده HSI به عوامل مختلفی، همچون مشخصات سنجنده‌های استفاده‌شده، فاصله بین سنجنده‌ها و سطح تصویربرداری و شرایط جوی وابسته است. نویز به طور جدی کیفیت تصویربرداری و اطلاعات استخراج‌شده از پردازش‌های بعدی HSI را کاهش می‌دهد. این پردازش‌ها شامل طبقه‌بندی، استخراج ویژگی، استخراج مواد پایه^۴ یا تجزیه طیفی^۵ و آشکارسازی هدف می‌شوند. به دلیل محدودیت تفکیک‌پذیری سنجنده‌های HSI و وجود نویز، فرایند کاهش و حذف اثر نویز یک گام پیش‌پردازشی اساسی برای بهبود کیفیت داده‌های HSI در گام‌های پردازشی بعدی است. لذا در حال حاضر حذف نویز HSI به زمینه تحقیقاتی مهمی در حوزه سنجش از راه دور و پردازش تصویر تبدیل شده است. بر خلاف اغلب روش‌های حذف نویز موجود که نویز را با ساختار i.i.d^۶ مدل می‌کنند، در این مقاله، مشابه با روش NMoG-LRMF^۷ [۱]، نویز با ساختاری متشکل از چندگوسی غیر i.i.d^۸ مدل می‌شود. در نهایت عملکرد روش پیشنهادی برای حذف و کاهش اثر نویز ارزیابی و با آخرین روش‌های موجود مقایسه شده است.

در طول دهه گذشته، بسیاری از محققین بر روی بهبود کیفیت HSI کار کرده‌اند که منجر به پیدایش روش‌های مختلف حذف نویز با چارچوب‌های متفاوت شده است. در میان روش‌های موجود، روش‌های حذف نویز متداول یک‌بعدی و دوبعدی از ساده‌ترین شیوه‌هایی هستند که برای کاهش سطح نویز در مجموعه داده HSI تلاش می‌کنند. پردازش در این روش‌ها به شکل پیکسل به پیکسل [۲] یا باند به باند (همچون

چکیده: حذف نویز از تصاویر فراطیفی گامی اجتناب‌ناپذیر برای بهبود کیفیت این نوع تصاویر است و روش‌های بسیاری در این زمینه توسط محققان پیشنهاد شده است. اغلب این روش‌ها به شباهت‌های مکانی-طیفی به طور هم‌زمان توجه ندارند. زمانی که روش حذف نویز، داده را به صورت سراسری بدون در نظر گرفتن شباهت‌های مکانی-طیفی به کار می‌برد، معمولاً بر روی پیکسل‌های با سطح پایین نویز تأثیر نامطلوب می‌گذارد؛ آن هم زمانی که در داده فراطیفی، تعداد زیادی از پیکسل‌ها نویز کمی دارند و تعداد اندکی از پیکسل‌ها به وسیله سطح بالای نویز تخریب می‌شوند. در این مقاله، ابتدا شباهت‌های مکانی-طیفی موجود در تصاویر با تعریف متغیر پنهان مبتنی بر خوشه‌بندی استخراج می‌شود. در ادامه، یک روش تجزیه ماتریس رتبه‌پایین مبتنی بر این متغیرهای پنهان برای حذف نویز تصاویر فراطیفی و بهبود مقاومت در مقابل انواع نویز (در مقایسه با سایر روش‌ها) پیشنهاد می‌شود. کارایی روش پیشنهادی با شش روش جدید بر روی تصاویر واقعی آلوده به نویز به صورت بصری مقایسه شده و برای مقایسه کمی، همان آزمایش‌ها روی تصاویر بدون نویزی که با شش نوع نویز ترکیب شده و تصاویری نزدیک به داده واقعی ایجاد کرده‌اند مقایسه شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که با اعمال متغیر پنهان در چارچوب استنتاج بیزین تغییراتی، عملکرد روش حذف نویز بهبود می‌یابد و روش پیشنهادی عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌های مورد مقایسه دارد.

کلیدواژه: حذف نویز تصویر، متغیر پنهان، تصاویر فراطیفی، تجزیه ماتریس مرتبه پایین، استنتاج بیزین تغییراتی، نویز ترکیبی.

۱- مقدمه

تصاویر فراطیفی (HSI)^۱ که با استفاده از صدها باند طیف الکترومغناطیسی از یک صحنه گرفته می‌شوند، تهیه امضا یا اثر طیفی^۲ برای آن صحنه را جهت کاربردهای متنوع ممکن می‌سازند. برای هر پیکسل در یک تصویر، دوربین فراطیفی شدت روشنایی را برای طیف گسترده‌ای از باندهای فرکانسی پیوسته به دست می‌آورد (به طور نمونه برای ده‌ها تا صدها باند). بنابراین هر پیکسل با دقت و جزئیات بالا برای تشخیص و تعیین اهداف و اشیای موجود در صحنه استفاده می‌شود. در

این مقاله در تاریخ ۱۷ مهر ماه ۱۳۹۸ دریافت و در تاریخ ۸ فروردین ماه ۱۳۹۹ بازنگری شد.

طاهره بحرینی، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، (email: bahraini.tahereh@mail.um.ac.ir).

مرتضی خادمی (نویسنده مسئول)، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، (email: khademi@um.ac.ir).

عباس ابراهیمی مقدم، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، (email: a.ebrahimi@um.ac.ir).

هادی صدوقی یزدی، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران، (email: h-sadoghi@um.ac.ir).

3. Dark Current

4. Endmember Extraction

5. Spectral Unmixing

6. Independent and Identically Distributed

7. Non i.i.d Mixture of Gaussian Low Rank Matrix Factorization

8. Non Independent and Identicaly Distribution Mixture of Gaussian

1. Hyperspectral Image

2. Spectral Signature

حوزه طیفی و مکانی استفاده می‌کند. در این راستا در [۲۱]، الگوریتم $GKTD^{15}$ پیشنهاد شد. [۲۲] یک مدل یادگیری لغت‌نامه مبتنی بر تانسورهای غیر محلی تجزیه‌پذیر پیشنهاد داد. در این مدل، شباهت‌های مکانی غیر محلی و همبستگی سراسری در راستای طیف به طور کامل برای تصاویر چندطیفی MSI^{16} در نظر گرفته شد. همچنین با این فرض که داده HSI و MSI به صورت تنسور رفتار می‌کنند، دسته دیگری از روش‌ها همچون [۲۳] پیشنهاد شدند.

با فرض آن که داده HSI به صورت یک مکعب سه‌بعدی رفتار می‌کند، تعداد زیادی روش‌های پیشرفته مبتنی بر تطبیق بلوکی و فیلترینگ 3 بعدی همچون، $VBM3D^{17}$ [۲۴] و $BM4D$ [۲۵] را می‌توان بر روی HSI برای کاهش اثر نویز اعمال کرد. برای مثال در [۲۵] مدل $BM4D$ به عنوان تعمیمی از روش $BM3D$ پیشنهاد شد. این مدل شامل گروه‌بندی، فیلترینگ مشارکتی 18 و فیلترهای توأم 19 در حوزه تبدیل است. در میان روش‌های موجود، روش‌های $BM4D$ و TDL به عملکرد بسیار خوبی در بسیاری از مسایل حذف نویز از HSI و MSI رسیده‌اند. در [۲۵] $VBM3D$ با اعمال مفهوم گروه‌بندی و فیلترینگ مشارکتی برای حذف نویز از ویدئو اولین بار استفاده شد.

تحلیل موجک یکی دیگر از ابزارهای قدرتمند در حوزه حذف نویز HSI است. مطابق [۲۶]، تعداد زیادی از ضرایب موجک مقدار کوچک و تنها تعداد اندکی از آنها مقدار بزرگی دارند که به ترتیب به عنوان نویز و سیگنال فرض شده و برای جداسازی این دو از هم، از این فرض استفاده شد. برای بهبود کیفیت داده فراطیفی، [۲۷] یک الگوریتم حذف نویز از سیگنال با استفاده از ضرایب موجک همسایه پیشنهاد داده که در این روش برای هر دو نسخه تغییرپذیر و تغییرناپذیر با جابه‌جایی، تبدیل موجک درخت دوتایی 20 به کار برده شد. روش‌های مبتنی بر PDE^{21} به طور گسترده برای حذف نویز HSI به کار برده شده‌اند. بر این اساس در [۲۸]، یک مدل انتشاری به عنوان یک تکنیک حذف نویز پیشنهاد شد. [۲۹] یک مدل TV مکعبی با ترکیب مدل TV دوبعدی و مدل TV یک‌بعدی به منظور کاهش نویز HSI به ترتیب در حوزه مکانی و طیفی استفاده کرد. در [۳۰]، یک روش ترکیب مکانی-طیفی مبتنی بر TV سه‌بعدی برای حذف نویز از حوزه مکان و طیف با هم استفاده شد. علاوه بر این، روش موجک به صورت ترکیبی برای بهبود سایر روش‌های حذف نویز HSI همچون PCA [۱۱]، فیلتر وینر چندراهه 22 [۳۱] و $FORP^{23}$ [۳۲] به کار برده شد.

بر اساس مشخصه پایین‌بودن رتبه در تصاویر فراطیفی، روش تقریب ماتریس رتبه‌پایین 24 (LRMA) در برخی تحقیقات پیاده‌سازی شده است [۱۳] و [۳۳] تا [۳۶]. در [۳۶]، یک روش تجزیه ماتریس رتبه‌پایین برای HSI و نویز با ساختار تنک پیشنهاد شد. برای داده HSI شدت نویز در

$(BM3D^{25}$ ، $K-SVD^{26}$) و یا غیر محلی [۵] تا [۹] است که معمولاً منجر به نتایجی با کیفیت نامطلوب می‌شوند، چرا که از همبستگی بین پیکسل‌های همسایه یا همبستگی بین باندهای طیفی استفاده نمی‌کنند.

بخشی از روش‌های حذف نویز بر روی ارتقای کیفیت HSI با به کارگیری همبستگی اطلاعات طیفی و مکانی تمرکز کرده‌اند. یکی از روش‌های متداول در این زمینه PCA^{27} است. این روش شامل تبدیل $NAPCT^{28}$ [۲]، تداخل و تجزیه و تحلیل $INAPCA^{29}$ [۱۰]، حذف نویز به وسیله PCA به همراه موجک [۱۱] و غیره است. در [۱۲]، حذف نویز از سیگنال و فیلترینگ با استفاده از روش PCA چندمتغیره چندمقیاسه 30 مورد بررسی قرار گرفت. یک مدل بازبایی ماتریس رتبه‌پایین (LRMR) و PCA مقاوم (RPCA) 31 برای حذف سه نوع نویز در [۱۳] ارائه شد. در [۱۴]، ترکیبی از آستانه‌گذاری موجک دومتغیره 32 و PCA برای کدکردن اطلاعات مکانی-طیفی استفاده شد. در روش‌های فوق نوع مقابله با انواع نویز یکسان بوده و بنابراین کاهش نویز به بهترین نحو ممکن صورت نمی‌گیرد.

به منظور بهبود عملکرد روش‌های حذف نویز، در [۱۵] یک مدل TV^A مکانی-طیفی وقتی پیشنهاد شد که در آن از تفاضل‌های مربوط به اطلاعات مکانی و طیفی نویز برای حذف نویز استفاده شده است. در این رویکرد، بار پیچیدگی محاسباتی با استفاده از روش تکراری برگمن 33 کاهش یافت. مرجع [۱۶] در چارچوب MAP، حوزه مکانی-طیفی جدیدی با استفاده از اطلاعات وزن‌دار شده وقتی مکانی، ترکیب با اطلاعات مربوط به صاف‌شدگی‌ها و ناپیوستگی‌های طیفی تعریف کرد و به کمک آن به حذف نویز HSI پرداخت. همچنین در [۱۷] وابستگی‌های مکانی-طیفی مطالعه و مدل $MSB-CRF^{34}$ در یک چارچوب احتمالاتی یکپارچه پیشنهاد شد.

همان طور که در برخی مطالعات ذکر شده، با این فرض که HSI به صورت یک داده چندبعدی رفتار می‌کند، روش‌های مبتنی بر تحلیل چندبعدی برای کاهش نویز پیشنهاد شده‌اند. در [۱۸] یک تنسور تعمیم‌یافته و فیلتر وینر چندبعدی 35 (MWF) برای آشکارسازی زیرفضای سیگنال و فرایند حذف نویز پیشنهاد شد. به منظور غلبه بر نویز غیر سفید، در [۱۹] یک روش دومرحله‌ای، متشکل از یک گام پیش‌سفیدکننده و یک MWF مبتنی بر تجزیه تانسور با استفاده از $Tucker3^{36}$ مطرح شد. روش $Tucker3$ شامل بحث‌هایی همچون تجزیه یکتا و تخمین چندین رتبه است که به منظور غلبه بر پیچیدگی مربوط به این دو موضوع، $PARAFAC^{37}$ به عنوان یک مدل جبر چندخطی پیاده‌سازی شد [۲۰]. نوع دیگری از روش‌های مبتنی بر تجزیه تنسور ارائه شده که از هر دو

1. Block-Matching 3-D Filtering
2. K-Singular Value Decomposition
3. Principal Component Analysis
4. Noise Adjusted Principal Components (NAPCs) Transform
5. Interference and NAPCs Analysis
6. Multivariate Multi-Resolution PCA
7. Robust PCA
8. Bivariate Wavelet Thresholding
9. Total Variation
10. Bergman Iteration Algorithm
11. Multiple-Spectral-Band Conditional Random Fields
12. Multidimensional Wiener Filtering
13. Three-Mode Factor Analysis (Tucker3) Model Introduced by Tucker (1966)
14. Parallel Factor Analysis

15. Genetic Kernel Tucker Decoposition

16. Multispectral Image

17. Video Block Matching and 3D Filtering

18. Collaborative Filtering

19. Jointly Filters

20. Dual-Tree Complex Wavelet Transform

21. Partial Differential Equation-Based Methods

22. Multiway Wiener Filtering

23. First-Order Roughness Penalty

24. Low Rank Matrix Approximation

نویز از تصاویر HSI تعریف شده و روش پیشنهادی (که $LVC-LRMF^{12}$ نام‌گذاری شده) در بخش ۳ ارائه شده است. نتایج شبیه‌سازی به دست آمده و مقایسه با سایر روش‌های حذف نویز HSI با ۶ معیار ارزیابی در بخش ۴ و نهایتاً در بخش ۵ نتیجه‌گیری آورده شده است.

۲- مدل‌سازی فرایند تخریب تصاویر HSI

در سناریوهای واقعی، سیگنال HSI توسط نویز تخریب می‌شود و بنابراین یکی از گام‌های مهم در این حوزه کاهش اثر نویز است. از آنجا که میزان تخریب باندهای مختلف متفاوت است، روش حذف نویز عملکرد متفاوتی در بازیابی هر یک از باندها دارد. این مسأله در واقعیت هم رخ می‌دهد چرا که تأثیر نویز بر روی باندهای فرکانسی مختلف متفاوت است. برای نمونه یک سری فرکانس‌های خاص در جو بیشتر جذب بخارهای آب شده و در سایر باندهای فرکانسی کمتر جذب می‌شوند. بنابراین میزان تخریب‌ها متفاوت و عملکرد روش‌ها با توجه به این مسأله متفاوت است. برای این منظور ابتدا لازم است فرایند تخریب سیگنال HSI مدل‌سازی شود. در این مدل سیگنال HSI بدون نویز با $X \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ نمایش داده می‌شود که M و N اندازه تصاویر HSI در هر باند و B تعداد باندهای طیفی است. سیگنال HSI نویزی با $Y \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ و نویز وارد شده به آن با $E \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ نمایش داده می‌شود. هدف، تخمین سیگنال HSI بدون نویز یعنی X از سیگنال نویزی دریافتی Y است. با فرض آن که نویز E به فرم جمع شونده باشد، خواهیم داشت

$$Y = X + E \quad (1)$$

توزیع چندگوسی، مدلی مناسب برای مدل‌کردن رفتار نویز در تصاویر فراطیفی ارائه می‌دهد [۴۴]. بنابراین در این تحقیق و بعضی از تحقیقات گذشته [۳۸]، [۴۵] و [۴۶]، نویز E به صورت حاصل جمع نویز تنک $S \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ با تابع توزیع احتمال لاپلاسی و نویز $W \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ تابع توزیع احتمال چندگوسی مدل می‌شود. در این شرایط E در (۱) به شکل زیر بازنویسی می‌شود

$$E = W + S \quad (2)$$

با توجه به ویژگی‌های ذاتی نویز HSI، مؤلفه‌های W داخل هر باند i.i.d بوده ولی این مؤلفه‌ها در باندهای مختلف نسبت به هم غیر i.i.d هستند. همچنین نویز S دارای مؤلفه‌هایی با توزیع لاپلاسی است که داخل هر باند i.i.d و در باندهای مختلف غیر i.i.d هستند. به این ترتیب سعی شده رفتار نویز در تصاویر فراطیفی نزدیک به واقعیت مدل شود [۱].

۳- روش پیشنهادی LVC-LRMF

شکل ۱ روش پیشنهادی را در مواجهه با HSI نویزی تشریح می‌کند. مطابق این شکل در بلوک (a)، ابتدا ایندکس مربوط به موقعیت هر پیکسل از داده HSI نویزی Y ذخیره می‌شود تا در گام‌های نهایی مورد استفاده قرار گیرد. سپس همه باندهای مکعب داده HSI نویزی (Y) به نام‌های $\{b_1, \dots, b_B\}$ به عنوان ورودی بلوک (b) عمل می‌کنند. صحنه مورد هدف در تصویربرداری فراطیفی، دارای بافت‌های مختلف و نتیجتاً ضرایب انعکاس متفاوت در باندهای فرکانسی گوناگون است. از این روی در این بلوک، بافت‌های مختلف تصویر در هر باند با ابعاد $M \times N$ از مکعب داده، با رنگ و اندازه‌های متفاوت نمایش داده شده است. در بلوک

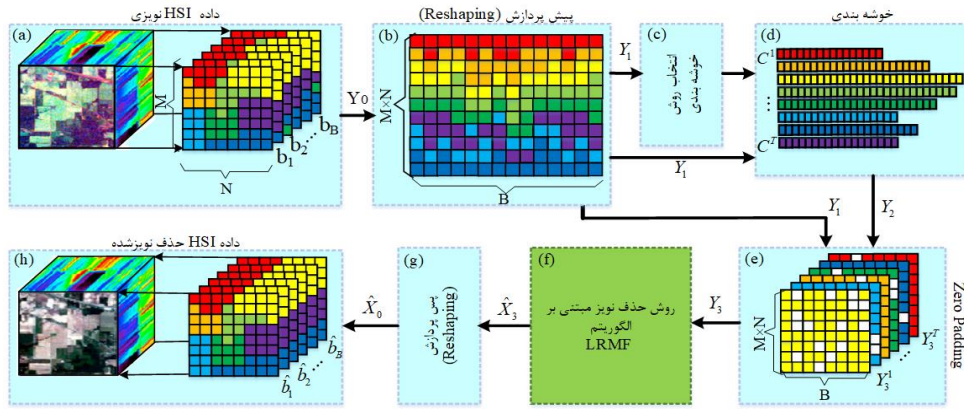
باندهای مختلف متفاوت است. بر مبنای این ادعا، روش $NAIRSVD^1$ برای حذف نویز از HSI مبتنی بر تجزیه SVD توسعه یافت [۳۷]. روش NMoG-LRMF [۱] با استفاده از تجزیه ماتریس رتبه‌پایین، نویز با توزیع MoG غیر i.i.d را از تصاویر فراطیفی حذف می‌کند. روش $LRMR^2$ مبتنی بر LRR^3 است که در آن تنها شباهت‌های محلی HSI در نظر گرفته شده است [۱۳]. $LRTV^4$ روش حذف نویز HSI مبتنی بر اطلاعات مکانی-طیفی است که در مسأله بهینه‌سازی خود از نرم هسته‌ای $(NNM)^5$ و TV باند به باند استفاده می‌کند و می‌تواند به طور هم‌زمان از اطلاعات حوزه مکان و طیف استفاده نماید [۳۸]. در این دو روش، نویز به صورت تنک و گوسی فرض شده است. از دیگر روش‌های مبتنی بر تجزیه ماتریس رتبه‌پایین، MoG-RPCA [۳۹] است که از RPCA توسعه‌یافته در چارچوب بی‌زین استفاده کرده و در آن نویز به صورت ترکیبی از گوسی‌های i.i.d $(i.i.d. MoG)^6$ در نظر شده است. در $RegL1-ALM$ [۴۰] یک جمله تنظیم مبتنی بر نرم-۱ به مسأله بهینه‌سازی اضافه و با استفاده از ALM^7 حل شده است. روش CWM^8 [۴۱] نیز الگوریتمی کاهشی برای نرم-۱ در LRMF است. در $RegL1-ALM$ [۴۰] و CWM [۴۱] نویز با توزیع لاپلاس در نظر گرفته شده است.

