

# بهینه‌سازی هندسه استاتور ماشین‌های با آهن‌ربای سطحی با هدف کاهش گشتاور دندانه

محمد رضا علیزاده پهلوانی و وحید زمانی فرادنبه

اعمال شده بر روی هندسه استاتور شامل روش‌های مورب‌کردن شیارهای استاتور<sup>۲</sup> [۱] تا [۴]، استفاده از شیارهای مجازی روی دندانه‌های استاتور<sup>۳</sup> [۲] و [۴] تا [۷]، بهینه‌سازی ابعاد شیارها [۸]، [۴] و [۸] و زوج کردن دندانه‌ها<sup>۴</sup> [۹] می‌باشند. برای بهینه‌سازی ساختار رتور روش‌هایی همچون مورب‌کردن آهن‌ربا [۷]، استفاده از آهن‌رباهای چندتکه [۵]، بهینه‌سازی ابعاد آهن‌ربا [۱] تا [۳] و [۵]، تغییر شکل آهن‌ربا [۹] و تغییر در چیدمان آهن‌ربا [۱۰] و [۱۱] ارائه شده است. از آنجایی که مدلسازی تغییرات در هندسه استاتور پیچیده‌تر از لحاظ نمودن تغییرات ساختار رتور می‌باشد، در سهم کمتری از مقالات به بررسی تحلیلی اثر تغییر هندسه استاتور در کاهش گشتاور دندانه پرداخته شده است.

در روش شیارهای مجازی، موقعیت و هندسه شیارها به گونه‌ای تعیین می‌شود که هارمونیک‌های مرتبه پایین گشتاور دندانه ناشی از شیار مجازی باعث حذف یا کاهش هارمونیک‌های مرتبه پایین شیارهای واقعی شوند [۱۲]. اساس این روش حذف یا کاهش هارمونیک‌های مرتبه پایین می‌باشد.

زوج کردن دندانه‌ها روش دیگر در طراحی استاتور به منظور کاهش گشتاور دندانه است. اصول این روش برای کاهش گشتاور دندانه مانند روش ایجاد شیار مجازی می‌باشد با این تفاوت که در روش زوج کردن دندانه‌ها همه شیارهای استاتور، شیار واقعی هستند که درون آنها سیم‌پیچ آرمیچر قرار می‌گیرد.

اساس کاهش گشتاور دندانه با مورب‌کردن شیار استاتور حذف یا کاهش همه هارمونیک‌ها است. اگرچه مورب‌کردن شیار استاتور یا قطب رتور یکی از روش‌های بسیار مؤثر در کاهش گشتاور دندانه می‌باشد، ولی این روش فرایند تولید موتور را پیچیده‌تر و هزینه آن را بالا می‌برد. مورب‌کردن شیار استاتور تعداد دور مؤثر سیم‌پیچی را کاهش و طول رسانای هر شیار و مقاومت معادل آن را افزایش می‌دهد [۱۳].

در این مقاله به بررسی کارایی روش‌های استفاده از شیار مجازی روی دندانه‌های استاتور، زوج کردن دندانه‌ها و مورب‌کردن شیارهای استاتور در کاهش گشتاور دندانه با استفاده از یک مدل تحلیلی پرداخته شده است. به این منظور با حل روابط لاپلاس یک مدل تحلیلی فراهم شده است. مزیت این مدل تحلیلی نسبت به مدل‌های عددی مانند (مدل اجزای محدود<sup>۵</sup> (FEA)) سرعت بالای آن است که استفاده از این مدل را در الگوریتم‌های بهینه‌سازی که نیاز به محاسبه میدان در تعداد زیادی از پاسخ‌های کاندیدا دارد ساده و آسان می‌نماید. اگرچه مدل تحلیلی ارائه شده در بر گیرنده چند تکرار محاسبات است ولی هنوز محاسبات آن نسبت به مدل‌های تحلیلی ارائه شده برای ماشین‌های با آهن‌ربای سطحی

چکیده: در این مقاله یک روش تحلیلی برای موتورهای آهن‌ربای سطحی شیاردار ارائه شده و از این مدل برای بررسی و بهینه‌سازی روش‌های کاهش گشتاور دندانه مبتنی بر تغییرات در هندسه استاتور استفاده شده است. مدل ارائه شده توانایی در نظر گرفتن اثر شیارهای استاتور در اعوجاج مؤلفه‌های چگالی شار فاصله هوایی را دارد. روش‌های ایجاد شیار مجازی، زوج کردن دندانه‌ها و مورب‌کردن شیار استاتور به منظور بهینه‌سازی هندسه استاتور مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته‌اند. برای به دست آوردن پارامترهای بهینه استاتور در هر یک از روش‌ها از الگوریتم جستجوی مستقیم استفاده شده است. برای محاسبه گشتاور دندانه از رابطه تنسور ماکسول استفاده گردیده، در هر روش نتایج به دست آمده از روش تحلیلی با روش المان محدود تأیید شده و در نهایت مقایسه‌ای بین روش‌های ارائه شده انجام شده است.

کلیدواژه: شیار مجازی، زوج دندانه‌ها، گشتاور دندانه، مورب‌کردن شیار استاتور.

## ۱- مقدمه

اگرچه ماشین‌های آهن‌ربایی به دلیل امتیازهایی همچون چگالی گشتاور بالا، ساختار بدون جاروبک، کنترل ساده، ضریب توان مناسب و بازدهی بالا دارای برتری‌هایی نسبت به موتورهای القایی می‌باشند، ولی وجود ضربان گشتاور بالا در این ماشین‌ها از معایب آنها برشمرده می‌شود. ضربان گشتاور، ایجاد تنش‌های مکانیکی، ضربان سرعت و سر و صدا را در پی خواهد داشت. در ماشین‌های آهن‌ربایی یکی از مؤلفه‌های اصلی ضربان گشتاور، گشتاور دندانه<sup>۱</sup> می‌باشد. در واقع گشتاور دندانه از اثر متقابل بین آهن‌رباهای رتور و دندانه‌های استاتور حاصل می‌شود. گشتاور دندانه به دلیل تغییرات انرژی در فاصله هوایی با تغییر موقعیت رتور بدون در نظر گرفتن اثر میدان مغناطیسی ناشی از جریان استاتور به وجود می‌آید [۱]. تاکنون روش‌های طراحی بهینه متنوعی برای کاهش گشتاور دندانه معرفی شده‌اند. چون گشتاور دندانه از تقابل شیارهای استاتور و آهن‌ربای رتور حاصل می‌شود بنابراین مقدار آن، هم به پارامترهای رتور و هم به پارامترهای استاتور بستگی دارد. به همین دلیل کاهش گشتاور دندانه با ایجاد تغییراتی در هندسه رتور و استاتور امکان‌پذیر است. در روش‌های ارائه شده برای کاهش گشتاور دندانه، بهینه‌نمودن ساختار هندسی رتور یا استاتور مورد نظر و استفاده بوده است. روش‌های

این مقاله در تاریخ ۱۱ بهمن ماه ۱۳۹۳ دریافت و در تاریخ ۲ تیر ماه ۱۳۹۴ بازنگری شد.

محمد رضا علیزاده پهلوانی، گروه مهندسی برق، دانشگاه مالک اشتر، تهران، (email: mr\_alizadehp@just.ac.ir)

وحید زمانی فرادنبه، گروه مهندسی برق، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، (email: vahidzamani87@yahoo.com)

1. Cogging Torque

2. Skewing
3. Dummy Slots
4. Teeth Pairing
5. Finite Element Analysis

جدول ۱: اطلاعات ماشین.

مقدار	نماد	پارامترهای ماشین
۲	$P$	تعداد زوج قطب
۱۲	$Q_s$	تعداد شیار استاتور
۲۴٫۵ mm	$R_r$	شعاع روتور
۴۰ mm	$R_o$	شعاع خارجی استاتور
۰٫۷۵ mm	$g$	فاصله هوایی
۰٫۳۸ T	$b_r$	پسماند چگالی شار آهن‌ریا
۱	$\mu_r$	نفوذپذیری آهن‌ریا
۲۹ mm	$R_m$	ارتفاع آهن‌ریا
۴۰ mm	$L_{stk}$	طول محوری ماشین
۵ mm	$h_s$	ارتفاع شیار استاتور
۰٫۸	$\alpha$	طول نسبی کمان آهن‌ریا

- حل مسئله برای ماشین بدون شیار انجام می‌شود و برای در نظر گرفتن اثر شیارهای واقعی و مجازی، اثر زوج‌نمودن شیارها و مورب‌کردن آنها از یک توزیع جریان‌های سطحی مجازی معادل در مرز هوا و دندانه‌های استاتور استفاده شده است.
- توزیع جریان‌های سطحی مجازی معادل در یک الگوریتم تکراری محاسبه می‌شود.
- آهن‌ریای موتور با الگوی مغناطیس‌شوندگی شعاعی است.