روش پیشنهادی در [۴۲] از سه گام خوشه‌بندی، PCA و فقی و حذف نویز به روش NL-بی‌زین^۹ تشکیل شده است. این روش، ابتدا خوشه‌بند k-means را بر تصاویر سه‌بعدی فراطیفی اعمال می‌کند. سپس به منظور کاهش ویژگی داده‌های هر خوشه، PCA استفاده می‌شود. در ادامه، روش حذف نویز NL-بی‌زین بر خروجی آن اعمال شده و به صورت تکراری مقدار بدون نویز هر پیکسل از تصویر را برای هر خوشه به دست می‌آورد. در [۴۲] نشان داده شده که جهت کاهش نویز این روش مؤثرتر از روش PCA است.

در [۴۲] از خوشه‌بندی با رویکردی متفاوت از روش پیشنهادی در این تحقیق، استفاده شده است. در این تحقیق، در چارچوب استنتاج بی‌زین^{۱۰} و با ایده‌گرفتن از [۱]، عملکرد این مرجع در کاهش نویز بهبود داده شده است. این بهبود عمدتاً با تعریف یک متغیر پنهان^{۱۱} جدید در چارچوب استنتاج بی‌زین رخ می‌دهد. روش‌های استخراج و مقداردهی متفاوتی برای متغیرهای پنهان وجود دارد. مطابق [۴۳]، یکی از راه‌های جدید برای استخراج و مقداردهی متغیرهای پنهان، استفاده از عمگرهایی همچون خوشه‌بندی است که به عنوان فرایند مقداردهی به کار می‌روند. در این مقاله از چند روش خوشه‌بندی شامل Robust k-means، zonation، Robust k-means، FCM (Rk-means) و Robust FCM (RFCM) برای تحقق این هدف و بهبود عملکرد [۱] استفاده شد.

ساختار مقاله پیش رو به این صورت است: در بخش ۲ مسأله حذف

1. Noise Adjusted Iterative Randomized Singular Value Decomposition Decomposition
2. Low Rank Matrix Recovery
3. Low Rank Recovery
4. Low Rank Total Variation
5. Nuclear Norm Minimization
6. Independent and Identically Distribution Mixture of Gaussian
7. Augmented Lagrange Multiplier Technique
8. Cyclic Weighted Median Method
9. Non-Local Bayes Algorithm
10. Variational Bayesian Inference
11. Latent Variable



شکل ۱: بلوک دیاگرام روش پیشنهادی LVC-LRMF.

تخمین سیگنال حذف-نویز شده ($\hat{X}_r \in \mathbb{R}^{MN \times B \times T}$) به صورت زیر به دست می‌آید

$$\hat{X}_r = \{\hat{X}_r^1, \dots, \hat{X}_r^T \mid \hat{X}_r^t \in \mathbb{R}^{MN \times B}, t = 1, \dots, T\} \quad (۴)$$

در نهایت، در بلوک (g) یک پس‌پردازنده برای تغییر شکل سیگنال \hat{X}_r از فضای $\mathbb{R}^{MN \times B \times T}$ به $\mathbb{R}^{MN \times N \times B}$ وجود دارد که سیگنال خروجی \hat{X}_r را به شکل استاندارد ابتدایی (\hat{X}) باز می‌گرداند. برای انجام این فرایند از ایندکس‌های ذخیره‌شده مربوط به موقعیت پیکسل‌های ماتریس Y استفاده می‌شود. با استفاده از این ایندکس‌ها دقیقاً می‌توان تعیین کرد هر پیکسل غیر صفر از ماتریس \hat{X}_r^t ($t = 1, \dots, T$) (یعنی $\hat{X}_{r,(i,j)}^t$) در چه موقعیتی از ماتریس $\hat{X} \in \mathbb{R}^{MN \times N \times B}$ قرار گیرد. به این ترتیب با بازچینش $\hat{X}_{r,(i,j)}^t$ ‌ها در موقعیت‌های نظیر خود، مکعب \hat{X} تشکیل می‌شود. مکعب \hat{X} تصاویر فراطیفی حذف‌نویز شده نهایی است که در بلوک (h) نمایش داده شده است.

در بلوک (f)، سه دسته متغیر تعریف می‌شود: الف) متغیرهای تصادفی، ب) پارامترها (پارامترهای موجود در توابع چگالی احتمال پیشین متغیرهای تصادفی بند الف که خود متغیر تصادفی هستند) و ج) ابرپارامترها (پارامترهای موجود در توابع چگالی احتمال هر یک از پارامترها را که متغیرهای قطعی هستند ابرپارامتر گویند). روندنمای روش پیشنهادی در شکل ۲ نمایش داده شده است. مطابق این شکل در بلوک (f)، تابع چگالی احتمال هر یک از متغیرهای تصادفی روش LRMF (یعنی U^t و V^t)، تابع چگالی احتمال پارامترها (یعنی $\gamma^t, h^t, \omega^t, \rho^t, z^t, d^t, \sigma^t$ و μ^t) و مقداردهی ابرپارامترها (یعنی $\beta^t, \pi^t, \alpha^t, g^t, \theta^t, \tau^t, \delta^t, \lambda^t, \eta^t, \sigma_v^t, \mu_v^t, \sigma_{\mu_v}^t, \epsilon^t, \mu_{\mu_v}^t, \sigma_{\mu_{\mu_v}}^t, \phi^t, \mu_{\mu_{\mu_v}}^t$) با استفاده از استنتاج بیزین تغییراتی (پیوست) انجام می‌شود. پارامترهای تعریف‌شده در هر یک از توابع چگالی احتمال‌ها به روز رسانی می‌شوند. این به روز رسانی‌ها به صورت تکراری انجام شده تا زمانی که الگوریتم به نقطه بهینه، همگرا شود. برای این هدف، ابتدا در بلوک (f-۰) به t مقدار ۰ داده می‌شود. سپس در بلوک (f-۱)، مقدار t یک واحد افزوده می‌شود. در (f-۲)، متغیرهای تصادفی (U^t و V^t)، پارامتر $\gamma^t, h^t, \omega^t, \rho^t, z^t, d^t, \sigma^t$ و ابرپارامترها ($\beta^t, \pi^t, \alpha^t, g^t, \theta^t, \tau^t, \delta^t, \lambda^t, \eta^t, \sigma_v^t, \mu_v^t, \sigma_{\mu_v}^t, \epsilon^t, \mu_{\mu_v}^t, \sigma_{\mu_{\mu_v}}^t, \phi^t, \mu_{\mu_{\mu_v}}^t$) برای ماتریس Y_r^t مقداردهی اولیه می‌شوند تا در بلوک‌های بعدی مورد استفاده قرار گیرند.

Y_r نیز مشابه Y به صورت زیر مدل می‌شود

$$Y_r = X_r + W_r + S_r \quad (۵)$$

(b) یک پیش‌پردازش بر روی مکعب داده Y انجام می‌شود و داده ورودی سه‌بعدی $Y \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ به ماتریس دوبعدی $Y_1 \in \mathbb{R}^{MN \times B}$ تبدیل می‌شود به نحوی که عناصر ستون i ام ماتریس شامل پیکسل‌های باند i ام داده سه‌بعدی اولیه (Y) است. چینش عناصر به نحوی است که ستون‌های باند i ام ماتریس Y به ترتیب زیر هم قرار گرفته و ستون i ام ماتریس Y_1 تشکیل می‌شود. در بلوک (c)، روش خوشه‌بندی متناسب با داده Y_1 انتخاب می‌شود. در بلوک (d)، ماتریس $Y_1 \in \mathbb{R}^{MN \times B}$ با استفاده از روش خوشه‌بندی انتخاب‌شده در بلوک (c)، به نحوی به T خوشه $Y_r = \{C^1, \dots, C^T\}$ تقسیم می‌گردد تا شباهت‌های ساختاری در حوزه مکانی- طیفی استخراج شود. بر این اساس، پیکسل‌های مشابه در خوشه‌های یکسان قرار می‌گیرند اما اندازه آنها متفاوت بوده که با رنگ منحصر به فرد نمایش داده شده‌اند. از آنجا که انتخاب روش خوشه‌بندی وابسته به شبیه‌سازی انواع روش‌های مطرح است، جزئیات آن در یکی از زیربخش‌های بخش شبیه‌سازی ۴-۴ به طور کامل توضیح داده شده است. در بلوک (e)، ماتریس Y_1 با افزودن تعدادی صفر (zero padding) که مبتنی بر خوشه‌بندی انجام شده در (d) خواهد بود به صورت T ماتریس $\{Y_r^1, \dots, Y_r^T\}$ بازچینش شده تا مکعب $Y_r \in \mathbb{R}^{MN \times B \times T}$ به صورت زیر به دست آید

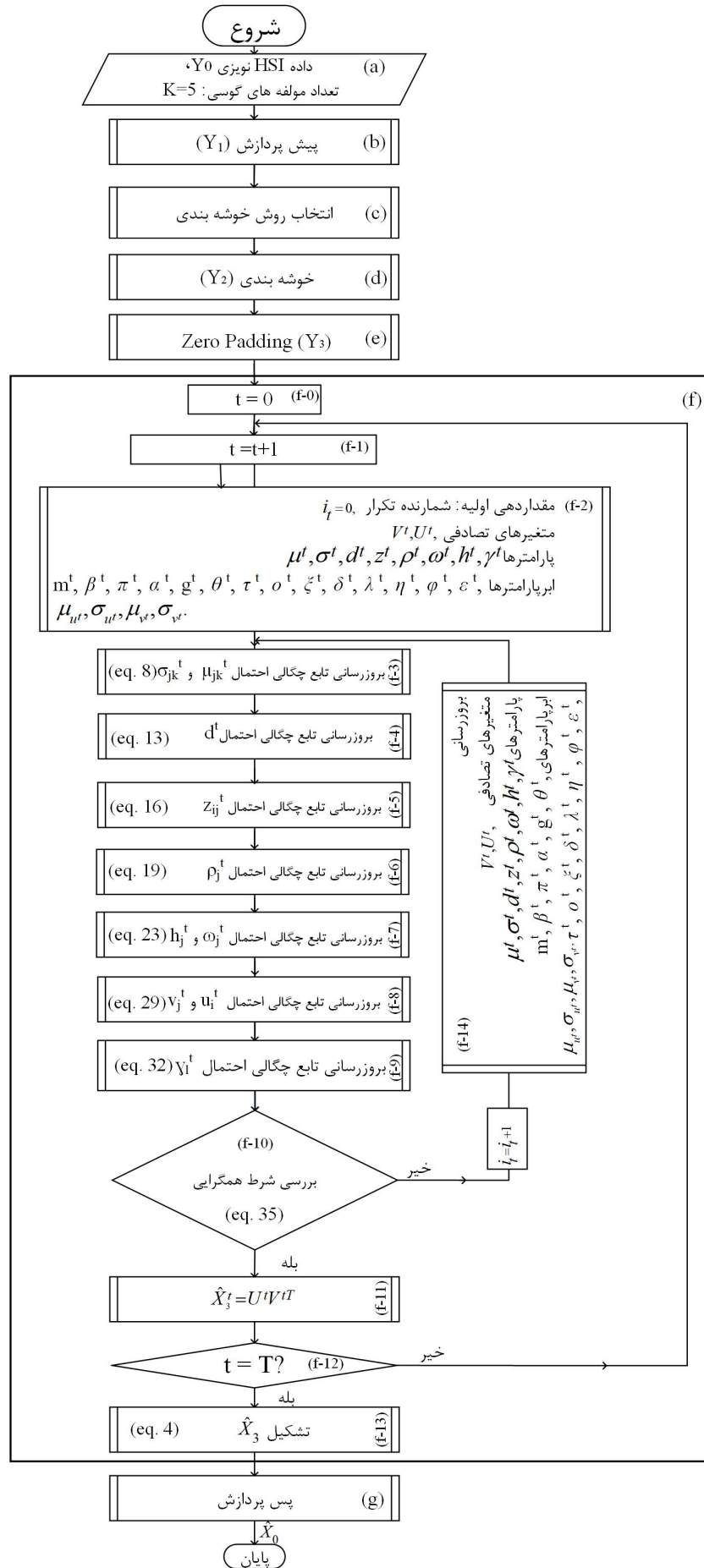
$$Y_r = \{Y_r^1, \dots, Y_r^T \mid Y_r^t \in \mathbb{R}^{MN \times B}, t = 1, \dots, T\}$$

$$Y_r^t = \begin{bmatrix} Y_{r,(1,1)}^t & \dots & Y_{r,(1,B)}^t \\ \vdots & Y_{r,(i,j)}^t & \vdots \\ Y_{r,(MN,1)}^t & \dots & Y_{r,(MN,B)}^t \end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$Y_{r,(i,j)}^t = \begin{cases} \cdot, & \text{if } Y_{\nu,(i,j)} \notin C^t \\ Y_{\nu,(i,j)}, & \text{if } Y_{\nu,(i,j)} \in C^t \end{cases}$$

$$i = 1, \dots, MN, j = 1, \dots, B$$

این رابطه به این معنا است که اگر $Y_{\nu,(i,j)}$ پیکسل سطر i ام و ستون j ام ماتریس Y_1 عضو خوشه C^t باشد مقدارش در مکان i ام و j ام ماتریس Y_r^t قرار می‌گیرد، در غیر این صورت در این مکان از ماتریس Y_r^t صفر گذاشته می‌شود. خروجی بلوک (e) در قالب مجموعه‌ای از خوشه‌های هم‌اندازه شده (Y_r)، به بلوک (f) داده می‌شود. در این بلوک روش حذف نویز مبتنی بر LRMF با استفاده از استنتاج بیزین تغییراتی، روی هر ماتریس $MN \times B$ بعدی از مکعب Y_r (Y_r^t) اعمال شده تا \hat{X}_r^t بهینه به دست آید (یا تابع هزینه کمینه گردد). مقدار نهایی



شکل ۲: روندنمای روش پیشنهادی LVC-LRMF.

$$d'_{jk} = d^t + \frac{1}{\gamma} \left[\sum_{ij} z'_{ijk} ((Y'_{\tau(i,j)} - u'_i v_j^{tT})^T) + \beta^t (\mu^t)^T - \frac{1}{\beta^t_{jk}} (\beta^t \mu^t + \sum_{ij} z'_{ijk} (Y'_{\tau(i,j)} - \overline{u'_i v_j^{tT}}))^T \right] \quad (12)$$

که در این رابطه (\cdot) نشان دهنده میانگین است. β^t, π^t, d^t و μ^t به ترتیب مقادیر اولیه $\beta^t_{jk}, \pi^t_{jk}, d^t_{jk}$ و μ^t_{jk} هستند. ابرپارامتر d^t متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال گاما است و تابع چگالی احتمال آن در بلوک (۴-۱) از روندنا مطابق زیر محاسبه می‌شود

$$f_D(d^t) = \text{Gam}(\eta^t, \lambda^t) \quad (13)$$

در این رابطه، η^t و λ^t پارامترهای توزیع گاما هستند و با روابط زیر مقداردهی می‌شوند

$$\eta^t = \eta^t + \pi^t KB \quad (14)$$

$$\lambda^t = \lambda^t + \sum_{jk} \overline{\sigma^t_{jk}} \quad (15)$$

در روابط فوق η^t و λ^t به ترتیب مقادیر اولیه هر یک از این ابرپارامترها بوده و به صورت تکراری برای هر خوشه t مقداردهی شده تا به مقدار بهینه خود برسند.

در (۷-ب)، برداری K بعدی باینری است که z'_{ij} متغیری تصادفی با تابع چگالی احتمال چندجمله‌ای^۱ با ابرپارامتر ρ^t_j است. تابع چگالی احتمال z'_{ij} با استفاده از رابطه زیر به دست آمده و در بلوک (۵-۱) به روز رسانی می‌شود

$$f_Z(z'_{ij}) = \prod_k (\varphi^t_{ijk})^{z'_{ijk}} \quad (16)$$

که ابرپارامتر φ^t_{ijk} با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱]

$$\varphi^t_{ijk} = \frac{\mathcal{E}^t_{ijk}}{\sum_k \mathcal{E}^t_{ijk}} \quad (17)$$

$$\mathcal{E}^t_{ijk} = \ln \rho^t_{jk} - \ln \sqrt{2\pi} + \frac{\ln \sigma^t_{jk}}{\gamma} - \frac{(\sigma^t_{jk} (Y'_{\tau(i,j)} - \mu^t_{jk} - u'_i v_j^{tT})^T)}{\gamma} \quad (18)$$

بردار K بعدی ρ^t_j در (۷-ب) و (۷-ج)، شامل متغیر تصادفی ρ^t_{jk} با تابع چگالی احتمال دریکله^۲ و ابرپارامتر α^t_{jk} است (که در (۱۸) استفاده شده است). تابع چگالی احتمال ρ^t_j به صورت زیر در بلوک (۶-۱) از روندنا به دست می‌آید

$$f_P(\rho^t_j) = \prod_k (\rho^t_{jk})^{\alpha^t_{jk} - 1} \quad (19)$$

ابرپارامتر α^t_{jk} با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۴۲]

$$\alpha^t_{jk} = \alpha^t + \sum_{ij} \overline{z'_{ijk}} \quad (20)$$

که α^t مقدار اولیه α^t_{jk} است.

در (۵)، نویز تنک S_τ به صورت زیر تشکیل می‌شود

که $S_\tau \in \mathbb{R}^{MN \times B \times T}$ و $W_\tau \in \mathbb{R}^{MN \times B \times T}$ ، $X_\tau \in \mathbb{R}^{MN \times B \times T}$ سیگنال HSI بدون نویز، نویز چندگوسی و نویز تنک تشکیل دهنده ماتریس Y_τ هستند. همان طور که پیش از این گفته شد، مکعب Y_τ از مؤلفه‌های ماتریس Y_τ و تعدادی صفر تشکیل می‌شود. بنابراین مؤلفه‌های ماتریس Y_τ^t ، به جز تعدادی که به C^t متعلق هستند، بقیه صفرند. بر این مبنا المان‌های $X^t_{\tau(i,j)}$ ، $W^t_{\tau(i,j)}$ و $S^t_{\tau(i,j)}$ متناظر با مؤلفه‌های صفر قرار گرفته در مکان (i, j) ماتریس‌های Y^t_τ (یعنی $Y^t_{\tau(i,j)}$) نیز صفر هستند و در پردازش‌ها بی‌تأثیرند. در این تحقیق فرض می‌شود که نویز مؤلفه‌های ماتریس Y^t_τ (متناظر با پیکسل‌های عضو خوشه C^t)، دارای تابع چگالی احتمال غیر i.i.d باشند. به عبارت دیگر، فرض شده است نواحی با جنس مشابه در تصویر فراطیفی که عضو خوشه‌های یکسانی می‌باشند، تحت تأثیر نویز مشابه قرار می‌گیرند. در (۵)، مکعب نویز W_τ به صورت زیر تشکیل می‌شود

$$W_\tau = \{W_\tau^1, \dots, W_\tau^T \mid W_\tau^t \in \mathbb{R}^{MN \times B}, t = 1, \dots, T\} \quad (6)$$

$$W_\tau^t = \begin{bmatrix} W^t_{\tau(1,1)} & \dots & W^t_{\tau(1,B)} \\ \vdots & W^t_{\tau(i,j)} & \vdots \\ W^t_{\tau(MN,1)} & \dots & W^t_{\tau(MN,B)} \end{bmatrix}$$

که تابع چگالی احتمال عنصر غیر صفر (i, j) آن، یعنی متغیر تصادفی $W^t_{\tau(i,j)}$ به صورت زیر تعریف می‌شود [۴۴]

$$f_W(w^t_{\tau(i,j)}) = \prod_{k=1}^K N(\mu^t_{jk}, \sigma^t_{jk})^{z'_{ijk}} \quad (a)$$

$$f_Z(z^t_{ij}) = \text{Multinomial}(\rho^t_j),$$

$$z^t_{ij} = (z^t_{ij1}, \dots, z^t_{ijK}) \in \{0, 1\}^K, \quad (7)$$

$$\rho^t_j = (\rho^t_{j1}, \dots, \rho^t_{jK}) \quad (b)$$

$$f_P(\rho^t_j) = \text{Dir}(\alpha) \quad (c)$$

در (۷-ا) $W^t_{\tau(i,j)}$ نویز با تابع چگالی احتمال چندگوسی با پارامتر z^t_{ij} است، همچنین μ^t_{jk} و σ^t_{jk} به ترتیب میانگین و انحراف معیار هر یک از گوسی‌های ترکیب شده می‌باشند که می‌توانند بر روی باندها و خوشه‌های مختلف مقادیر متفاوتی داشته باشند که مطابق با ماهیت فرض شده برای نویز HSI است. σ^t_{jk} و μ^t_{jk} خود متغیرهای تصادفی می‌باشند که تابع چگالی احتمال مشترک آنها به صورت زیر تعریف می‌شود [۱]

$$f_{M,\Sigma}(\mu^t_{jk}, \sigma^t_{jk}) = f_M(\mu^t_{jk}) f_\Sigma(\sigma^t_{jk}) = N(m^t_{jk}, \frac{1}{\beta^t_{jk} \sigma^t_{jk}}) \text{Gam}(\pi^t_{jk}, d^t_{jk}) \quad (8)$$

که در بلوک (۳-۱) از روندنا محاسبه می‌شود. در این رابطه، $\text{Gam}(\cdot)$ تابع چگالی احتمال گاما با ابرپارامترهای π^t_{jk} ، d^t_{jk} و $N(\cdot)$ تابع چگالی احتمال گوسی با میانگین و انحراف معیار m^t_{jk} و $1/\beta^t_{jk} \sigma^t_{jk}$ است که هر یک به شکل زیر در هر تکرار به دست می‌آیند

$$\beta^t_{jk} = \beta^t + \sum_{ij} z'_{ijk} \quad (9)$$

$$m^t_{jk} = \frac{1}{\beta^t_{jk}} (\beta^t \mu^t + \sum_{ij} z'_{ijk} (Y^t_{\tau(i,j)} - \overline{u'_i v_j^{tT}})) \quad (10)$$

$$\pi^t_{jk} = \pi^t + \frac{1}{\gamma} \sum_{ij} z'_{ijk} \quad (11)$$

1. Multinomial Probability Density Function
2. Dirichlet Probability Density Function

$$f_U(u_i^t) = N(\mu_{u_i^t}, \sigma_{u_i^t}) \quad (29)$$

$$f_V(v_j^t) = N(\mu_{v_j^t}, \sigma_{v_j^t}) \quad (30)$$

که u_i^t و v_j^t به ترتیب ستون‌های ماتریس U^t و V^t هستند و دارای تابع چگالی احتمال گوسی می‌باشند [۱]. در (۲۹)، $\mu_{u_i^t}$ و $\sigma_{u_i^t}$ به ترتیب میانگین و انحراف معیار u_i^t و در (۳۰)، $\mu_{v_j^t}$ و $\sigma_{v_j^t}$ به ترتیب میانگین و انحراف معیار v_j^t هستند که مطابق زیر مقداردهی و به روز رسانی می‌شوند [۱]

$$\begin{aligned} \mu_{u_i^t} &= \left\{ \sum_j \bar{z}_{ij}^t \bar{\sigma}_j^t (Y_{r,(i,j)}^t - \bar{\mu}_j^t) \bar{v}_j^t \right\} \sigma_{u_i^t} \\ \sigma_{u_i^t} &= \left\{ \sum_j \bar{z}_{ij}^t \bar{\sigma}_j^t (v_j^{tT} v_j^t) + \Psi \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \mu_{v_j^t} &= \left\{ \sum_i \bar{z}_{ij}^t \bar{\sigma}_i^t (Y_{r,(i,j)}^t - \bar{\mu}_i^t) \bar{u}_i^t \right\} \sigma_{v_j^t} \\ \sigma_{v_j^t} &= \left\{ \sum_i \bar{z}_{ij}^t \bar{\sigma}_i^t (u_i^{tT} u_i^t) + \Psi \right\}^{-1} \end{aligned}$$

که $\bar{\sigma}_i^t$ ، $\bar{\mu}_i^t$ ، \bar{z}_{ij}^t ، \bar{v}_j^t ، $v_j^{tT} v_j^t$ ، \bar{u}_i^t و $u_i^{tT} u_i^t$ به ترتیب میانگین بردارهای σ_i^t ، μ_i^t ، z_{ij}^t ، v_j^t ، $v_j^{tT} v_j^t$ ، u_i^t و $u_i^{tT} u_i^t$ هستند و $\Psi = \text{diag}(\bar{\gamma}_i^t)$ است. مطابق با [۱] و [۴۴]، پارامتر تابع چگالی احتمال نویز چندگوسی معرفی شده در (۷-ا) است که به عنوان یک متغیر پنهان در مدل استنتاج بی‌زین تغییراتی پیشنهادی ظاهر می‌شود. همان طور که در (۹) تا (۱۲)، (۱۶)، (۲۰)، (۲۴) تا (۲۷) و (۳۱) مشاهده می‌شود، از این متغیر پنهان برای مقداردهی به پارامترهای مدل استفاده شد. به روز رسانی تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی γ_i^t در بلوک (۹-ف) انجام شده و فرمول آن به صورت زیر است

$$f_{\Gamma}(\gamma_i^t) = \text{Gam}(\xi_i^t, \delta_i^t) \quad (32)$$

که $\text{Gam}(\cdot)$ تابع چگالی احتمال گاما، با پارامترهای ξ_i^t و δ_i^t است که هر یک با استفاده از روابط زیر به روز می‌شوند

$$\xi_i^t = \xi_i^t + \frac{M+N}{\gamma} \quad (33)$$

$$\delta_i^t = \delta_i^t + \frac{1}{\gamma} (u_i^{tT} u_i^t + v_j^{tT} v_j^t) \quad (34)$$

ξ_i^t و δ_i^t به ترتیب مقادیر اولیه ξ_i^t و δ_i^t هستند [۴۴]. در بلوک (۱۰-ف)، شرط همگرایی مسأله با استفاده از رابطه زیر بررسی می‌شود

$$\begin{aligned} E^t &= Y_r^t - U^t V^{tT} \\ \frac{\|E^t - E^{t-1}\|_F}{\|E^{t-1}\|_F} &< T_E \end{aligned} \quad (35)$$

که در این رابطه E^t و E^{t-1} به ترتیب خطا در تکرار t و $t-1$ است. در این رابطه، شرط توقف الگوریتم با محاسبه نرم فروبنیوس برای اختلاف خطای نرمالیزه شده دو تکرار متوالی و مقایسه آن با T_E برآورده می‌شود. مقدار آستانه برای شرط توقف الگوریتم بوده و مقدار آن به صورت تجربی برابر با 10^{-6} در نظر گرفته شده است. طبق شکل ۲، در صورت برقراری شرط توقف در بلوک (۱۰-ف)، شمارنده i_t یک واحد افزوده شده، و در بلوک (۱۴-ف)، هر یک از متغیرهای تصادفی، پارامترها و ابرپارامترهای مدل برای تکرار بعد به روز رسانی می‌شوند. سپس تا برقراری شرط توقف، مراحل (۳-ف) تا (۱۰-ف) تکرار می‌شوند. در صورت برقراری شرط توقف، در بلوک (۱۱-ف)،

$$\begin{aligned} S_r &= \{S_r^1, \dots, S_r^T \mid S_r^t \in \mathbb{R}^{MN \times B}, t = 1, \dots, T\} \\ S_r^t &= \begin{bmatrix} S_{r,(1,1)}^t & \dots & S_{r,(1,B)}^t \\ \vdots & S_{r,(i,j)}^t & \vdots \\ S_{r,(MN,1)}^t & \dots & S_{r,(MN,B)}^t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (21)$$

که S_r^t نویز تنک مربوط به ماتریس Y_r^t است و به علت ساختار تنک با تابع چگالی احتمال لاپلاس با پارامترهای Ω_j^t و h_j^t مدل می‌شود [۴۴]، بنابراین تابع چگالی احتمال عنصر غیر صفر سطر i ام و ستون j ام ماتریس S_r^t به صورت زیر است

$$f_S(s_{r,(i,j)}^t) = \text{Lap}(w_j^t, h_j^t) \quad (22)$$

که w_j^t و h_j^t متغیرهای تصادفی هستند و تابع چگالی احتمال مشترک آنها در تکرار t ام با رابطه زیر تعیین می‌شود

$$\begin{aligned} f_{\Omega,H}(w_j^t, h_j^t) &= f_{\Omega}(w_j^t) f_H(h_j^t) = \\ &N(g_j^t, \frac{1}{\theta_j^t h_j^t}) \text{Gam}(\tau_j^t, o_j^t) \end{aligned} \quad (23)$$

این رابطه در بلوک (۷-ف) از روندنما محاسبه می‌شود. τ_j^t و o_j^t ابرپارامترهای تابع چگالی احتمال گاما و g_j^t و $1/\theta_j^t h_j^t$ میانگین و انحراف معیار تابع چگالی احتمال گوسی هستند و با روابط زیر به دست می‌آیند

$$\theta_j^t = \theta_j^t + \sum_{ij} \bar{z}_{ij}^t \quad (24)$$

$$g_j^t = \frac{1}{\theta_j^t} (\theta_j^t \mu_j^t + \sum_{ij} \bar{z}_{ij}^t (Y_{r,(i,j)}^t - u_i^t v_j^{tT})) \quad (25)$$

$$\tau_j^t = \tau_j^t + \frac{1}{\gamma} \sum_{ij} \bar{z}_{ij}^t \quad (26)$$

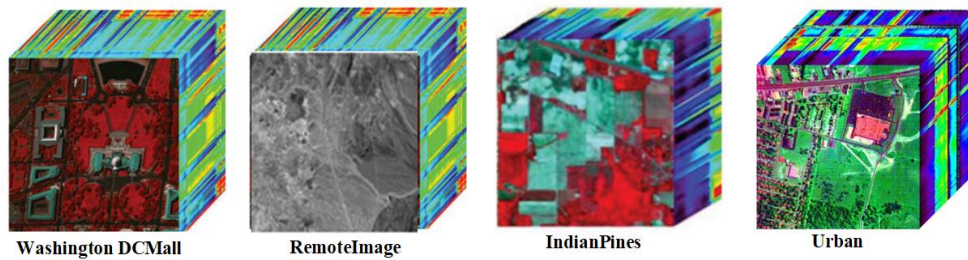
$$\begin{aligned} o_j^t &= o_j^t + \frac{1}{\gamma} \left[\sum_{ij} \bar{z}_{ij}^t ((Y_{r,(i,j)}^t - u_i^t v_j^{tT})^2) + \theta_j^t (\mu_j^t)^2 - \right. \\ &\left. \frac{1}{\theta_j^t} (\theta_j^t \mu_j^t + \sum_{ij} \bar{z}_{ij}^t (Y_{r,(i,j)}^t - u_i^t v_j^{tT}))^2 \right] \end{aligned} \quad (27)$$

که θ_j^t ، τ_j^t و o_j^t به ترتیب مقادیر اولیه θ_j^t ، τ_j^t و o_j^t هستند. با توجه به ساختار رتبه‌پایین تصویر HSI بدون نویز، مدل تجزیه ماتریس رتبه‌پایین برای هر ماتریس $Y_r^t = X_r^t + W_r^t + S_r^t$ استفاده می‌شود. در این مدل X_r^t به دو ماتریس رتبه‌پایین U^t و V^t تجزیه می‌شود. به این ترتیب، مدل LRMF برای Y_r^t به صورت زیر است

$$Y_r = U^t V^{tT} + W_r^t + S_r^t \quad (28)$$

ماتریس $U^t \in \mathbb{R}^{MN \times r}$ ماتریس لغت‌نامه تصادفی^۱ و $V^t \in \mathbb{R}^{B \times r}$ ماتریس ضرایب تصادفی^۲ نامیده می‌شود. r رتبه ماتریس $U^t V^{tT}$ است و ثابت فرض می‌شود (r در برخی تحقیقات متغیر فرض شده که به دلیل پیچیدگی محاسباتی خارج از بحث این تحقیق است). در بلوک (۸-ف) توابع چگالی احتمال ستون‌های ماتریس U^t و V^t مطابق زیر به روز می‌شوند

1. Random Dictionary
2. Random Coefficient Matrix



شکل ۳: مجموعه داده‌های HSI استفاده شده در آزمایش‌ها.

نرم‌افزار MATLAB نسخه R2016a شبیه‌سازی شده و همه نتایج بر روی کامپیوتری با ۴ GHz CPU و ۳۲ GB RAM به دست آمده‌اند.

۴-۱ مجموعه داده HSI استفاده شده

نتایج شبیه‌سازی بر روی دو نوع مجموعه داده با نویز مصنوعی و واقعی ارائه شده است. مجموعه اول شامل داده‌های فراطیفی با نویز مصنوعی^۵، مانند Washington DCMall (با ابعاد $191 \times 307 \times 120.8$) و RemoteImage (با ابعاد $96 \times 246 \times 20.5$) [۴۷] و مجموعه دوم شامل داده با نویز واقعی مانند Urban (با ابعاد $210 \times 307 \times 30.7$) و IndianPines (با ابعاد $220 \times 145 \times 145$) است. این ۴ مجموعه داده در شکل ۳ نمایش داده شده‌اند. برای آماده‌سازی داده‌های مصنوعی پیش‌پردازشی بر روی آنها اعمال شد که نتیجه آن برش بخش اصلی مکعب داده HSI و حذف برخی باندهای طیفی بود. بعد از انجام این گام، ابعاد مجموعه داده‌های مصنوعی Washington DCMall به $200 \times 200 \times 160$ ، RemoteImage به $200 \times 200 \times 89$ تقلیل یافت. دو مجموعه داده Urban و IndianPines با نویز واقعی همراه بوده و برای نمایش عملکرد روش پیشنهادی در مواجهه با سناریوی واقعی مناسب هستند. برخی باندهای این دو مجموعه تحت تأثیر عواملی همچون بخار آب موجود در هوا و سایر شرایط جوی به شدت تخریب شده‌اند. در شبیه‌سازی‌ها برای ارزیابی روش پیشنهادی LVC-LRMF در سناریوهای با نویز سنگین این باندها حذف نشدند.

۴-۲ تولید انواع تصاویر مصنوعی برای آزمایش

سیگنال HSI در هنگام جمع‌آوری توسط نویزهای مختلف تخریب می‌شود. به عبارت دیگر، HSI واقعی آلوده به ترکیبی از انواع نویزها شامل نویز گوسی، ضربه‌ای^۶، استرایپ^۷ و نویز ددلاین و پیکسل^۸ می‌باشد که این نویزها در طول باندهای مختلف یکنواخت نبوده و بر روی برخی از باندها بیشتر تأثیر می‌گذارند [۴۷]. در این تحقیق برای تولید تصاویر مصنوعی، ۶ نوع نویز استفاده و ترکیب‌های مختلفی از آنها به مکعب سیگنال HSI بدون نویز اضافه شده است تا به این ترتیب تصاویر مصنوعی تولیدشده به تصاویر واقعی شبیه‌تر باشند. تصاویر مصنوعی برای این منظور تولید می‌شوند تا عملکرد روش‌های مختلف به طور کمی قابل مقایسه باشد. این نویزها شامل نویز گوسی^۹ i.i.d.، نویز گوسی غیر i.i.d.، ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d. و استرایپ، ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d. و ددلاین، ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d. و نویز ضربه و نویز ترکیبی

$\hat{X}_T^t = U^t V^{tT}$, $t = 1, \dots, T$ تشکیل می‌شود. سپس در بلوک $(f-12)$ ، مقدار شمارنده خوشه t بررسی می‌شود. اگر $t = T$ نباشد، به بلوک $(f-1)$ بازگشته، $i_t = 0$ قرار داده و t یک واحد افزایش می‌یابد و برای خوشه بعد این مراحل تکرار می‌شود. بعد از انجام پردازش در بلوک‌های $(f-2)$ تا $(f-12)$ برای همه خوشه‌ها (یعنی $t = T$)، در بلوک $(f-13)$ ماتریس \hat{X}_T به صورت $\hat{X}_T = \{\hat{X}_T^1, \dots, \hat{X}_T^T \mid \hat{X}_T^t \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}, t = 1, \dots, T\}$ بلوک (f) وارد بلوک (g) می‌شود. در این بلوک یک پس‌پردازنده بر روی سیگنال $\hat{X}_T \in \mathbb{R}^{M \times N \times B \times T}$ اعمال شده تا با بازچینش مؤلفه‌های آن، سیگنال $\hat{X} \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ به دست آید. همان طور که پیش از این اشاره شد، موقعیت هر پیکسل از ماتریس Y ذخیره شده و از آنها برای بازچینش مؤلفه‌های غیر صفر $\hat{X}_{T,(i,j)}^t$ در ماتریس $\hat{X} \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ استفاده می‌شود. به این ترتیب، مکعب $\hat{X} \in \mathbb{R}^{M \times N \times B}$ که تصاویر فراطیفی حذف نویز شده است، تشکیل می‌شود.

همه ابرپارامترهای معرفی شده در مدل پیشنهادی این تحقیق، به صورت آموزش نیافته در یک مقدار اولیه تنظیم شدند. در طول آزمایش‌های انجام شده، مقدار اولیه μ^t برابر با ۰ و مقدار اولیه سایر ابرپارامترهای مدل یعنی δ^t ، ξ^t ، θ^t ، τ^t ، σ^t ، β^t ، π^t ، d^t ، λ^t ، η^t و α^t برابر با مقدار کوچک 10^{-3} در نظر گرفته شد.

۴-۳ نتایج شبیه‌سازی و بحث

در این بخش، نتایج شبیه‌سازی روش پیشنهادی (LVC-LRMF) آورده شده است. روش پیشنهادی با ۶ روش رقیب LRMF [۱۳]، LRTV [۳۸]، MoG-RPCA [۳۹]، RegL1-ALM [۴۰]، CWM [۴۱] و NMoG-LRMF [۱] مقایسه شده است. این مقایسه‌ها هم برای تصاویر واقعی و هم تصاویر مصنوعی که با ۶ نوع نویز آلوده شده‌اند، انجام گرفته‌اند. برای تصاویر واقعی از روش‌های ارزیابی ذهنی و برای تصاویر مصنوعی که نسخه بدون نویزشان موجود است، از روش‌های ارزیابی عینی استفاده شده است. برای مقایسه عملکرد روش‌ها بر روی داده HSI با نویز واقعی، ۵ روش ارزیابی ذهنی^۱ شامل: نمایش تصویر خروجی باندها، نمایش ۳ بعدی، نمایش مشخصه طیفی برای هر پیکسل، به دست آوردن نمایش افقی^۲ و نمایش عمودی^۳ از باندها^۴ استفاده شد. معیارهای ارزیابی عینی^۴ شامل MRMSE، MSSIM، MFSIM، MERGAS و MRMSE و زمان اجرای الگوریتم برای مقایسه عملکرد روش‌ها روی داده HSI مصنوعی است. در این مقاله، مقدار آستانه (۳۵) برابر با 10^{-6} در نظر گرفته شده است. روش پیشنهادی و روش‌های رقیب بر روی

5. Synthetic Dataset
6. Impulse Noise
7. Stripe Noise
8. Deadline and Pixels Noise
9. I.I.D. Gaussian Noise
10. Non-i.i.d. Gaussian Noise

1. Subjective Evaluation Criteria
2. Horizontal Profile of Band
3. Vertical Profile of Band
4. Objective Evaluation Criteria

مبنای ویژگی‌های دیداری انسان طراحی شده است. این معیار هم مشابه معیار قبل مقداری بین صفر و یک دارد و مقادیر بالاتر به معنای شباهت بیشتر تصویر حذف‌نویز شده و تصویر مرجع است. FSIM و MFSIM به صورت زیر به دست می‌آیند [۵۰]

$$FSIM_i = \frac{\sum_{x'_i \in \Omega} S_{PC}(x_i) S_G(x_i) PC_m(x_i)}{\sum_{x'_i \in \Omega} PC_m(x_i)} \quad (38)$$

$$MFSIM = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B FSIM_i$$

که x'_i بلوک‌هایی از x_i و \hat{x}_i را که در یک موقعیت (Ω) قرار دارند^{۱۱} نشان می‌دهد. S_{PC} و S_G به ترتیب برای تخمین شباهت‌های بین تجانس فاز و دامنه‌گرادیان^{۱۲} استفاده می‌شوند.