در شکل ۱-الف ساختار ماشین در نظر گرفته شده و متغیرهای استفاده‌شده نشان داده و این متغیرها در پیوست نیز تعریف شده‌اند. به جای حل لاپلاس در فاصله هوایی شیاردار می‌توان از حل رابطه لاپلاس در یک ماشین بدون شیار استفاده نمود که اثر حذف شیارها به صورت یک جریان سطحی معادل بر روی شعاع داخلی استاتور در نظر گرفته شده است (شکل ۱-ب) [۱۴]. در این شکل تابع  $J(\theta_r, \phi)$  برای لحاظ نمودن اثر دندانه‌های استاتور در نظر گرفته شده است. روش به دست آوردن این تابع و توجیه استفاده از آن در بخش ۲-۲ آورده خواهد شد. نواحی در نظر گرفته شده برای حل رابطه لاپلاس و پواسون در شکل ۱-ب به صورت (۱) و شرایط مرزی مسئله به صورت (۲) می‌باشند و پارامترهای ماشین مورد مطالعه در جدول ۱ آورده شده است

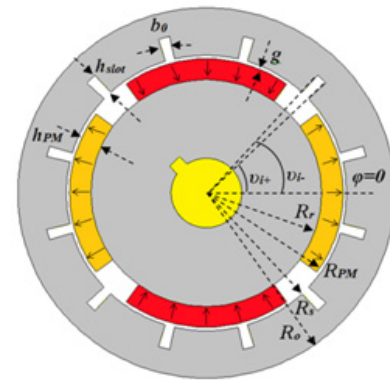
$$\begin{aligned} R_r < R < R_{PM} &, \text{ region ۱, PM} \\ R_{PM} < R < R_s &, \text{ region ۲, air gap} \\ R_s < R < R_o &, \text{ region ۳, stator yoke} \end{aligned} \quad (۱)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_{III}}{\partial \phi} \Big|_{R=R_r} &= 0, \quad \frac{\partial A_I}{\partial r} \Big|_{R=R_r} = 0 \\ \frac{\partial A_{III}}{\partial \phi} \Big|_{R=R_s} &= \frac{\partial A_{II}}{\partial \phi} \Big|_{R=R_s}, \quad \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \Big|_{R=R_s} = \mu_r J(\theta_r, \phi) \\ \frac{\partial A_{II}}{\partial \phi} \Big|_{R=R_{PM}} &= \frac{\partial A_I}{\partial \phi} \Big|_{R=R_{PM}}, \quad \frac{\partial A_{II}}{\partial r} \Big|_{R=R_{PM}} = \frac{\partial A_I}{\partial r} \Big|_{R=R_{PM}} \end{aligned} \quad (۲)$$

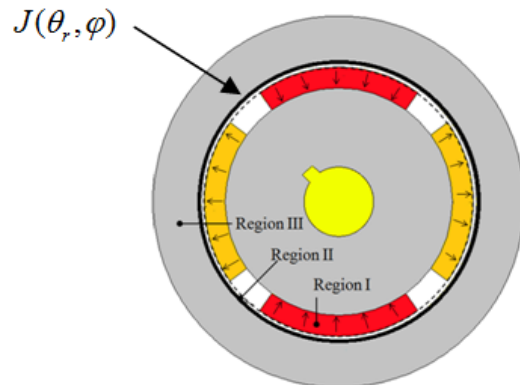
روابط پواسون و لاپلاس حاکم بر مسئله در (۳) آورده شده‌اند

$$\begin{aligned} \nabla^2 A_I(r, \phi, \theta_r) &= -\nabla \times M(\phi, \theta_r) \\ \nabla^2 A_{II}(r, \phi, \theta_r) &= 0 \end{aligned} \quad (۳)$$

در (۳)،  $M$  تابع مغناطش آهن‌ریاهای سطحی است که توزیع آن در شکل ۲ و سری فوریه آن در (۴) آورده شده است



(الف)



(ب)

شکل ۱: (الف) ماشین شیاردار با آهن‌ریای سطحی و (ب) ماشین بدون شیار با اعمال جریان‌های سطحی معادل.