(۴) $MERGAS^{13}$: دیورژانس طیفی و مکانی را محاسبه می‌کند. این معیار میزان وفاداری تصویر بازیابی شده را با استفاده از مجموع MSE - وزن دار روی هر باند اندازه‌گیری و میانگین مقادیر را بر روی کل مکعب داده محاسبه می‌نماید. $MERGAS$ و $ERGAS$ با استفاده از روابط زیر قابل محاسبه است [۴۹]

$$ERGAS_i = \frac{mse(x_i, \hat{x}_i)}{Mean_\nu(x_i)} \quad (39)$$

$$MERGAS = \sqrt{\frac{1}{B} \sum_{i=1}^B ERGAS_i}$$

(۵) $RMSE$: معیار $RMSE$ برای HSI بدون نویز X و HSI بازیابی شده \hat{X} به صورت زیر محاسبه می‌گردد [۴۹]

$$RMSE(X, \hat{X}) = \sqrt{\frac{1}{B \times M \times N} \|X - \hat{X}\|_F^2} \quad (40)$$

۴-۴ استخراج متغیر پنهان C' مبتنی بر خوشه‌بندی

در بلوک (d) از روش پیشنهادی، شباهت‌های ساختاری مکانی محلی و غیر محلی (که به طور طبیعی در داده HSI است) به کمک متغیر پنهان C' استخراج و به هر متغیر پنهان C' تخصیص می‌یابد. در داده HSI این شباهت‌ها در حوزه طیف هم تکرار می‌شود. هر C' شامل شباهت‌های طیفی از پیکسل‌های محلی و غیر محلی بوده که منجر به دانش پیشین قوی برای بهبود فرایند حذف نویز می‌شود. برای استخراج C' ، از الگوریتم‌های خوشه‌بندی استفاده شده است. انتخاب این عملگر می‌تواند متأثر از فاکتورهای مختلفی همچون داده HSI و محدودیت‌های سخت‌افزاری و نرم‌افزاری باشد. در این تحقیق چند روش خوشه‌بندی پیشنهاد و ارزیابی شده تا به عنوان عملگر استخراج‌کننده C' ، استفاده شود. این روش‌ها شامل k -means, zoning, Robust k-means, Robust FCM (RFCM) و FCM (Rk-means) می‌شوند که در این میان Rk -means و RFCM مقاوم‌شده روش‌های k -means و FCM هستند که در طراحی آنها یک فیلتر سه‌بعدی گوسی برای کاهش اثر نویز استفاده شده است.

منظور از استخراج و مقداردهی به متغیر پنهان C' آن است که با انجام عمل خوشه‌بندی به هر پیکسل از تصویر، برچسب عضویت در یک

می‌شوند که هر یک از این نویزها و پارامترهای مربوط به آنها مطابق [۱] تولید و تنظیم شده‌اند.

۴-۳ معیارهای ارزیابی

برای ارزیابی و مقایسه کمی روش پیشنهادی با سایر روش‌های حذف نویز، از زمان پردازش برای ارزیابی سرعت و ۵ معیار کمی (عینی) کیفیت تصویر (PQI) برای ارزیابی دقت در آزمایشات استفاده شده است. $PSNR^2$ و $SSIM^3$ دو معیار PQI متداول در پردازش تصویر و بینایی ماشین هستند. این دو معیار شباهت‌های بین تصویر بازیابی‌شده و تصویر مرجع را به ترتیب بر مبنای MSE^4 و سازگاری ساختاری ارزیابی می‌کنند. $FSIM^5$ بر سازگاری ادراکی دو تصویر تأکید دارد. مقدار بیشتر این سه معیار به معنای نزدیک‌تر بودن تصویر HSI بازیابی‌شده به تصویر مرجع است. $ERGAS^6$ و $RMSE^7$ به ترتیب میزان وفاداری تصویر بازیابی‌شده را بر مبنای مجموعی از MSE ‌های وزن‌دار شده در هر باند و انحراف معیار خطای تخمین اندازه‌گیری می‌کنند. برخلاف سه معیار قبل، مقادیر کمتر این دو به معنای تخمین بهتر تصویر بازیابی‌شده از تصویر مرجع است. این معیارها در زیر معرفی شدند [۴۸] و [۴۹].

(۱) $MPSNR^8$: میانگین مقادیر MSE بین تصویر HSI بدون نویز X و HSI بازیابی‌شده \hat{X} ، به صورت زیر محاسبه می‌گردد [۴۶]

$$MPSNR = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B 10 \log_{10} \left(\frac{\max(x_i)^2}{MSE(x_i, \hat{x}_i)} \right) \quad (36)$$

که $MSE(x_i, \hat{x}_i)$ مقدار میانگین مربعات خطا بر روی باند i ام X و باند i ام \hat{X} (یعنی x_i و \hat{x}_i) است.

(۲) $MSSIM^9$: برای اندازه‌گیری سازگاری ساختاری بین داده بدون نویز و داده بازیابی‌شده تعریف شده است. $SSIM$ رنگ، کنتراست و شکل تصویر بازیابی‌شده را بررسی می‌کند. مقدار این معیار بین صفر و یک قرار دارد و هرچه مقدار آن به یک نزدیک‌تر باشد به معنای شباهت بیشتر تصویر حذف‌نویز شده به تصویر بدون نویز است. $SSIM$ و $MSSIM$ به صورت زیر تعریف می‌شوند [۵۰]

$$SSIM_i = \frac{(\mu_{x_i} \mu_{\hat{x}_i} + C_1)(\sigma_{x_i \hat{x}_i} + C_2)}{(\mu_{x_i}^2 + \mu_{\hat{x}_i}^2 + C_1)(\sigma_{x_i}^2 + \sigma_{\hat{x}_i}^2 + C_2)} \quad (37)$$

$$MSSIM = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^B SSIM_i$$

که μ_{x_i} و σ_{x_i} به ترتیب میانگین و انحراف معیار تصویر مرجع هستند (به طور مشابه $\mu_{\hat{x}_i}$ و $\sigma_{\hat{x}_i}$ برای تصویر حذف‌نویز شده). $\sigma_{x_i \hat{x}_i}$ کوواریانس بین x_i و \hat{x}_i و C_1 و C_2 مقادیر ثابت می‌باشند [۵۰].

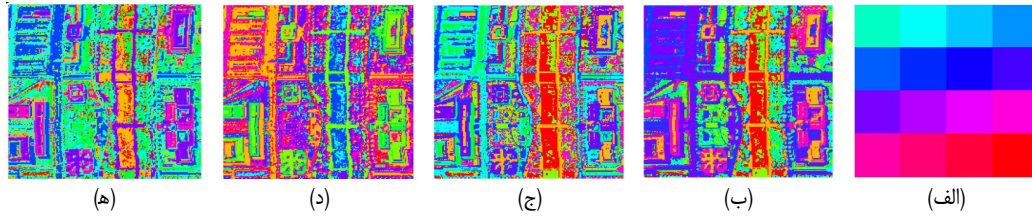
(۳) $MFSIM^{10}$: بر سازگاری‌های ادراکی بین دو تصویر مرجع و بازیابی‌شده تأکید دارد و برای ارزیابی و شناسایی میزان کیفیت دیداری تصاویر خروجی فرایند حذف نویز معیار مناسبی است. این شاخص بر

1. Quantitative Picture Quality Indices
2. Peak Signal to Noise Ratio
3. Structural Similarity Index Measurement
4. Mean Square Error
5. Feature Similarity Index Measurement
6. Relative Dimensionless Global Error in Synthesis
7. Root Mean Square Error
8. Mean of PSNR
9. Mean of SSIM
10. Mean of FSIM

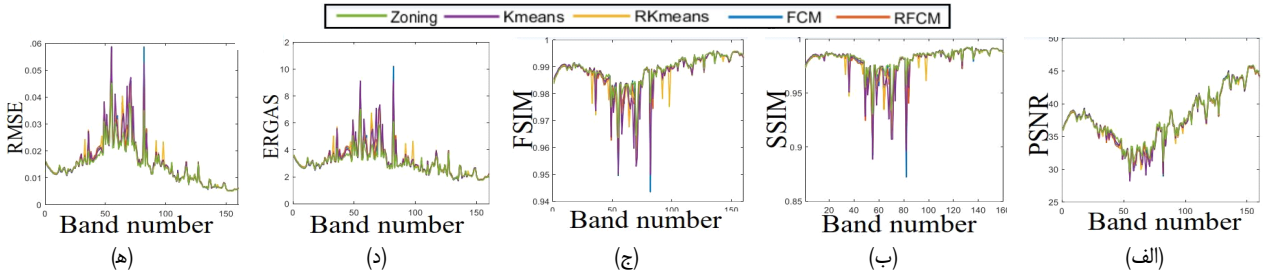
11. Co-Located Block

12. Phase Congruency and Gradient Magnitude

13. Mean of ERGAS



شکل ۴: نقشه نگاشت متغیر پنهان C^t (بلوک d در شکل ۱) با استفاده از عملگرهای (الف) zoning، (ب) k-means، (ج) Rk-means، (د) FCM و (ه) RFCM برای باند ۱۲۰ داده Washington DCMall.



شکل ۵: نتایج به دست آمده برای روش پیشنهادی LVC-LRMF با استفاده از عملگرهای zoning، k-means، Rk-means و FCM و RFCM برای نويز ترکیبی و با معیارهای ارزیابی (الف) PSNR، (ب) SSIM، (ج) FSIM، (د) ERGAS و (ه) RMSE بر روی داده Washington DCMall.

جدول ۱: ارزیابی عملکرد روش LVC-LRMF با استفاده از عملگرهای ZONING، k-MEANS، Rk-MEANS، FCM و RFCM برای استخراج متغیر پنهان C^t .

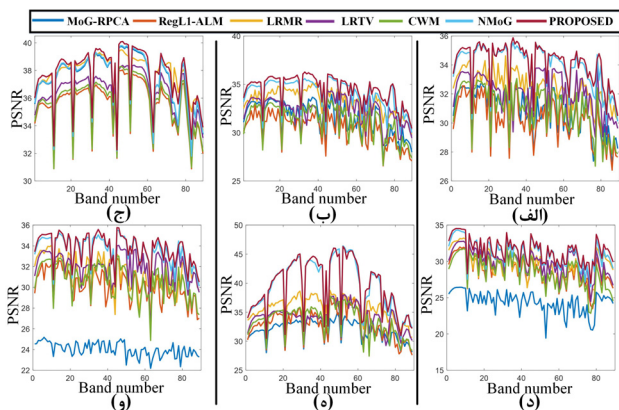
معیار	HSI نويزی	zoning	k-means	Rk-means	FCM	RFCM
نويز ترکیبی						
MPSNR	۲۲,۸۷۲۱	۳۸,۰۸۳۴	۳۷,۸۵۵۶	۳۷,۷۸۰۹	۳۷,۸۴۹۶	۳۷,۷۶۶۹
MSSIM	۰,۶۵۳۱۱	۰,۹۸۲۴۶	۰,۹۷۹۴	۰,۹۷۹۱۷	۰,۹۷۹۶۷	۰,۹۷۹۳۷
MFSIM	۰,۸۳۸۴	۰,۹۸۸۹۸	۰,۹۸۷۶	۰,۹۸۷۴۵	۰,۹۸۷۸۴	۰,۹۸۷۳۳
MERGAS	۱۷,۵۹۱۹	۲,۹۹۱۸	۳,۲۰۱۴	۳,۲۲۱۷	۳,۱۷۴۱	۳,۱۹۴۲
MRMSE	۰,۰۸۳۸	۰,۰۱۴۴۹	۰,۰۱۵۷۳	۰,۰۱۵۸	۰,۰۱۵۵۵	۰,۰۱۵۶۲
TIME (sec)	-	۱۳۰,۲۱۴	۱۶۹,۷۶۱	۱۶۹,۸۳۵	۲۱۱,۴۴۸	۲۰۹,۱۵۴

یک از عملگرهای خوشه‌بندی، هر پیکسل از مکعب داده در یک خوشه از T خوشه قرار می‌گیرد. به این ترتیب نقشه نگاشت هر پیکسل به هر خوشه برای کل مکعب داده به دست می‌آید. مقدار پیکسل‌های متعلق به خوشه t ام به متغیر پنهان C^t ($t \in [1, T]$) تخصیص داده شده و به ازای سایر پیکسل‌هایی که عضو خوشه t ام نیست به متغیر پنهان صفر تخصیص می‌یابد. همان طور که در این شکل مشاهده می‌شود تصویر به نواحی رنگی تقسیم شده که هر رنگ بیانگر پیکسل‌های متعلق به هر متغیر پنهان است. در شکل ۴- الف عملگر zoning تصویر را بدون در نظر گرفتن شباهت‌های ساختاری به بلوک‌های هم‌اندازه تقسیم کرده و مقدار پیکسل‌های بلوک t ام را به متغیر پنهان t ام تخصیص می‌دهد. در شکل‌های ۴- ب و ۴- د خروجی به ترتیب عملگرهای k-means و FCM در استخراج شباهت‌های ساختاری و تشکیل نقشه نگاشت مربوطه نمایش داده شده است. در این تحقیق برای مقاوم‌سازی این دو عملگر در مقابل نويز، یک فیلتر گوسی سه‌بعدی در ساختار این دو عملگر به کار رفته که به روش‌های Rk-means و RFCM منجر شده است. نتایج شبیه‌سازی این دو روش به ترتیب در شکل‌های ۴- ج و ۴- ه نمایش داده شده است. انتخاب نوع عملگر به نوع داده، ساختار آن و میزان تخریب بستگی دارد. بنابراین برای داده Washington DCMall مطابق جدول ۱ و شکل ۵، zoning بهترین و RFCM بدترین عملکرد را دارند. همان طور که در جدول ۱ دیده می‌شود نتایج حاصل از این ۵ عملگر برای نويز ترکیبی بر اساس معیارهای ارزیابی ۶ گانه بر روی Washington DCMall تقریباً مشابه است.

خوشه زده شود. به عنوان نمونه، پیکسل $Y_{(i,j)}$ یک پیکسل در مکان i و j ام از داده فراطیفی است که وارد بلاک (d) می‌شود. بعد از فرایند خوشه‌بندی در این بلاک، در بلاک (e) به هر خوشه یک ماتریس $MN \times B$ تخصیص داده می‌شود. پیکسل‌های خوشه t ام در مکان خود (که این مکان از بلاک (b) تعیین و ذخیره شده است) در ماتریس تخصیصی به آن خوشه یعنی Y_t^t قرار داده شده و مقدار صفر در مکان پیکسل‌هایی که عضو این خوشه نیستند، قرار داده می‌شود. این فرایند برای همه خوشه‌ها انجام می‌شود و Y_t^t پشت سر هم در یک ماتریس سه‌بعدی چیده می‌شوند. خروجی بلاک (e) یعنی مکعب Y_t ، شامل همه شدت تابشی پیکسل‌ها به عنوان مقادیر استخراج‌شده برای متغیرهای پنهان C^t است.

برای مقاوم کردن خوشه‌بندها در مقابل نويز موجود در تصویر فراطیفی ورودی به بلاک (d) و کاهش اثر نويز بر فرایند خوشه‌بندی که به عنوان عملگرهای استخراج‌کننده متغیر پنهان C^t مورد استفاده است، از یک فیلتر سه‌بعدی گوسی استفاده شد. این فیلتر به عنوان پیش‌پردازنده در ورودی خوشه‌بند FCM و k-means اعمال گردید. بدین ترتیب خطای خوشه‌بندی کاهش یافته و استخراج متغیرهای پنهان C^t با دقت بهتری انجام شد.

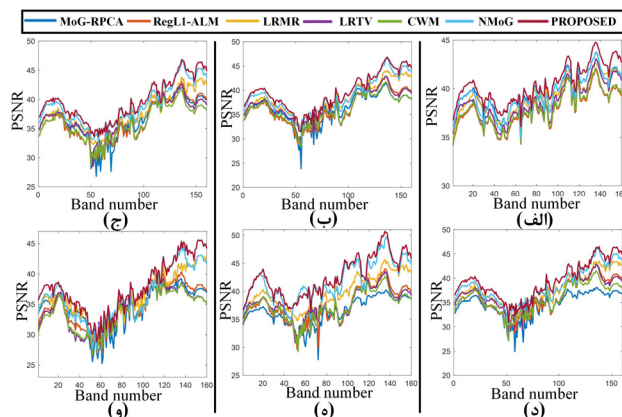
نقشه نگاشت یا الگوی ناحیه‌بندی ناشی از این ۵ عملگر و متغیرهای پنهان C^t استخراج‌شده برای باند ۱۲۰ از داده Washington DCMall در شکل ۴ نمایش داده شده است. در این شکل، خروجی هر یک از روش‌های خوشه‌بندی آورده شده است. مطابق این نتایج با استفاده از هر



شکل ۷: نتایج بازیابی RemoteImage با معیار PSNR، (الف) نویز گوسی i.i.d.، (ب) نویز گوسی غیر i.i.d.، (ج) نویز استریاپ اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (د) ددلاین اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (ه) نویز ضربه اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d. و (و) نویز ترکیبی، برای روش‌های MoG-RPCA، RegL1-ALM، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF و روش پیشنهادی LVC-LRMF.

در RemoteImage با معیار PSNR بر روی ۶ نوع نویز معرفی‌شده به ترتیب در شکل ۶ و ۷ آورده شده است. همه نمودارها بر اساس شماره باند رسم شده است. برای هر دو شکل، برای ۶ نوع نویز، نمودار روش پیشنهادی با رنگ قهوه‌ای نمایش داده شده است. مطابق این نتایج، بر روی همه باندها نمودار قهوه‌ای بالاتر از سایر نمودارها قرار گرفته و مقدار PSNR به دست آمده توسط روش پیشنهادی بیشتر از سایر روش‌ها است. بنابراین روش پیشنهادی LVC-LRMF عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌ها دارد. همان طور که در شکل دیده می‌شود، بر روی برخی از باندهای طیفی عملکرد همه روش‌ها تضعیف می‌شود. به عنوان مثال در شکل ۶-الف روی باند ۶۵ میزان PSNR روش پیشنهادی به ۳۷ dB و CWM به ۳۴ dB کاهش یافته است. به طور مشابه در شکل ۷ نتایج بازیابی برای داده RemoteImage آورده شده است که مطابق آن نمودار قهوه‌ای مربوط به روش پیشنهادی در همه باندهای طیفی برای ۶ نوع نویز بالای نمودار مربوط به ۶ روش دیگر قرار دارد. برای نویز ترکیب ددلاین و نویز گوسی غیر i.i.d. (شکل ۷-د) و نویز ترکیبی (شکل ۷-و)، روش NMoG-LRMF با نمودار آبی روی همه باندهای طیفی نتیجه‌ای ضعیف‌تر از سایر روش‌ها دارد.

در شکل ۸، مقایسه نتایج بازیابی بر روی مجموعه داده‌های الف) Washington DCMall و ب) RemoteImage، با معیار SSIM بر روی همه ۶ نوع نویز معرفی‌شده، برای روش‌های MoG-RPCA، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF و روش پیشنهادی LVC-LRMF نمایش داده شده است. برای نمایش و مقایسه بهتر نتایج بخشی از نمودارها بزرگ‌نمایی شده‌اند. در همه این نتایج به دست آمده بر روی دو پایگاه داده، نمودار قهوه‌ای مربوط به روش پیشنهادی بالای نمودار سایر روش‌ها واقع شده که به معنای سازگاری بیشتر تصویر حاصل با تصویر شفاف اولیه است. همان طور که مشاهده می‌شود عملکرد روش‌های بررسی‌شده بر روی برخی باندهای طیفی تنزل یافته و نمودار آنها افت می‌کند. این مسأله از این موضوع نشأت می‌گیرد که باندهای مختلف به طور یکسان تحت تأثیر نویز نبوده و برخی باندها دستخوش تخریب بیشتری هستند. با این حال در این باندها نیز نمودار روش پیشنهادی بالای نمودار سایر روش‌ها قرار گرفته است، برای مثال روش پیشنهادی در باند ۶۴ در شکل ۸-ب-الف با بهترین عملکرد نسبت به ۶ روش دیگر به SSIM ۰/۹۳ رسیده و روش CWM با بدترین



شکل ۸: نتایج بازیابی Washington DCMall با معیار PSNR، (الف) نویز گوسی i.i.d.، (ب) نویز گوسی غیر i.i.d.، (ج) استریاپ اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (د) ددلاین اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (ه) ضربه اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d. و (و) نویز ترکیبی، برای روش‌های MoG-RPCA، RegL1-ALM، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF و روش پیشنهادی LVC-LRMF.

در شکل ۵، معیارهای ارزیابی برای این عملگرها بر روی Washington DCMall آورده شده است. در همه این شکل‌ها zoning با نمودار سبز بر روی اغلب باندهای طیفی دارای بیشترین مقادیر PSNR، SSIM، FSIM و کمترین مقادیر ERGAS و RMSE است و می‌توان گفت بهترین نتیجه را در بین ۵ روش خوشه‌بندی دارا است. دیده می‌شود در اغلب باندها k-means با رنگ قرمز نتیجه بدتری دارد. در نتایج شبیه‌سازی بعدی عملگر خوشه‌بندی با توجه به نوع داده انتخاب می‌شود. به جز برای Washington DCMall که از عملگر zoning استفاده شده برای سایر داده‌ها از RFCM برای استخراج C' استفاده شده است.

۴-۵ تحلیل نتایج و مقایسه عملکرد روش‌ها

مقادیر بیشتر MPSNR، MSSIM، MFSIM و مقادیر کوچک‌تر MRMSE، MERGAS و زمان نشان‌دهنده عملکرد بهتر فرایند بازسازی تصویر است. در جدول ۲ و ۳ مقدار میانگین ۶ معیار MPSNR، MSSIM، MFSIM، MERGAS، MRMSE و زمان برای روش پیشنهادی و ۶ روش دیگر و برای ۶ نوع نویز به ترتیب بر روی دو داده مصنوعی Washington DCMall و RemoteImage آورده شده است. با توجه به این دو جدول، روش پیشنهادی بر اساس ۵ معیار MPSNR، MSSIM، MFSIM، MERGAS و MRMSE و برای ۶ نوع نویز، به نتایج بهتری نسبت به ۶ روش دیگر دست یافت. با وجود این، مطابق جدول ۲ برای Washington DCMall، در رابطه با معیار زمان روش MoG-RPCA در نویز گوسی i.i.d. و نویز گوسی غیر i.i.d. به ترتیب با ۱۳/۵۷۹ و ۱۷/۱۵۵ ثانیه دارای کمترین زمان اجرا است. برای ۴ نویز دیگر روش RegL1-ALM کمترین زمان اجرا را دارد. دلیل افزایش زمان اجرای MoG-RPCA برای سایر انواع نویز همگرایی کندتر برای این نوع نویزهاست. به همین ترتیب با توجه به جدول ۳ برای RemoteImage، روش MoG-RPCA کمترین زمان اجرا را برای نویز گوسی i.i.d. داشته و برای سایر نویزها روش RegL1-ALM کمترین زمان اجرا را دارد. روش پیشنهادی در این تحقیق، [۱] را بهبود بخشیده و به ازای این بهبود زمان افزایش یافته است که بخشی از زمان صرف استخراج متغیرهای پنهان می‌شود. مقایسه نتایج بازیابی روش پیشنهادی LVC-LRMF و ۶ روش MoG-RPCA، RegL1-ALM، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF بر روی مجموعه داده Washington DCMall و

جدول ۲: مقایسه عملکرد روش پیشنهادی LVC-LRMF با روش دیگر برای ۶ نوع نویز و بر اساس ۶ معیار ارزیابی برای داده WASHINGTON DCMALL.

معیارها	HSI نویزی	MoG-RPCA [۳۹]	RegL1-ALM [۴۰]	LRMR [۱۳]	LRTV [۳۸]	CWM [۴۱]	NMoG-LRMF [۱]	روش پیشنهادی
i.i.d نویز گوسی								
MPSNR	۲۶٫۲۰۴	۳۹٫۵۸۸۸	۳۷٫۹۱۲۰	۳۹٫۲۲۷۲	۳۸٫۶۹۰۶	۳۸٫۰۸۰۷	۳۹٫۴۶۵۲	۴۰٫۴۵۶۷
MSSIM	۰٫۷۶۲۶۰	۰٫۹۸۷۹۹	۰٫۹۸۰۱۰	۰٫۹۸۶۶۶	۰٫۹۸۴۸۸	۰٫۹۸۰۷۹	۰٫۹۸۷۶۲	۰٫۹۹۳۱۹
MFSIM	۰٫۸۹۰۴۳	۰٫۹۹۲۳۰	۰٫۹۸۸۲۹	۰٫۹۹۰۹۱	۰٫۹۹۰۲۰	۰٫۹۸۸۶۹	۰٫۹۹۲۰۵	۰٫۹۹۳۱۹
MERGAS	۱۱٫۴۳۵۹	۲٫۳۶۳۵۰	۲٫۸۷۰۰۴	۲٫۴۶۱۵۸	۲٫۶۱۶۲۴	۲٫۸۱۴۷۱	۲٫۴۰۰۲۳	۲٫۱۳۳۷۱
MRMSE	۰٫۰۵۰۰۰	۰٫۰۱۰۷۲	۰٫۰۱۲۹۹	۰٫۰۱۱۱۷	۰٫۰۱۱۹۲	۰٫۰۱۲۷۴	۰٫۰۱۰۹۰	۰٫۰۰۹۷۳
TIME	-	۱۳٫۵۷۹	۳۴٫۷۸۲	۱۱۰٫۹۴۴	۸۲٫۳۸۷	۳۹٫۴۲۵	۹۱٫۵۳۶	۲۰٫۳۶۲
نویز گوسی غیر i.i.d								
MPSNR	۲۴٫۹۶۸۴	۳۶٫۲۱۶۵	۳۶٫۳۰۵۵	۳۸٫۲۰۱۴	۳۶٫۸۱۲۷	۳۶٫۱۹۵۰	۳۸٫۸۶۰۹	۳۹٫۵۴۸۲
MSSIM	۰٫۷۲۷۰۴	۰٫۹۶۷۴۰	۰٫۹۷۰۹۵	۰٫۹۸۲۷۰	۰٫۹۷۷۷۲	۰٫۹۷۳۲۴	۰٫۹۸۴۹۷	۰٫۹۸۵۳۴
MFSIM	۰٫۸۷۴۳۹	۰٫۹۸۰۸۷	۰٫۹۸۲۵۳	۰٫۹۸۸۵۱	۰٫۹۸۵۲۸	۰٫۹۸۳۴۰	۰٫۹۹۰۲۱	۰٫۹۹۰۴۹
MERGAS	۱۳٫۳۱۵۴	۳٫۷۶۶۳۸	۳٫۵۴۶۶۸	۲٫۷۸۲۶۰	۳٫۳۴۳۹۸	۳٫۵۸۶۷۱	۲٫۶۳۴۵۰	۲٫۴۸۸۷۵
MRMSE	۰٫۰۶۳۰۱	۰٫۰۱۸۱۱	۰٫۰۱۶۹۵	۰٫۰۱۳۱۹	۰٫۰۱۵۸۳	۰٫۰۱۶۸۹	۰٫۰۱۲۶۰	۰٫۰۱۲۰۸
TIME	-	۱۷٫۱۵۵	۳۴٫۹۶۲	۱۱۱٫۰۵۰	۸۲٫۷۷۷	۳۹٫۴۵۲	۹۶٫۸۳۹	۱۶۹٫۹۴۲
ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d و نویز استریپ								
MPSNR	۲۴٫۳۹۰۳	۳۶٫۵۴۱۵	۳۶٫۲۵۳۴	۳۷٫۶۶۷۰	۳۶٫۶۵۲۲	۳۶٫۰۴۰۹	۳۸٫۹۷۸۵	۳۹٫۷۰۳۱
MSSIM	۰٫۷۰۹۸۵	۰٫۹۶۸۷۹	۰٫۹۷۰۷۳	۰٫۹۸۱۲۶	۰٫۹۷۷۳۱	۰٫۹۷۲۰۶	۰٫۹۸۵۷۰	۰٫۹۸۷۶۵
MFSIM	۰٫۸۶۸۳۹	۰٫۹۸۲۳۲	۰٫۹۸۲۳۲	۰٫۹۸۷۴۷	۰٫۹۸۴۹۳	۰٫۹۸۲۷۱	۰٫۹۹۰۶۱	۰٫۹۹۱۷۱
MERGAS	۱۴٫۲۶۳۳	۳٫۶۶۵۳۱	۳٫۵۵۱۳۱	۲٫۹۷۸۰۶	۳٫۳۹۴۵۳	۳٫۶۵۲۹۹	۲٫۵۷۲۷۷	۲٫۳۲۶۴۰
MRMSE	۰٫۰۶۶۹۷	۰٫۰۱۷۹۱	۰٫۰۱۶۹۷	۰٫۰۱۴۱۰	۰٫۰۱۶۰۴	۰٫۰۱۷۲۴	۰٫۰۱۲۲۶	۰٫۰۱۱۳۱
TIME	-	۹۸٫۴۴۸	۳۴٫۷۱۸	۱۰۸٫۷۴۲	۸۰٫۷۹۷	۳۹٫۱۹۰	۱۲۷٫۲۰۳	۱۹۱٫۰۵۵
ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d و نویز ددلاین								
MPSNR	۲۴٫۲۳۸۳	۳۴٫۶۲۲۲	۳۶٫۱۴۳۲	۳۷٫۵۹۱۸	۳۶٫۶۶۰۹	۳۵٫۹۱۰۹	۳۸٫۵۴۱۹	۳۹٫۴۳۸۴
MSSIM	۰٫۷۰۹۶۱	۰٫۹۵۷۷۸	۰٫۹۷۰۲۲	۰٫۹۸۰۴۳	۰٫۹۷۷۰۹	۰٫۹۷۱۳۵	۰٫۹۸۴۱۱	۰٫۹۸۶۱۸
MFSIM	۰٫۸۶۶۸۵	۰٫۹۸۱۵۴	۰٫۹۸۲۱۹	۰٫۹۸۷۲۵	۰٫۹۸۴۹۶	۰٫۹۸۲۴۶	۰٫۹۸۹۷۷	۰٫۹۹۱۱۷
MERGAS	۱۴٫۵۸۲۵	۴٫۶۰۳۶۴	۳٫۶۱۶۲۷	۳٫۰۴۳۱۶	۳٫۴۱۵۶۸	۳٫۷۴۱۲۴	۲٫۷۵۸۶۹	۲٫۵۰۱۰۷۳
MRMSE	۰٫۰۶۹۵۲	۰٫۰۲۱۹۰	۰٫۰۱۷۳۱	۰٫۰۱۴۵۶	۰٫۰۱۶۲۰	۰٫۰۱۷۷۰	۰٫۰۱۳۲۳	۰٫۰۱۲۱۵
TIME	-	۱۲۸٫۲۱۶	۳۵٫۱۳۶	۱۰۸٫۵۶۶	۸۰٫۷۵۳	۳۹٫۴۲۸	۱۲۸٫۰۴۲	۲۱۰٫۹۵۷
ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d و نویز ضربه								
MPSNR	۲۴٫۱۹۱۷	۳۶٫۴۰۱۳	۳۷٫۵۲۳۳	۳۹٫۸۲۳۹	۳۷٫۷۳۳۶	۳۷٫۳۶۶۲	۴۱٫۸۶۲۹	۴۲٫۶۳۷۶
MSSIM	۰٫۷۱۴۸۱	۰٫۹۷۳۱۷	۰٫۹۷۸۴۳	۰٫۹۸۸۵۷	۰٫۹۸۲۷۳	۰٫۹۸۰۲۱	۰٫۹۹۲۷۵	۰٫۹۹۴۶۸
MFSIM	۰٫۸۶۷۹۱	۰٫۹۸۷۷۵	۰٫۹۸۶۷۷	۰٫۹۹۲۱۲	۰٫۹۸۸۵۰	۰٫۹۸۷۶۲	۰٫۹۹۵۱۹	۰٫۹۹۵۸۸
MERGAS	۱۴٫۷۰۱۵	۳٫۶۹۱۸۰	۳٫۱۳۱۷۰	۲٫۳۱۶۷۵	۳٫۰۳۵۲۶	۳٫۱۶۸۵۹	۱٫۸۸۸۱۲	۱٫۷۲۵۰۷
MRMSE	۰٫۰۷۰۲۱	۰٫۰۱۷۳۴	۰٫۰۱۴۸۲	۰٫۰۱۰۸۵	۰٫۰۱۴۲۲	۰٫۰۱۴۸۰	۰٫۰۰۸۷۸	۰٫۰۰۸۰۹
TIME	-	۱۴۵٫۵۰۴	۳۵٫۴۶۰	۱۱۱٫۲۲۴	۸۳٫۹۲۱	۳۹٫۷۶۱	۱۲۸٫۸۷۰	۲۱۶٫۲۰۵
نویز ترکیبی								
MPSNR	۲۲٫۸۰۲۸	۳۴٫۴۶۳۱	۳۴٫۵۷۴۷	۳۶٫۱۳۴۳	۳۴٫۱۶۴۱	۳۳٫۹۳۲۹	۳۶٫۴۸۵۵	۳۷٫۷۲۲۰
MSSIM	۰٫۶۵۱۰۷	۰٫۹۵۲۹۷	۰٫۹۶۱۹۴	۰٫۹۷۲۳۳	۰٫۹۶۷۰۴	۰٫۹۶۲۴۹	۰٫۹۷۵۸۸	۰٫۹۷۸۷۴
MFSIM	۰٫۸۳۷۸۱	۰٫۹۷۵۹۲	۰٫۹۷۷۵۹	۰٫۹۸۲۷۰	۰٫۹۷۷۷۶	۰٫۹۷۶۵۳	۰٫۹۸۴۸۸	۰٫۹۸۷۴۳
MERGAS	۱۷٫۷۲۷۵	۴٫۹۶۳۳۱	۴٫۵۲۴۹۸	۳٫۷۵۷۷۷	۴٫۸۲۷۹۹	۴٫۹۲۹۷۵	۳٫۷۳۱۴۲	۳٫۲۳۹۹۶
MRMSE	۰٫۰۸۴۵۹	۰٫۰۲۴۳۶	۰٫۰۲۱۷۶	۰٫۰۱۸۱۷	۰٫۰۲۲۹۱	۰٫۰۲۳۴۵	۰٫۰۱۸۲۸	۰٫۰۱۵۹۹
TIME	-	۱۲۱٫۱۴۱	۳۴٫۷۹۹	۱۱۰٫۴۹۷	۸۲٫۵۶۲	۳۹٫۷۲۵	۱۲۸٫۷۷۸	۲۱۴٫۹۳۵

نتیجه می‌توان گفت روش پیشنهادی نسبت به سایر روش‌ها عملکرد بهتری برای حذف ۶ نوع نویز داشته است. نتایج بازیابی بر روی مجموعه داده الف) Washington DCMall و ب) RemoteImage، با معیار ERGAS برای ۶ نوع نویز برای روش‌های NMoG-، CWM، LRTV، LRMR، RegL1-ALM، MoG-RPCA

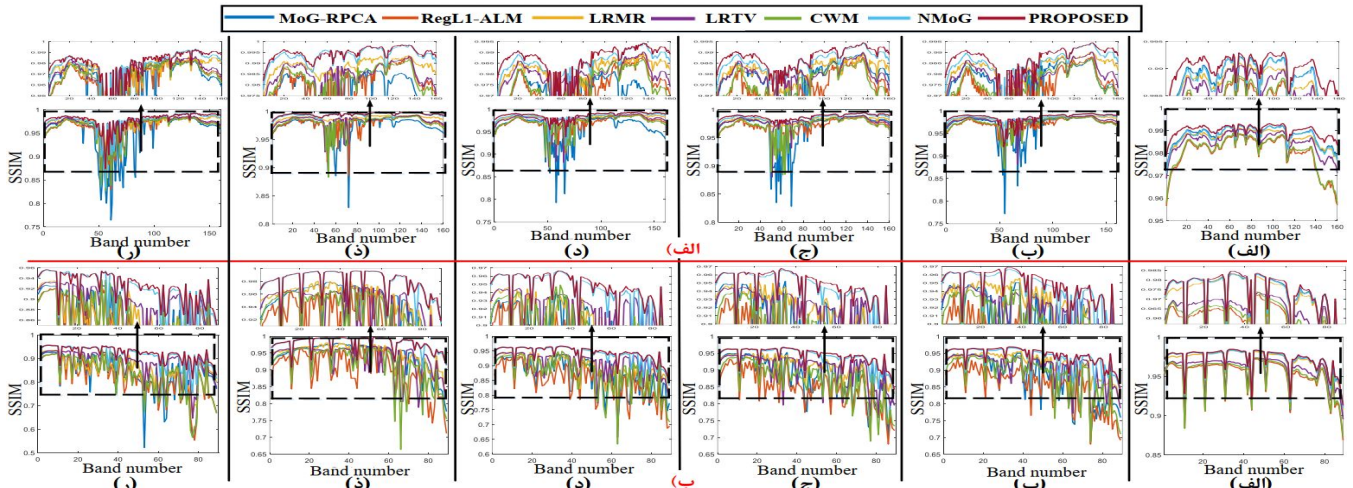
عملکرد به ۰٫۹۱ رسیده است. در شکل ۹ مقایسه عملکرد روش پیشنهادی و ۶ روش دیگر برای معیار FSIM بر روی دو پایگاه داده الف) Washington DCMall و ب) RemoteImage برای ۶ نوع نویز به دست آمد. مشاهده می‌شود برای این نیز معیار نمودار روش پیشنهادی بالاتر از سایر روش‌ها بوده و در

جدول ۳. مقایسه عملکرد روش پیشنهادی LVC-LRMF با ۶ روش دیگر برای ۶ نوع نویز و بر اساس ۶ معیار ارزیابی برای داده REMOTEIMAGE.