همانند نگاهت هم‌نوا<sup>۱</sup> و حل زیردامنه<sup>۲</sup> کمتر بوده و نیاز به زمان پردازش کمی دارد. مدل تحلیلی ارائه‌شده دارای توانایی مدل‌نمودن اثر شیارها می‌باشد. در این روش تحلیلی برای پیش‌بینی گشتاور دندانه از رابطه تنش ماکسول استفاده شده است.

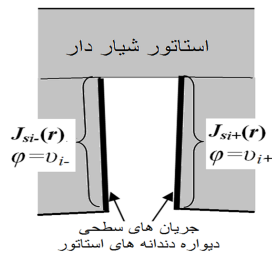
ابتدا یک مدل تحلیلی برای ماشین آهن‌ریای سطحی ارائه می‌شود و سپس مدل تحلیلی برای ماشین آهن‌ریای سطحی با شیار مجازی، زوج‌کردن دندانه‌ها و شیارهای استاتور مورب‌شده توسعه داده می‌شود. با استفاده از مدل‌های ارائه‌شده به بهینه‌سازی هر کدام از روش‌ها اقدام خواهد شد. در نهایت پاسخ‌های به دست آمده توسط روش اجزای محدود تأیید می‌گردند و یک مقایسه میان کارایی روش‌های ارائه‌شده انجام می‌پذیرد.

## ۲- مدل تحلیلی ارائه‌شده

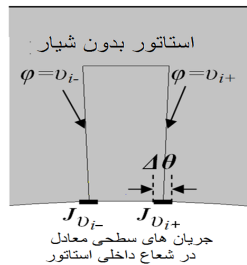
### ۱-۲ فرضیات و ویژگی‌های مسئله

در مدل تحلیلی ارائه‌شده برای ماشین آهن‌ریای سطحی فرض‌های زیر در نظر گرفته شده‌اند:

- از اشباع مغناطیسی چشم‌پوشی می‌شود.
- از حل رابطه پواسون و لاپلاس برای یافتن چگالی شار فاصله هوایی استفاده شده است.
- تقارن دوبعدی بر مسئله حاکم بوده و آهن‌ریای موتور با الگوی مغناطیس‌شوندگی شعاعی است.



(الف)



(ب)

شکل ۳: (الف) استاتور شیاردار و جریان‌های سطحی و (ب) جریان‌های سطحی معادل و جایگزینی فاصله هوایی شیاردار به فاصله هوایی یکنواخت.

بیشتر مسئله می‌توان مطابق شکل ۳ جریان‌های تزریقی به دیواره دندانه‌های استاتور را به سطح داخلی استاتور منتقل نمود. جریان‌های انتقالی به شعاع داخلی استاتور دارای پهنای  $\Delta\theta$  بوده و درست در زیر دیواره شیارهای استاتور قرار دارند.

جریان‌های تزریقی بر دیواره شیارها و جریان منتقل شده به شعاع داخلی استاتور باید چگالی شار یکسانی را در فاصله هوایی زیر شیارها ایجاد نمایند. به دلیل آن که این جریان‌های سطحی تنها در چگالی شار زیر شیارها اثرگذارند، طبق قانون آمپر باید در هر نقطه فاصله هوایی با شعاع  $r$  در زیر شیارها، (۷) برقرار باشد

$$\frac{\mu_r}{2\pi} \int_{R_s}^{R_s+h_{slot}} \frac{J_s(r, v_i, \theta_r)}{(x-r)} dx = \frac{\mu_r J_{vi}(\theta_r) R_s \Delta\theta}{2\pi(R_s - r)} \quad (7)$$

$J_{si}$  مورد نیاز در (۷) به کمک (۶) به صورت (۸) مشخص می‌شود که در آن علامت‌های مختلف به دلیل جهت‌های متفاوت بردار عمود بر سطح دیواره‌های چپ و راست یک شیار می‌باشند

$$J_{si\pm}(\theta_r) = \pm \frac{B_{rll}(r, v_{i\pm}, \theta_r)}{\mu_r} \quad (8)$$

که در آن  $v_{i+}$  و  $v_{i-}$  (شکل ۳) زوایای دیواره‌های چپ و راست  $i$  امین شیار استاتور و  $B_{rll}(r, v_i, \theta_r)$  مؤلفه شعاعی چگالی شار استاتور در دیواره دندانه با زاویه  $v_i$  است در حالی که رتور در موقعیت  $\theta_r$  قرار دارد. زوایای دیواره دندانه‌ها در (۹) آورده شده است