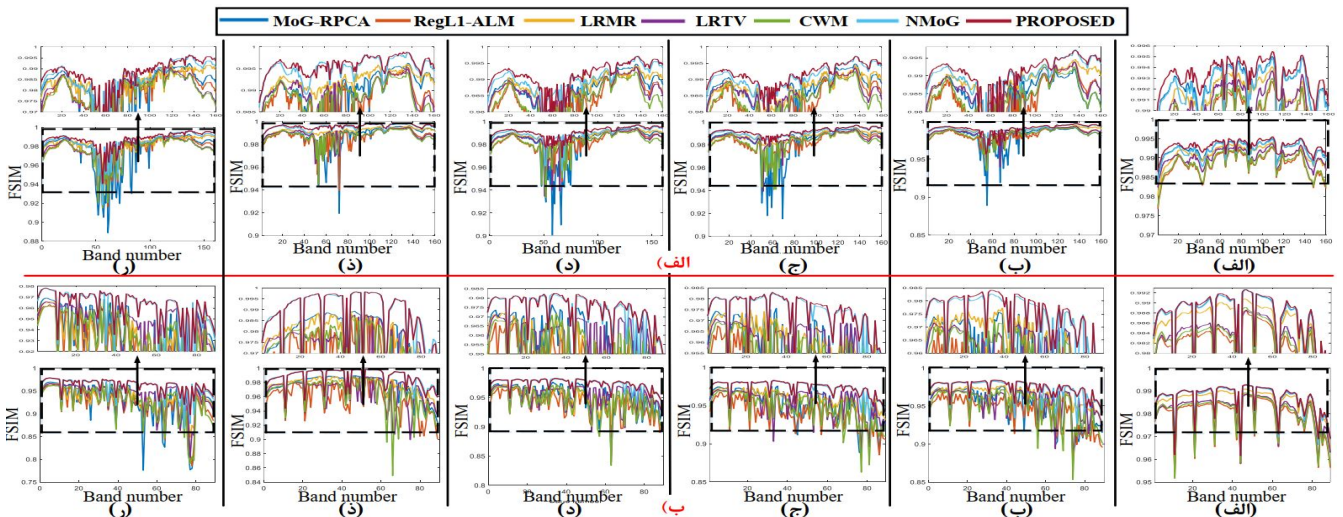
معیارها	HSI نویزی	MoG-RPCA [۳۹]	RegL1-ALM [۴۰]	LRMR [۱۳]	LRTV [۳۸]	CWM [۴۱]	NMoG-LRMF [۱]	روش پیشنهادی
نویز گوسی i.i.d								
MPSNR	۲۶.۲۱۲	۳۷.۲۹۵۳	۳۵.۵۷۹۷	۳۷.۶۰۰۵	۳۶.۲۸۶۶	۳۵.۷۹۷۶	۳۷.۳۴۴۴	۳۷.۷۹۵۴
MSSIM	۰.۶۹۵۴	۰.۹۷۱۱۰	۰.۹۵۱۵۱	۰.۹۶۹۲۰	۰.۹۵۸۷۳	۰.۹۵۳۶۳	۰.۹۷۰۶۵	۰.۹۷۲۰۷
MFSIM	۰.۸۹۰۷۷	۰.۹۸۶۴۰	۰.۹۷۹۶۱	۰.۹۸۴۷۴	۰.۹۸۱۳۲	۰.۹۸۰۴۶	۰.۹۸۶۳۴	۰.۹۸۶۷۲
MERGAS	۷.۷۵۶۹	۲.۱۸۰۲	۲.۶۴۳۱	۲.۰۹۱۵	۲.۴۳۵۳	۲.۵۸۰۵	۲.۱۶۹۵	۲.۰۵۴۹
MRMSE	۰.۴۹۹۹	۰.۱۴۰۲	۰.۱۶۹۸	۰.۱۳۴۳	۰.۱۵۶۵	۰.۱۶۵۸	۰.۱۳۹۵	۰.۱۳۲۰
TIME	-	۷.۹۳۹	۲۰.۳۴۶	۷۰.۰۷۷	۵۰.۲۵۸	۲۲.۶۵۹	۷۴.۱۶۷	۱۰.۵۳۸۷
نویز گوسی غیر i.i.d								
MPSNR	۲۰.۶۷۱۳	۳۱.۴۳۵۴	۳۰.۳۸۳۸	۳۳.۱۱۷۱	۳۲.۲۴۱۱	۳۱.۲۲۶۲	۳۴.۰۰۶۲	۳۴.۴۹۶۷
MSSIM	۰.۴۳۶۳۹	۰.۸۷۸۴۵	۰.۸۴۸۹۶	۰.۹۱۶۸۱	۰.۹۰۴۲۶	۰.۸۸۲۶۲	۰.۹۳۷۰۳	۰.۹۴۴۱۴
MFSIM	۰.۷۷۲۲۴	۰.۹۴۹۲۸	۰.۹۴۱۱۵	۰.۹۶۳۴۴	۰.۹۵۴۹۵	۰.۹۴۹۷۳	۰.۹۷۲۱۱	۰.۹۷۴۵۹
MERGAS	۱۵.۱۳۷۶	۴.۶۰۸۹۲	۵.۰۰۴۹۰	۳.۵۱۸۴۰	۴.۱۲۴۱۹	۴.۶۳۲۹۴	۳.۲۳۰۶۹	۲.۹۹۹۱۶
MRMSE	۰.۹۸۰۱	۰.۲۹۹۱	۰.۳۲۳۹	۰.۲۲۷۲	۰.۲۶۶۶	۰.۳۰۰۰	۰.۲۰۸۷	۰.۱۹۳۵
TIME	-	۲۸.۴۴۰	۲۰.۱۷۸	۶۷.۹۹۸	۴۷.۱۳۲	۲۲.۴۰۲	۷۲.۳۲۸	۹۳.۸۵۴
ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d و نویز استریپ								
MPSNR	۲۰.۴۰۶۹	۳۰.۸۰۳۰	۳۰.۲۴۳۴	۳۲.۳۹۶۳	۳۱.۹۹۱۵	۳۰.۹۵۰۸	۳۳.۸۹۷۰	۳۴.۱۸۰۳
MSSIM	۰.۴۳۰۳۷	۰.۸۸۲۵۰	۰.۸۴۶۶۳	۰.۹۱۰۸۳	۰.۹۰۱۶۱	۰.۸۷۰۶۸	۰.۹۳۸۵۲	۰.۹۴۳۷۵
MFSIM	۰.۷۶۵۸۱	۰.۹۵۰۱۰	۰.۹۳۹۶۸	۰.۹۵۹۱۱	۰.۹۵۳۱۷	۰.۹۴۶۳۵	۰.۹۷۲۳۱	۰.۹۷۳۷۳
MERGAS	۱۵.۴۷۸۷	۴.۹۰۶۳۹	۵.۰۶۰۹۲	۳.۸۴۲۲۴	۴.۲۴۰۴۰	۴.۷۵۰۸۴	۳.۲۳۳۵۱	۳.۰۸۰۷۰
MRMSE	۰.۱۰۰۱۹	۰.۳۱۷۹	۰.۳۲۷۳	۰.۲۴۸۲	۰.۲۷۴۱	۰.۳۰۷۷	۰.۲۰۸۱	۰.۱۹۸۶
TIME	-	۹۰.۷۳۹	۲۰.۴۶۸	۶۸.۷۰۶	۴۸.۴۵۱	۲۲.۵۴۰	۹۱.۴۵۰	۱۱۴.۰۱۹
ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d و نویز ددلاین								
MPSNR	۱۹.۴۰۱۱	۲۴.۰۱۷۹	۳۰.۱۳۱۹	۳۱.۹۲۰	۳۱.۸۵۰۰	۳۰.۶۳۲۵	۳۳.۵۴۴۵	۳۳.۸۰۶۰
MSSIM	۰.۴۰۴۰۵	۰.۸۶۷۶۰	۰.۸۴۶۶۰	۰.۸۹۶۳۴	۰.۹۰۳۰۹	۰.۸۷۲۸۸	۰.۹۳۸۴۳	۰.۹۴۳۶۷
MFSIM	۰.۷۴۵۹۰	۰.۹۴۸۹۷	۰.۹۳۹۴۰	۰.۹۵۰۹۳	۰.۹۵۲۷۶	۰.۹۴۴۶۶	۰.۹۷۲۷۱	۰.۹۷۳۸۹
MERGAS	۱۷.۶۷۳۴	۱۰.۴۲۴۶	۵.۱۸۳۵۲	۴.۵۶۴۰۵	۴.۴۳۰۶۴	۵.۰۷۹۱۰	۳.۳۸۹۱۴	۳.۲۹۶۱۳
MRMSE	۰.۱۱۴۵۱	۰.۶۷۳۲	۰.۳۳۵۵	۰.۲۹۵۶	۰.۲۸۶۴	۰.۲۸۶۴	۰.۳۳۹۱	۰.۲۱۸۹
TIME	-	۲۷۹.۰۲۸	۲۰.۳۷۷	۶۹.۸۱۱	۴۹.۴۰۸	۲۲.۵۷۴	۹۲.۱۸۵	۱۱۵.۸۰۷
ترکیب نویز گوسی غیر i.i.d و نویز ضربه								
MPSNR	۱۹.۱۱۸۳	۳۱.۹۴۹۱	۳۲.۹۶۲۷	۳۵.۵۵۳۲	۳۳.۸۲۵۰	۳۳.۴۸۹۱	۳۹.۴۰۰۸	۳۹.۶۵۸۹
MSSIM	۰.۳۷۰۶۶	۰.۹۳۸۱۳	۰.۸۹۹۳۴	۰.۹۴۶۹۳	۰.۹۳۱۴۸	۰.۹۱۷۴۶	۰.۹۷۷۷۵	۰.۹۷۹۴۹
MFSIM	۰.۳۳۵۴۴	۰.۹۷۲۹۲	۰.۹۵۸۱۸	۰.۹۷۵۳۰	۰.۹۶۵۵۸	۰.۹۶۴۱۷	۰.۹۸۷۴۶	۰.۹۸۷۲۷
MERGAS	۱۸.۲۲۵۵	۴.۲۱۷۷۵	۳.۹۸۸۵۳	۲.۷۴۴۲۰	۳.۵۹۹۹۴	۳.۶۷۵۳۱	۱.۹۷۳۰۴	۱.۹۱۵۷۵
MRMSE	۰.۱۱۸۰۷	۰.۲۷۱۴	۰.۲۵۷۰	۰.۱۷۶۶	۰.۲۳۲۳	۰.۲۳۷۵	۰.۱۲۶۰	۰.۱۲۲۱
TIME	-	۱۰۴.۸۱۱	۲۰.۳۷۰	۶۹.۶۰۴	۴۹.۲۱۲	۲۲.۶۳۸	۹۱.۵۷۶	۱۱۲.۰۲۱
نویز ترکیبی								
MPSNR	۱۷.۵۶۴۲	۲۴.۴۰۵۷	۲۸.۶۵۵۸	۲۹.۵۴۱۷	۲۹.۷۶۷۱	۲۸.۶۲۰۹	۳۱.۱۱۶۲	۳۱.۵۶۰۳
MSSIM	۰.۳۲۰۶۴	۰.۸۳۰۳۳	۰.۸۱۶۴۲	۰.۸۵۲۱۸	۰.۸۷۵۹۹	۰.۸۳۱۸۹	۰.۹۱۳۱۵	۰.۹۲۲۵۹
MFSIM	۰.۶۸۸۳۲	۰.۹۲۴۰۷	۰.۹۲۲۸۰	۰.۹۳۱۵۷	۰.۹۳۷۵۷	۰.۹۲۵۲۴	۰.۹۵۸۷۶	۰.۹۶۲۴۲
MERGAS	۲۲.۵۴۲۰	۱۰.۸۹۰۶	۶.۶۰۴۱۷	۵.۸۴۰۵۴	۵.۹۴۱۳۴	۶.۷۲۵۵۱	۴.۸۷۲۹۳	۴.۴۹۹۴۴
MRMSE	۰.۱۴۶۳۲	۰.۷۰۶۶۶	۰.۴۲۹۳	۰.۳۷۸۹	۰.۳۸۶۵	۰.۴۳۷۹	۰.۳۱۶۴	۰.۲۹۱۶
TIME	-	۲۶۹.۲۷۳	۲۰.۱۶۵	۶۹.۱۵۴	۴۹.۳۳۱	۲۲.۶۰۸	۹۲.۲۴۴	۱۱۱.۳۵۹

معنای عملکرد بهتر روش حذف نویز است. همان طور که در شکل ۱۰- الف- الف تا ۱۰- الف- و برای داده Washington DCMall دیده می‌شود، بعد از نمودار روش پیشنهادی، نمودار آبی مربوط به NMoG-LRMF در پایین‌ترین موقعیت نسبت به ۵ روش دیگر قرار گرفته است. برای RemoteImage روش NMoG-LRMF به جز برای نویز ترکیب

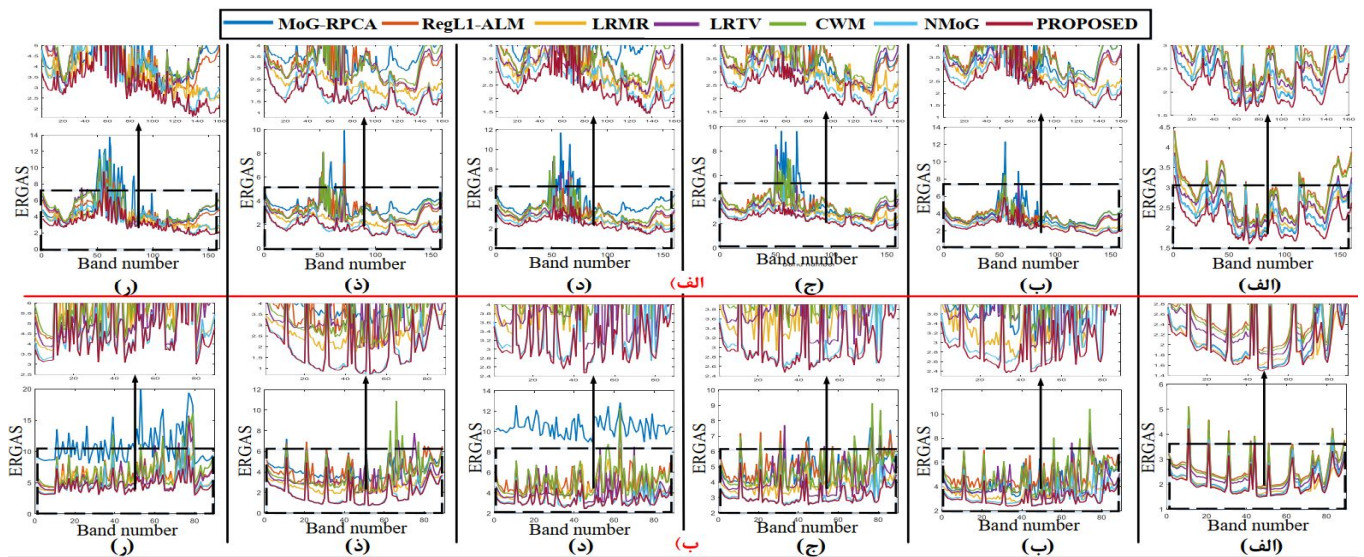
LRMF و روش پیشنهادی LVC-LRMF در شکل ۱۰ نمایش داده شده است. برای نمایش بهتر نتایج بخشی از نمودارهای بزرگ‌نمایی شده است. بر مبنای این شکل، نمودار قهوه‌ای مربوط به مقدار ERGAS روش پیشنهادی زیر سایر نمودارها قرار گرفته و این به معنای عملکرد بهتر این روش بر روی هر دو داده است؛ چرا که مقدار کمتر ERGAS به



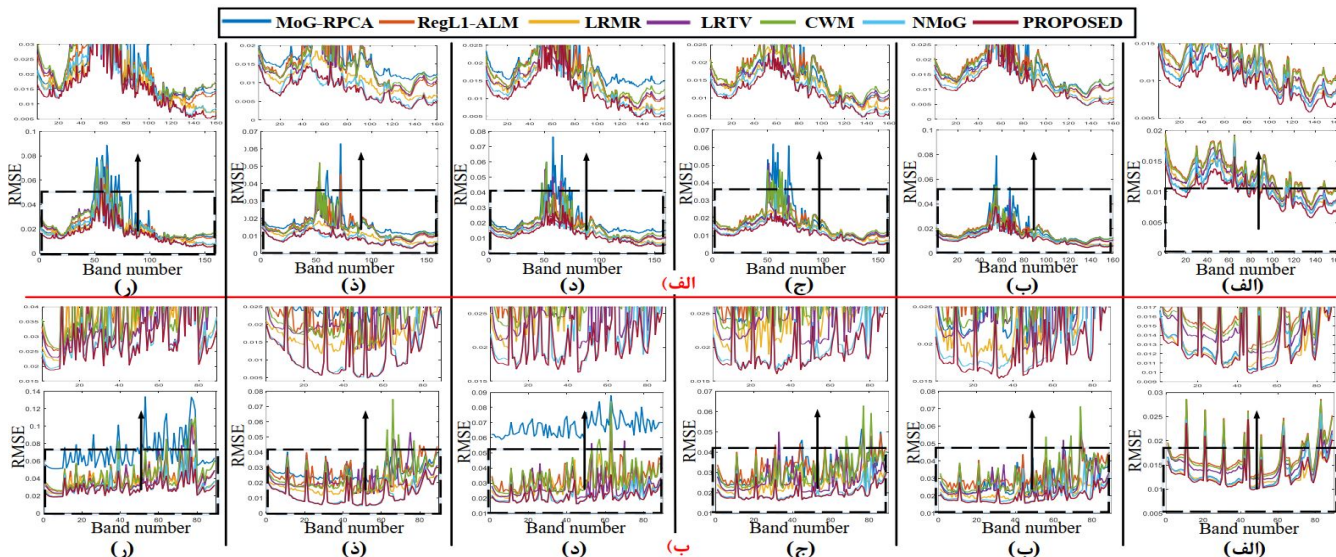
شکل ۸: نتایج بازیابی برای داده (الف) Washington DCMall و (ب) RemotImage با معیار SSIM، (الف) نویز گوسی i.i.d.، (ب) نویز گوسی غیر i.i.d.، (ج) نویز استرایپ اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (د) ددلاین اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (ه) نویز ضربه اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d. و (و) نویز ترکیبی، برای روش های MoG-RPCA، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF، روش پیشنهادی LVC-LRMF (برای نمایش بهتر بخشی از نمودارها بزرگ نمایی شده است).



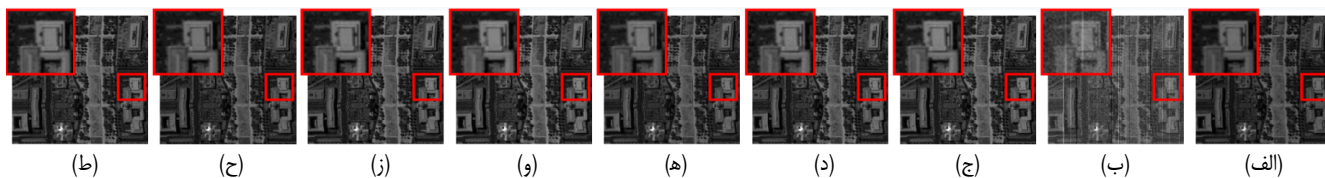
شکل ۹: مقایسه نتایج بازیابی بر روی مجموعه داده (الف) Washington DCMall و (ب) RemotImage با معیار FSIM بر روی (الف) نویز گوسی i.i.d.، (ب) نویز گوسی غیر i.i.d.، (ج) نویز استرایپ اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (د) ددلاین اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (ه) نویز ضربه اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d. و (و) نویز ترکیبی، برای روش های MoG-RPCA، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF، روش پیشنهادی LVC-LRMF.



شکل ۱۰: نتایج بازیابی بر روی مجموعه داده (الف) Washington DCMall و (ب) RemotImage، با معیار ERGAS، برای (الف) نویز گوسی i.i.d.، (ب) نویز گوسی غیر i.i.d.، (ج) نویز استرایپ اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (د) ددلاین اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (ه) نویز ضربه اضافه شده به نویز گوسی غیر i.i.d. و (و) نویز ترکیبی، برای روش های MoG-RPCA، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF، روش پیشنهادی LVC-LRMF.



شکل ۱۱: نتایج بازیابی داده، (الف) Washington DCMall و (ب) RemoteImage، با معیار RMSE، (الف) نویز گوسی i.i.d.، (ب) نویز گوسی غیر i.i.d.، (ج) نویز استریپ اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (د) ددلاین اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، (ه) نویز ضربه اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d. و (و) نویز ترکیبی، برای روش‌های MoG-RPCA، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF و روش پیشنهادی LVC-LRMF.



شکل ۱۲: نتایج بازیابی باند ۱۱۰ از Washington DCMall برای نویز ترکیبی، (الف) داده بدون نویز اولیه، (ب) داده نویزی، (ج) MoG-RPCA، (د) RegL1-ALM، (ه) LRM، (و) LRTV، (ز) CWM، (ح) NMoG-LRMF و (ط) روش پیشنهادی LVC-LRMF.

ددلاین و نویز گوسی غیر i.i.d. (شکل ۱۰-ب-د) و نویز ترکیبی (شکل ۱۰-ب-و) بعد از روش پیشنهادی عملکرد مناسبی نسبت به سایر روش‌ها دارد.

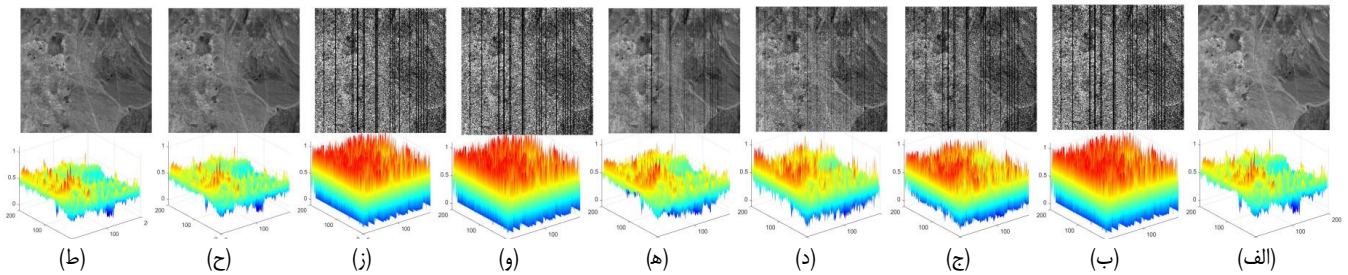
نتایج بازیابی بر روی مجموعه داده الف) Washington DCMall و ب) RemoteImage، با معیار RMSE برای ۶ نوع نویز، برای روش‌های MoG-RPCA، RegL1-ALM، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF و روش پیشنهادی LVC-LRMF در شکل ۱۱ آورده شده است. در این شکل مطابق قبل برای نمایش بهتر نتایج بخشی از نمودارهای بزرگ‌نمایی شده است. بر اساس این نتایج روش پیشنهادی RMSE کمتری و در نتیجه عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌ها بر روی هر دو داده الف) Washington DCMall و ب) RemoteImage دارد. مطابق نتایج آورده‌شده در جداول ۱ و ۲ و همچنین شکل‌های ۶ تا ۱۱، مقاومت روش پیشنهادی و روش‌های رقیب در مقابل تغییر آمارگان نویز برای کاهش شش نوع نویز (نویز گوسی i.i.d.، نویز گوسی غیر i.i.d.، نویز استریپ اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، نویز ضربه اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d. و نویز ترکیبی) بررسی شد. مطابق این نتایج، روش پیشنهادی در کاهش اثر شش نوع نویز در مقایسه با سایر روش‌های رقیب، عملکرد قابل قبول‌تری دارد. این در حالی است که برای مثال مطابق جدول ۲، روش LRTV در کاهش اثر نویز گوسی i.i.d. عملکرد قابل قبولی داشته اما در مقابل سایر نویزها عملکرد آن تنزل یافته است. به عبارتی دیگر، روش پیشنهادی در مقابل تغییرات آمارگان نویز مقاوم بوده و در کاهش اثر آنها مؤثر است.

در این مشاهده می‌شود که روش‌های MoG-RPCA، RegL1-ALM، LRM، LRTV و LRM ضعیف عمل کرده و نسبت به نسخه بدون نویز تصویر در حذف نویز چندان موفق نبوده‌اند. در نتایج این چهار روش نویزهای استریپ و ددلاین هنوز به چشم می‌خورد و در برخی نواحی تصویر، جزئیات از بین رفته است. در مقایسه با این ۴ روش، CWM و NMoG-LRMF عملکرد بهتری داشتند، در حالی که روش پیشنهادی LVC-LRMF عملکردی بهتری نسبت به این ۶ روش داشته و همچنین ساختارهای اصلی داده اولیه را بازیابی کرده است.

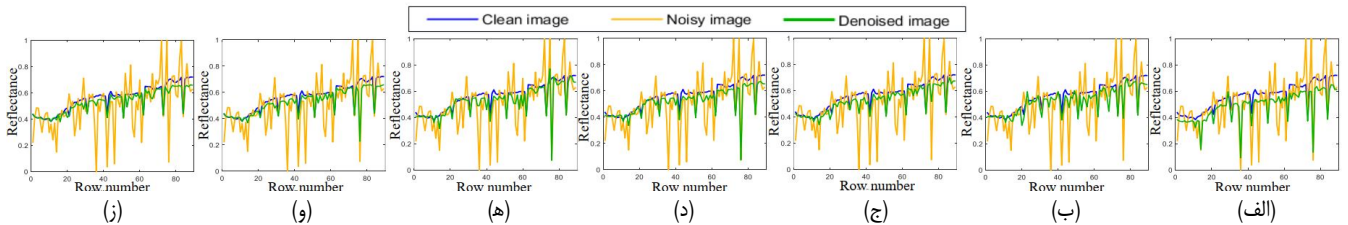
یک راه برای مقایسه بهتر کارایی روش‌ها و ارزیابی جزئیات دیداری تصاویر خروجی، نمایش ۳ بعدی از مقادیر پیکسل‌های هر باند است. همان طور که در شکل ۱۳ می‌بینید، نمایش ۳ بعدی برای باند ۵۳ از داده RemoteImage برای نویز ترکیبی به دست آمده است. در این آزمایش، داده ابتدا با نویز ترکیبی تخریب شده، سپس هر یک از ۶ روش حذف نویز بر روی آن اعمال شده است. این نتایج به همراه تصویر شفاف اولیه و تصویر نویزی شده در ۹ تصویر جمع‌آوری شد. طیف رنگی نمایش داده شده در تصویر خروجی هر یک از روش‌ها، نمایش‌دهنده مقدار پیکسل‌ها است. با مقایسه طیف رنگی تصویر شفاف اولیه و نویزی در شکل‌های ۱۳-الف و ۱۳-ب تأثیر نویز بر روی مقدار پیکسل‌های تصویر و اعوجاجات واردشده بر آن دیده می‌شود. به عنوان نمونه دیده می‌شود در شکل ۱۳-و و ۱۳-ز به ترتیب مربوط به روش‌های LRTV و CWM اثر نویز به طور کامل حذف نشده و آثار اعوجاجات موجود در ۱۳-ب همچنان در طیف رنگی وجود دارد. بعد از آن نتیجه مربوط به روش MoG-RPCA در شکل ۱۳-ج و RegL1-ALM در ۱۳-د همچنان دارای اعوجاجات است. از میان نتایج باند ۵۳ داده RemoteImage با توجه به شکل ۱۳-ط، طیف رنگی مربوط به تصویر خروجی روش

نتایج بازیابی بر روی مجموعه داده الف) Washington DCMall و ب) RemoteImage، با معیار RMSE برای ۶ نوع نویز، برای روش‌های MoG-RPCA، RegL1-ALM، LRM، LRTV، CWM، NMoG-LRMF و روش پیشنهادی LVC-LRMF در شکل ۱۱ آورده شده است. در این شکل مطابق قبل برای نمایش بهتر نتایج بخشی از نمودارهای بزرگ‌نمایی شده است. بر اساس این نتایج روش پیشنهادی RMSE کمتری و در نتیجه عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌ها بر روی هر دو داده الف) Washington DCMall و ب) RemoteImage دارد. مطابق نتایج آورده‌شده در جداول ۱ و ۲ و همچنین شکل‌های ۶ تا ۱۱، مقاومت روش پیشنهادی و روش‌های رقیب در مقابل تغییر آمارگان نویز برای کاهش شش نوع نویز (نویز گوسی i.i.d.، نویز گوسی غیر i.i.d.، نویز استریپ اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d.، نویز ضربه اضافه‌شده به نویز گوسی غیر i.i.d. و نویز ترکیبی) بررسی شد. مطابق این نتایج، روش پیشنهادی در کاهش اثر شش نوع نویز در مقایسه با سایر روش‌های رقیب، عملکرد قابل قبول‌تری دارد. این در حالی است که برای مثال مطابق جدول ۲، روش LRTV در کاهش اثر نویز گوسی i.i.d. عملکرد قابل قبولی داشته اما در مقابل سایر نویزها عملکرد آن تنزل یافته است. به عبارتی دیگر، روش پیشنهادی در مقابل تغییرات آمارگان نویز مقاوم بوده و در کاهش اثر آنها مؤثر است.

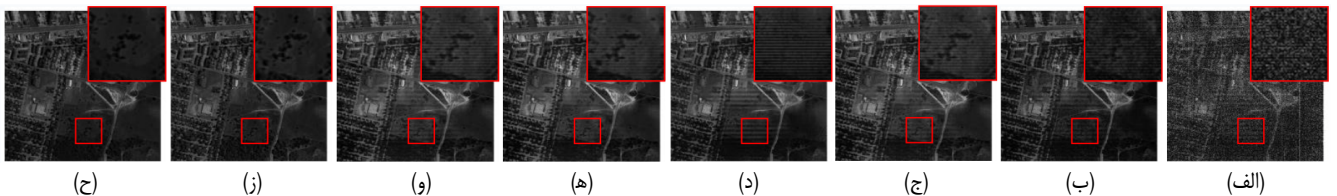
در شکل ۱۲، نتایج بازیابی روش‌های مختلف برای باند ۱۱۰ از داده Washington DCMall نمایش داده شده است. در این آزمایش نویز وارد بر داده ترکیبی از نویزهای گوسی غیر i.i.d.، ضربه‌ای، استریپ و



شکل ۱۳: مقایسه نتایج بازبازی با استفاده از تصاویر سیاه-سفید و نمایش سه بعدی بر روی باند ۵۳ از RemoteImage، برای نویز ترکیبی برای (الف) داده بدون نویز اولیه، (ب) داده نویزی، (ج) MoG-RPCA، (د) RegL1-ALM، (ه) LRMR، (و) LRTV، (ز) CWM، (ح) NMOG-LRMF و (ط) روش پیشنهادی LVC-LRMF.



شکل ۱۴: مقایسه نتایج بازبازی با استفاده از مشخصه یا پروفایل طیفی پیکسل قرار گرفته در موقعیت 100×100 از RemoteImage، برای نویز ترکیبی در هر تصویر سه نمودار نمایش داده شده برای حالت بدون نویز، نویزی و برای خروجی روش‌های (الف) MoG-RPCA، (ب) RegL1-ALM، (ج) LRMR، (د) LRTV، (ه) CWM، (و) NMOG-LRMF و (ز) روش پیشنهادی LVC-LRMF.



شکل ۱۵: مقایسه نتایج بازبازی برای باند ۲۰۷ از Urban، برای حالت‌های (الف) داده نویزی اولیه، (ب) MoG-RPCA، (ج) RegL1-ALM، (د) LRMR، (ه) LRTV، (و) CWM، (ز) NMOG-LRMF و (ح) روش پیشنهادی LVC-LRMF.

دیداری می‌توان گفت که روش‌های MoG-RPCA و LRMR در بازبازی جزئیات تصویر موفق عمل نکرده و بسیاری از جزئیات از دست رفته است. روش‌های RegL1-ALM، LRTV و CWM تنها بخش ناچیزی از نویز را حذف کرده و جزئیات صحنه مات و صاف شده است. برای نمایش بهتر عملکرد روش‌های بررسی شده بر روی داده واقعی، مجموعه داده واقعی بعدی IndianPines است که از سنجنده‌های NASA AVIRIS در سال ۱۹۹۲ گرفته شده است. این داده از سایت آزمایشی Indian Pines در شمال غربی ایندیانا گرفته شده است. این نتایج در شکل ۱۶ برای باند ۱۱۰ آورده شده است. برای نمایش بهتر بخشی از تصویر بزرگ‌نمایی شده است. با توجه به این نتایج، CWM و RegL1-ALM نسبت به سایر روش‌ها عملکرد ضعیف‌تری دارند. LRMR و LRTV نسبتاً نتایج بهتری استخراج کرده‌اند. دیده می‌شود که عملکرد LVC-LRMF نسبت به سایر روش‌های بررسی شده بهتر بوده و در بازبازی پیکسل‌های تخریب شده موفق عمل کرده است.

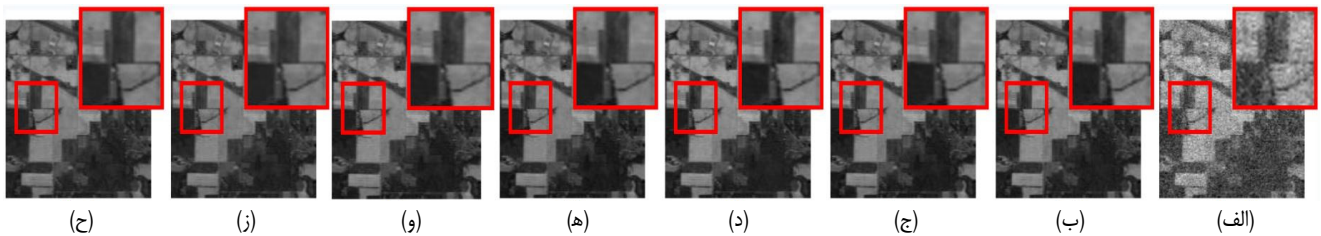
در شکل ۱۷-الف و ۱۷-ب به ترتیب میانگین مشخصه‌های افقی^۲ و عمودی^۳ برای باند ۱۱۰ از Urban و ۲۲۰ از IndianPines قبل از حذف نویز در شکل الف و بعد از حذف نویز با روش‌های مختلف در شکل‌های ۱۷-ب تا ۱۷-ح محاسبه شد. مطابق شکل ۱۷-الف میانگین مشخصه افقی هر باند، برابر با مقدار میانگین پیکسل‌های موجود در هر سطر از تصویر آن باند است که محور افقی نمودار نمایش‌دهنده شماره سطر و

پیشنهادی ۱۳ دارای بیشترین شباهت به طیف رنگی تصویر شفاف اولیه در تصویر نمایش داده شده در ۱۳-الف است. با توجه به تصویر باند نیز دیده می‌شود تصویر بازبازی شده تصویری شفاف بدون حضور خطوط ددلاین، استرایپ و نویزهای ضربه‌ای است و جزئیات تصویر بهتر بازبازی شده است. این در حالی است که در سایر شکل‌های خطوط سیاه و اثر سایر نویزها کاملاً مشهود است.

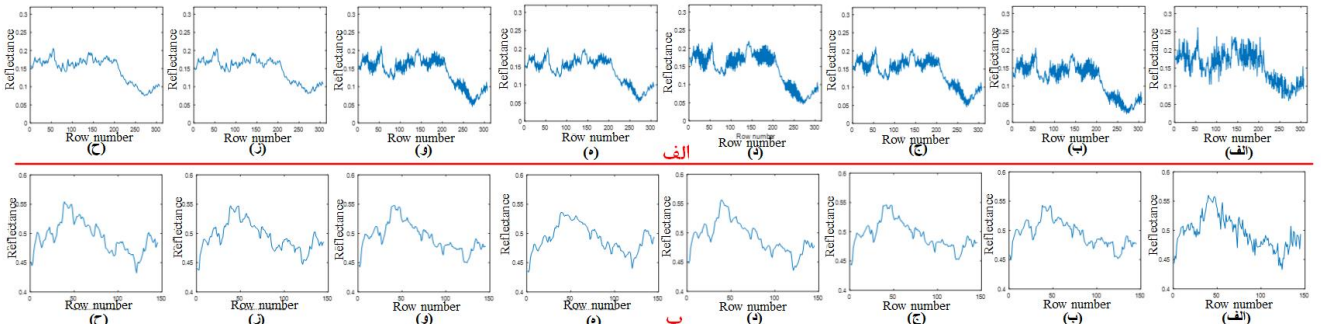
سیگنال HSI رفتار تقریباً پیوسته‌ای در هر پیکسل از خود نشان می‌دهد. برای مقایسه بهتر عملکرد روش‌ها در بازبازی مقدار هر پیکسل در باندهای طیفی (مشخصه طیفی هر پیکسل)، می‌توان پروفایل طیفی هر پیکسل^۱ را بررسی نمود. برای این منظور، پیکسل 100×100 از RemoteImage برای داده بدون نویز (منحنی آبی)، نویزی (منحنی زرد) و نسخه‌های مختلف به دست آمده از خروجی روش‌های حذف نویز (منحنی‌های سبز)، در شکل ۱۴ نمایش داده شده است. در این نمودارها محور افق شماره باند طیفی و محور عمود مقدار پیکسل در هر باند را نمایش می‌دهد. به عنوان نمونه خروجی روش LRTV در شکل ۱۴-د دیده می‌شود که در باند ۷۷ نمودار سبز از نمودار آبی فاصله گرفته و عملکرد روش نامناسب است. در شکل ۱۴-ز دیده می‌شود که نمودار سبز رفتاری نزدیک به نمودار آبی دارد و اعوجاجات نمودار زرد را حذف می‌کند، مقادیر طیفی استخراج شده برای این پیکسل با استفاده از روش پیشنهادی LVC-LRMF به حالت بدون نویز بسیار نزدیک است. در شکل ۱۵، باند ۲۰۷ از مجموعه داده واقعی Urban با نویز واقعی و نتایج حذف نویز روش‌ها نمایش داده شده است. همان طور که دیده می‌شود با تفسیر

2. Horizontal Mean Profile
3. Vertical Mean Profile

1. Spectral Profile of Pixels



شکل ۱۶: مقایسه نتایج بازیابی برای باند ۱۱۰ از IndianPines، برای حالت‌های (الف) داده نویزی اولیه، (ب) MoG-RPCA، (ج) RegL1-ALM، (د) LRMRF، (ه) LRTV، (و) CWM، (ز) NMoG-LRMF و (ح) روش پیشنهادی LVC-LRMF.



شکل ۱۷: مقایسه نتایج بازیابی، (الف) مشخصه افقی (horizontal profile) برای باند ۲۰۷ از Urban و (ب) مشخصه عمودی (vertical profile) برای باند ۲۲۰ از IndianPines برای (الف) حالت نویزی و نتایج به دست آمده از روش‌های (ب) MoG-RPCA، (ج) RegL1-ALM، (د) LRMRF، (ه) LRTV، (و) CWM، (ز) NMoG-LRMF و (ح) روش پیشنهادی LVC-LRMF.

ارائه شده نسبت به سایر روش‌ها در حذف انواع نویز عملکرد مناسب‌تری داشته و مقاومت بیشتری در کاهش اثر آنها دارد.

پیوست

در روش پیشنهادی از تئوری تخمینگر بیز [۴۴] برای تخمین متغیرها و پارامترهای مدل (که با مجموعه $\Theta = \{U, V, Z, \mu, \sigma, \rho, \Omega, h, \gamma, d\}$ نمایش داده می‌شود) به صورت زیر استفاده شده است

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}_{Bayes} &= \arg \min_{\Theta} R(\hat{\Theta}, \Theta) = \arg \min_{\Theta} E\{L(\hat{\Theta}, \Theta)\} \\ &= \arg \min_{\Theta} \left\{ \int \int L(\hat{\theta}, \theta) f_{Y|\Theta}(y, \theta) dy d\theta \right\} \quad (۱-پ) \\ &= \arg \min_{\Theta} \left\{ \int L(\hat{\theta}, \theta) \underbrace{f_{Y|\Theta}(y|\theta)}_{\text{likelihood}} \underbrace{f_{\Theta}(\theta)}_{\text{prior pro.}} d\theta \right\} \end{aligned}$$

که در آن R ریسک بیزین^۲، $E\{\cdot\}$ امید ریاضی^۳، L تابع ضرر^۴، f_{Θ} تابع چگالی احتمال و $f_{Y|\Theta}$ و f_{Θ} به ترتیب تابع درست‌نمایی^۵ و تابع احتمال پیشین^۶ هستند. در این رابطه، از تابع ضرر دلتا به صورت $L(\hat{\theta}, \theta) = \delta(\hat{\theta} - \theta)$ استفاده شده که تخمینگر MAP^۷ به صورت زیر به دست می‌آید

$$\hat{\Theta}_{MAP} = \arg \max_{\Theta} \{f_{\Theta|Y}(\theta|y)\} \quad (۲-پ)$$

از روش استنتاج بیزین تغییراتی برای تقریب $f_{\Theta|Y}(\theta|y)$ به $f_{\Theta}(\theta)$ (یعنی $f_{\Theta|Y}(\theta|y) \sim f_{\Theta}(\theta)$) استفاده شده که روابط آن به صورت زیر به دست می‌آید

محور عمودی مقدار میانگین پیکسل‌های (DN) روی هر سطر را نشان می‌دهد. به دلیل وجود نویزهای ترکیبی، نوسانات شدیدی در نمودارهای میانگین مشخصه افقی دیده می‌شود. می‌توان عملکرد روش‌ها با توجه به میزان صافی این نمودار را ارزیابی کرد. بنابراین MoG-RPCA و LRMRF در میان سایر روش‌ها نتایج بدتری داشته و LRTV و CWM به عملکرد بهتری دست پیدا می‌کنند. مطابق این شکل NMoG-LRMF و LVC-LRMF به نتایج بهتر و تقریباً مشابهی رسیده‌اند. در شکل ۱۷-ب میانگین مشخصه عمودی بررسی شد که با محاسبه میانگین هر ستون از پیکسل‌های تصویر یک باند به دست می‌آید. در این نمودارها، محور عمودی میانگین DN برای هر ستون و محور افق شماره ستون از باند مورد بررسی را نمایش می‌دهند. این شکل نیز عملکرد بهتر روش پیشنهادی LVC-LRMF را نشان می‌دهد.

۵- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، مدل احتمالاتی مبتنی بر تجزیه ماتریس رتبه‌پایین طراحی و روش استنتاج بیزین تغییراتی برای حل آن پیشنهاد شد. سپس از مفهوم متغیر پنهان به عنوان یک ساختار فرضی برای استفاده از تأثیرپذیری بافت‌های مختلف تصویر در مقابل انواع نویز استفاده شد. به علاوه، یک مدل اندازه‌گیری مبتنی بر خوشه‌بندی برای استخراج مقادیر آنها معرفی و بر اساس ارتباط هر یک با هر پیکسل از تصویر، مقداری به این متغیر پنهان اختصاص داده شد. به این ترتیب، روش پیشنهادی برای حذف انواع نویز مقاوم گردید. در آزمایش‌های انجام شده برای استخراج متغیر پنهان ۵ روش خوشه‌بندی ارزیابی شد. آزمایش‌ها روی ۴ داده HSI برای ۶ معیار ارزیابی و ۶ نوع نویز در سناریوهای مختلف انجام گرفت. مقایسه عملکرد روش پیشنهادی با ۶ روش حذف نویز جدید مبتنی بر تجزیه ماتریس رتبه‌پایین که در نتایج آورده شد، نشان داد که روش

2. Bayesian Risk Function
3. Expectation Function
4. Loss Function
5. Likelihood Function
6. Prior Probability
7. Maximum a Posteriori Estimation

$f_{\Theta}(\theta)$ قابل تجزیه به دسته‌های مجزا روی مجموعه $F_{\Theta}(\theta)$ به صورت زیر است

$$\hat{\Theta}_{MAP} \sim \arg \max_{\Theta} \{f_{\Theta}(\theta)\} = \arg \max_{\Theta} \left\{ \prod_i f_{\Theta}(\theta_i) \right\} \quad (\text{پ-۷})$$

که $f_{\Theta}^*(\theta_j)$ جواب بهینه این مسأله بهینه‌سازی است که فرم بسته آن به صورت زیر به دست می‌آید [۱]

$$f_{\Theta}^*(\theta_j) = \frac{\exp\{E_{i \neq j}[\ln f_{\Theta,Y}(\theta, y)]\}}{\sum_{\theta_j} \exp\{E_{i \neq j}[\ln f_{\Theta,Y}(\theta, y)]\}} \quad (\text{پ-۸})$$

در روش پیشنهادی متغیر پنهان c^t متناظر با خوشه C^t ، در بلوک (د) از شکل ۱ استخراج و در روابط استفاده شد. با استفاده از متغیر پنهان c^t ، $f_{\Theta}(\theta)$ در (پ-۷) به صورت زیر است

$$f_{\Theta}(\theta) = \sum_{t=1}^T f_{\Theta|C}(\theta|c^t) f_C(c^t) = \sum_{t=1}^T \left\{ \prod_i f_{\Theta|C}(\theta_i|c^t) f_C(c^t) \right\} \quad (\text{پ-۹})$$

که در رابطه اخیر $t \in [1, T]$ عددی صحیح می‌باشد و تعداد متغیر پنهان c^t را تعیین می‌کند. تابع احتمال عضویت پیکسل $Y_{\nu(i,j)} \in \mathbb{R}^{MN \times B}$ در خوشه C^t است که در حالت باینری به صورت

$$f_C(c^t) = \begin{cases} 1, & Y_{\nu(i,j)} \in C^t \\ 0, & Y_{\nu(i,j)} \notin C^t \end{cases} \quad \sum_t f_C(c^t) = 1$$

تعریف می‌شود. با استفاده از استنتاج بیزین تغییراتی، (پ-۹) برای همه متغیرهای تصادفی پنهان و پارامترهای تعریف شده در مدل LRMF به فرم زیر است

$$f_{\Theta}(\theta) = f_{U,V,Z,\mu,\sigma,\rho,\Omega,h,\gamma,d} = \sum_{t=1}^T f_{U,V,Z,M,\Sigma,P,\Omega,H,\Gamma,D|C}(U^t, V^t, Z^t, \mu^t, \sigma^t, \rho^t, \Omega^t, h^t, \gamma^t, d^t | c^t) f_C(c^t) = \sum_{t=1}^T \left\{ \prod_i f_U(u_i^t) \prod_j f_V(v_j^t) \times \prod_{ij} f_Z(z_{ij}^t) \prod_j f_{M,\Sigma}(\mu_j^t, \sigma_j^t) f_P(\rho_j^t) f_{\Omega,H}(\Omega_j^t, h_j^t) \times \prod_l f_T(\gamma_l^t) f_D(d^t) \right\} f_C(c^t) \quad (\text{پ-۱۰})$$

- [8] R. Yan, L. Shao, and Y. Liu, "Nonlocal hierarchical dictionary learning using wavelets for image denoising," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 22, no. 12, pp. 4689-4698, Dec. 2013.
- [9] Q. Wang, L. Zhang, Q. Tong, and F. Zhang, "Hyperspectral imagery denoising based on oblique subspace projection," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.*, vol. 7, no. 6, pp. 2468-2480, Jun. 2014.
- [10] C. I. Chang and Q. Du, "Interference and noise-adjusted principal components analysis," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 37, no. 5, pp. 2387-2396, Sept. 1999.
- [11] G. Chen and S. Qian, "Denoising of hyperspectral imagery using principal component analysis and wavelet shrinkage," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 49, no. 3, pp. 973-980, Mar. 2011.
- [12] F. Bollenbeck, A. Backhaus, and U. Seiffert, "A multivariate wavelet PCA denoising-filter for hyperspectral images," in *Proc. 3rd Workshop Hyperspectral Image Signal Process. Evol. Remote Sens. WHISPERS'11*, 4 pp., Lisbon, Portugal, 6-9 Jun. 2011.
- [13] H. Zhang, W. He, L. Zhang, H. Shen, and Q. Yuan, "Hyperspectral image restoration using low-rank matrix recovery," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 52, no. 8, pp. 4729-4743, Aug. 2014.
- [14] G. Chen and S. E. Qian, "Simultaneous dimensionality reduction and denoising of hyperspectral imagery using bivariate wavelet shrinking and principal component analysis," *Can. J. Remote Sens.*, vol. 34, no. 5, pp. 447-454, 2008.
- [15] Q. Yuan, L. Zhang, and H. Shen, "Hyperspectral image denoising employing a spectral-spatial adaptive total variation model," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 50, no. 10, pp. 3660-3677, Oct. 2012.

$$f_{\Theta}(\theta) = \frac{f_{\Theta,Y}(\theta, y) f_{\Theta}(\theta)}{f_{\Theta|Y}(\theta|y) f_{\Theta}(\theta)} \xrightarrow{\ln} \ln f_{\Theta}(\theta) = \ln \left\{ \frac{f_{\Theta,Y}(\theta, y)}{f_{\Theta}(\theta)} \right\} - \ln \left\{ \frac{f_{\Theta|Y}(\theta|y)}{f_{\Theta}(\theta)} \right\} \xrightarrow{E[\cdot]} \underbrace{\sum_{\theta} f_{\Theta}(\theta) \ln \left\{ \frac{f_{\Theta,Y}(\theta, y)}{f_{\Theta}(\theta)} \right\}}_{\text{lower bound on } f_{\Theta}(\theta)} - \underbrace{\sum_{\theta} f_{\Theta}(\theta) \ln \left\{ \frac{f_{\Theta|Y}(\theta|y)}{f_{\Theta}(\theta)} \right\}}_{\text{kullback-leibler divergence}} \quad (\text{پ-۳})$$

$$= L(f_{\Theta}(\theta)) + KL(f_{\Theta}(\theta) \| f_{\Theta|Y}(\theta|y)) \quad (\text{پ-۴})$$

در (پ-۳) و (پ-۴) می‌توان با کمینه‌کردن $KL(f_{\Theta}(\theta) \| f_{\Theta|Y}(\theta|y))$ مقدار $f_{\Theta}(\theta)$ را به $f_{\Theta|Y}(\theta|y)$ نزدیک کرد، لذا مسأله بهینه‌سازی به شکل زیر بازنویسی می‌شود

$$\min_{f \in F} KL(f_{\Theta}(\theta) \| f_{\Theta|Y}(\theta|y)) = \min_{f \in F} \left\{ - \sum_{\theta} f_{\Theta}(\theta) \ln \left\{ \frac{f_{\Theta|Y}(\theta|y)}{f_{\Theta}(\theta)} \right\} \right\} \Rightarrow \quad (\text{پ-۵})$$

$$f_{\Theta|Y}(\theta|y) \sim f_{\Theta}(\theta)$$

که $f_{\Theta}(\theta)$ عضوی از مجموعه $F_{\Theta}(\theta)$ است. این مجموعه شامل خانواده‌ای از همه توابع چگالی احتمالی تصادفی ممکن است و مقدار بهینه این مجموعه، در کمترین مقدار (پ-۵) رخ می‌دهد. پس (پ-۲) به مسأله‌ای برای یافتن $f_{\Theta}(\theta)$ تبدیل شد

$$\hat{\Theta}_{MAP} = \arg \max_{\Theta} \{f_{\Theta|Y}(\theta|y)\} \sim \arg \max_{\Theta} \{f_{\Theta}(\theta)\} \quad (\text{پ-۶})$$

مراجع

- [1] Y. Chen, X. Cao, Q. Zhao, D. Meng, and Z. Xu, "Denoising hyperspectral image with non-i.i.d. noise structure," *IEEE Trans. on Cybernetics*, vol. 48, no. 3, pp. 1054-1066, Jul. 2017.
- [2] A. Green, M. Berman, P. Switzer, and M. D. Craig, "A transformation for ordering multispectral data in terms of image quality with implications for noise removal," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 26, no. 1, pp. 65-74, Jan. 1988.
- [3] K. Dabov, A. Foi, V. Katkovnik, and K. Egiazarian, "Image denoising by sparse 3-D transform-domain collaborative filtering," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 16, no. 8, pp. 2080-2095, Aug. 2007.
- [4] M. Elad and M. Aharon, "Image denoising via sparse and redundant representations over learned dictionaries," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 15, no. 12, pp. 3736-3745, Dec. 2006.
- [5] A. Buades, B. Coll, and J. M. Morel, "A non-local algorithm for image denoising," in *Proc. IEEE Comput. Soc. Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit. CVPR'05*, vol. 2, pp. 60-65, San Diego, CA, USA, 20-26 Jun. 2005.
- [6] L. Liu, L. Chen, C. L. P. Chen, Y. Y. Tang, and C. M. Pun, "Weighted joint sparse representation for removing mixed noise in image," *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 47, no. 3, pp. 600-611, Mar. 2017.
- [7] L. Shao, R. Yan, X. Li, and Y. Liu, "From heuristic optimization to dictionary learning: a review and comprehensive comparison of image denoising algorithms," *IEEE Trans. Cybern.*, vol. 44, no. 7, pp. 1001-1013, Jul. 2014.

- [39] Q. Zhao, D. Meng, Z. Xu, W. Zuo, and L. Zhang, "Robust principal component analysis with complex noise," in *Proc. 31st Int. Conf. Mach. Learn.*, pp. 55-63 Beijing, China, 21-26 Jun. 2014.
- [40] Y. Zheng, G. Liu, S. Sugimoto, S. Yan, and M. Okutomi, "Practical low-rank matrix approximation under robust L1-norm," in *Proc. IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, pp. 1410-1417, Providence, RI, 16-21 Jun. 2012.
- [41] D. Meng, Z. Xu, L. Zhang, and J. Zhao, "A cyclic weighted median method for L1 low-rank matrix factorization with missing entries," in *Proc. 27th Assoc. Adv. Artif. Intell. Conf. on Artificial Intelligence*, pp., 704-710, Bellevue, Washington, USA, 14-18 Jun. 2013.
- [42] M. Colom, et al., "BBD: a new Bayesian bi-clustering denoising algorithm for IASI-NG hyperspectral images," in *Proc. IEEE 8th Workshop on Hyperspectral Image and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing, WHISPERS'16*, 5 pp., Los Angeles, CA, USA, 21-24 Aug. 2016.
- [43] A. Skrondal, *Generalized Latent Variable Modeling: Multilevel, Longitudinal, and Structural Equation Models*, 2nd Edition (Monographs on Statistics and Applied Probability), 2004 Chapman & Hall/CRC.
- [44] C. Bishop, *Pattern Recognition and Machine Learning*, Springer, Published April 6th 2011.
- [45] H. Songa, G. Wang, and K. Zhang, "Hyperspectral image denoising via low-rank matrix recovery," *Remote Sensing Letters, Taylor and Francis*, vol. 5, no. 10, pp. 872-881, Oct. 2014.
- [46] Y. Wang, et al., "Hyperspectral image restoration via total variation regularized low-rank tensor decomposition," *IEEE J. of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 11, no. 4, pp. 1227-1243, Apr. 2018.
- [47] J. Liu, P. Musialski, P. Wonka, and J. Ye, "Tensor completion for estimating missing values in visual data," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 35, no. 1, pp. 208-220, Jan. 2013.
- [48] Q. Xie, Q. Zhao, D. Meng, and Z. Xu, "Kronecker-basis-representation based tensor sparsity and its applications to tensor recovery," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 40, no. 8, pp. 1888-1902, Aug. 2018.
- [49] C. Zou and Y. Xia, "Poissonian hyperspectral image superresolution using alternating direction optimization," *IEEE J. of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, vol. 9, no. 9, pp. 4464-4479, Sept. 2016.
- [50] F. Fana, et al., "Hyperspectral image denoising with superpixel segmentation and low-rank representation," *Information Sciences*, vol. 397-398, pp. 48-68, Aug. 2017.
- [16] S. L. Chen, X. Y. Hu, and S. L. Peng, "Hyperspectral imagery denoising using a spatial-spectral domain mixing prior," *Comput. Sci. Technol.*, vol. 27, no. 4, pp. 851-861, Jul. 2012.
- [17] P. Zhong and R. Wang, "Multiple-spectral-band CRFs for denoising junk bands of hyperspectral imagery," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 51, no. 4, pp. 2260-2275, Apr. 2013.
- [18] D. Letexier and S. Bourennane, "Noise removal from hyperspectral images by multidimensional filtering," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 46, no. 7, pp. 2061-2069, Jul. 2008.
- [19] X. Liu, S. Bourennane, and C. Fossati, "Non white noise reduction in hyperspectral images," *IEEE Geosci. Remote Sens. Lett.*, vol. 9, no. 3, pp. 368-372, May. 2012.
- [20] X. Liu, S. Bourennane, and C. Fossati, "Denoising of hyperspectral images using the PARAFAC model and statistical performance analysis," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 50, no. 10, pp. 3717-3724, Oct. 2012.
- [21] A. Karami, M. Yazdi, and A. Z. Asli, "Noise reduction of hyperspectral images using kernel non-negative Tucker decomposition," *IEEE J. Sel. Topics Signal Process.*, vol. 5, no. 3, pp. 487-493, Jun. 2011.
- [22] Y. Peng, et al., "Decomposable nonlocal tensor dictionary learning for multispectral image denoising," in *Proc. IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, pp. 2949-2956, Columbus, OH, USA, 23-28 Jun. 2014.
- [23] Q. Xie, et al., "Multispectral images denoising by intrinsic tensor sparsity regularization," in *Proc. IEEE Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, pp. 1692-1700, Seattle, WA, USA, 27-30 Jun. 2016.
- [24] K. Dabov, A. Foi, and K. Egiazarian, "Video denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering," in *Proc. European Signal Processing Conf.*, pp. 145-149, Poznan, Poland, 3-7 Sept. 2007.
- [25] M. Maggioni, V. Katkovnik, K. Egiazarian, and A. Foi, "Nonlocal transform-domain filter for volumetric data denoising and reconstruction," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 22, no. 1, pp. 119-133, Jan. 2013.
- [26] H. Othman and S. E. Qian, "Noise reduction of hyperspectral imagery using hybrid spatial-spectral derivative-domain wavelet shrinkage," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 44, no. 2, pp. 397-408, Feb. 2006.
- [27] G. Chen and W. P. Zhu, "Signal denoising using neighbouring dualtree complex wavelet coefficients," *IET Signal Process.*, vol. 6, no. 2, pp. 143-147, Apr. 2012.
- [28] J. Martn-Herrero, "Anisotropic diffusion in the hypercube," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 45, no. 5, pp. 1386-1398, May 2007.
- [29] H. Zhang, "Hyperspectral image denoising with cubic total variation model," in *Proc. ISPRS Ann. Photogramm. Remote Sens. Spat. Inf. Sci.*, vol. 1-7, pp. 95-98, Melbourne, Australia, 25 Aug.-1 Sept. 2012.
- [30] Q. Yuan, L. Zhang, and H. Shen, "Hyperspectral image denoising with a spatial-spectral view fusion strategy," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 52, no. 5, pp. 2314-2325, May 2014.
- [31] T. Lin and S. Bourennane, "Hyperspectral image processing by jointly filtering wavelet component tensor," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 51, no. 6, pp. 3529-3541, Jun. 2013.
- [32] B. Rasti, J. R. Sveinsson, M. O. Ulfarsson, and J. A. Benediktsson, "Hyperspectral image denoising using first order spectral roughness penalty in wavelet domain," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.*, vol. 7, no. 6, pp. 2458-2467, Jun. 2014.
- [33] G. Ely, S. Aeron, and E. L. Miller, *Exploiting Structural Complexity for Robust and Rapid Hyperspectral Imaging*, arXiv preprint arXiv:1305.2170, 2013.
- [34] B. Rasti, J. R. Sveinsson, and M. O. Ulfarsson, "Wavelet-based sparse reduced-rank regression for hyperspectral image restoration," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 52, no. 10, pp. 6688-6698, Oct. 2014.
- [35] T. Hu, H. Zhang, H. Shen, and L. Zhang, "Robust registration by rank minimization for multiangle hyper/multispectral remotely sensed imagery," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.*, vol. 7, no. 6, pp. 2443-2457, Jun. 2014.
- [36] Q. Li, H. Li, Z. Lu, Q. Lu, and W. Li, "Denoising of hyperspectral images employing two-phase matrix decomposition," *IEEE J. Sel. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sens.*, vol. 7, no. 9, pp. 3742-3754, Sept. 2014.
- [37] W. He, H. Zhang, L. Zhang, and H. Shen, "A noise-adjusted iterative randomized singular value decomposition method for hyperspectral image denoising," in *Proc. IEEE Int. Geosci. Remote Sens. Symp. (IGARSS)*, pp. 1536-1539, Quebec City, Canada, 13-18 Jul. 2014.
- [38] W. He, H. Zhang, L. Zhang, and H. Shen, "Total-variation-regularized low-rank matrix factorization for hyperspectral image restoration," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.*, vol. 54, no. 1, pp. 178-188, Jan. 2016.

طاهره بحرینی در سال ۱۳۹۰ مدرک کارشناسی مهندسی برق و مخابرات خود را از دانشگاه خلیج فارس بوشهر و در سال ۱۳۹۲ کارشناسی ارشد مهندسی برق گرایش مخابرات- سیستم خود را از دانشگاه صنعتی شیراز دریافت نمود. از ۱۳۹۴ به دوره دکترای مهندسی برق و مخابرات- سیستم در دانشگاه فردوسی در مشهد وارد گردید. زمینه‌های علمی مورد علاقه ایشان شامل موضوعاتی مانند سیستم‌های مخابرات سلولی نسل ۵، سیگنال‌های باند وسیع، پردازش سیگنال، پردازش تصاویر فراطیفی، شناسایی آماری الگو، و یادگیری ماشین می‌باشد.

مرتضی خادمی درح تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد مهندسی برق به ترتیب در سال‌های ۱۳۶۴ و ۱۳۶۶ در دانشگاه صنعتی اصفهان به پایان رسانده است. ایشان از سال ۱۳۶۶ تا ۱۳۷۰ به‌عنوان عضو هیات علمی (مربی) در دانشگاه فردوسی مشهد به کار مشغول بود. پس از آن به دوره دکترای مهندسی برق در دانشگاه ولونگونگ (استرالیا) وارد گردیده و در سال ۱۳۷۴ موفق به اخذ درجه دکترا در مهندسی برق از دانشگاه مذکور گردید. دکتر خادمی از سال ۱۳۷۴ مجدداً در دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد مشغول به فعالیت گردید و اینک نیز استاد این دانشکده است. زمینه‌های علمی مورد علاقه نامبرده شامل موضوعاتی مانند مخابرات ویدئویی، فشرده‌سازی ویدئو، پردازش تصویر، پردازش سیگنال‌های پزشکی و پنهان‌سازی اطلاعات در ویدئو می‌باشد.

عباس ابراهیمی مقدم مدرک کارشناسی و کارشناسی ارشد برق گرایش مخابرات خود را به ترتیب از دانشگاه‌های صنعتی شریف و صنعتی خواجه نصیر اخذ کرده است. ایشان مدرک دکتری خود را از دانشگاه مک‌مستر کانادا دریافت کرده و از سال ۱۳۹۰ به‌عنوان استادیار در دانشگاه فردوسی مشهد فعالیت علمی می‌نمایند. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان پردازش گفتار، پردازش تصویر و ویدئو، بینایی ماشین و پردازش سیگنال‌های حیاتی می‌باشد.

هادی صدوقی یزدی هم‌اکنون استاد گروه مهندسی کامپیوتر در دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد. ایشان در سال ۱۳۷۳ مدرک کارشناسی مهندسی برق خود را از دانشگاه فردوسی مشهد و کارشناسی ارشد و دکترای مهندسی برق را به ترتیب در سال ۱۳۷۵ و ۱۳۸۴ از دانشگاه تربیت مدرس دریافت نمود. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: شناسایی آماری الگو، یادگیری ماشین، بینایی ماشین، پردازش سیگنال.