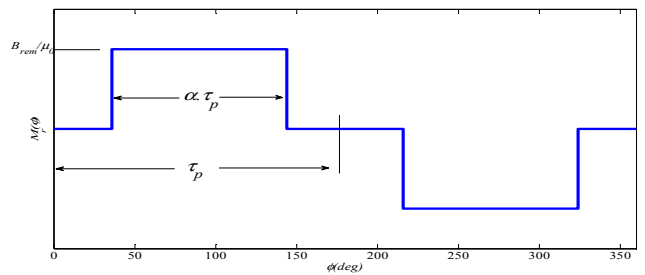
$$v_{i+} = \frac{(2i-1)\pi}{Q_s} - \frac{b}{2R_s} \quad (9)$$

$$v_{i-} = \frac{(2i-1)\pi}{Q_s} + \frac{b}{2R_s}, \quad i = 1, 2, \dots, Q_s$$

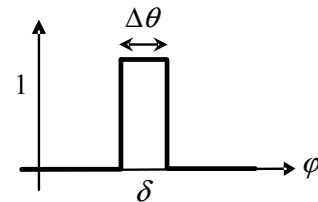
با ساده‌سازی (۷)، جریان‌های سطحی مجازی معادل ظاهر شده در شرایط مرزی (۲)،  $J(\theta_r, \phi)$ ، به صورت (۱۰) مشخص می‌شود

$$J(\theta_r, \phi) = \sum_{i=1}^{Q_s} [J_{vi+}(\theta_r)U(v_{i+}) + J_{vi-}(\theta_r)U(v_{i-})] \quad (10)$$

که در آن تابع  $U(\delta)$  یک تابع پالس با دامنه واحد و پهنای  $\Delta\theta$  و مرکز  $\delta$  می‌باشد و در شکل ۴ نشان داده شده است. به منظور در نظر گرفتن



شکل ۲: توزیع مؤلفه شعاعی تابع مغناطش آهن‌رباها.



شکل ۴: تابع پالس  $U(\delta)$ .

$$M_r(r, \phi, \theta_r) = \sum_{n=1, 2, \dots}^{\infty} M_n \cos(np(\phi - \theta_r)) \quad (4)$$

$$M_n = \frac{\tau B_{rem} \sin \frac{n\pi\alpha}{2}}{\mu_r n\pi}$$

## ۲-۲ جریان‌های سطحی معادل

طبق مفاهیم الکترومغناطیس، هر ماده فرومغناطیس قرار گرفته در یک میدان مغناطیسی را می‌توان با محیطی با نفوذپذیری ۱ و جریان‌های سطحی مدل نمود. این جریان‌های سطحی از (۵) به دست می‌آیند که در آن  $a_n$  بردار عمود بر سطح ماده فرومغناطیس است [۱۵]. از طرفی طبق تعریف بردار مغناطش  $(M = B/\mu_r - H)$ ، رابطه بردار شدت میدان مغناطیسی با چگالی شار  $(B = \mu_r \mu_r H)$  و فرض بزرگ بودن ضریب نفوذپذیری مواد فرومغناطیس می‌توان (۵) را به صورت (۶) بازنویسی نمود

$$J_s = M \times a_n \quad (5)$$

$$J_s = \frac{\mu_r - 1}{\mu_r \mu_r} B \times a_n \cong \frac{B \times a_n}{\mu_r} \quad (6)$$

در استاتور ماشین آهن‌ربایی نیز به دلیل عبور چگالی شار از دندانه‌ها جریان‌هایی سطحی بر روی دیواره دندانه‌ها تشکیل می‌شود. این جریان‌ها از عبور شار از مسیر شیارها جلوگیری می‌نمایند و سبب فرورفتگی در مؤلفه شعاعی چگالی شار فاصله هوایی و اعوجاج مؤلفه مماسی آن می‌گردند. از آنجایی که بردار عمود بر سطح دیواره دندانه‌های استاتور در راستای  $\phi$  است، طبق (۶) مؤلفه شعاعی چگالی شار استاتور در مقادیر جریان‌های سطحی اثرگذار است. با تزریق جریان‌هایی برابر با منفی جریان‌های سطحی دیواره شیارها در دیواره شیارها، اثر شیارها از بین رفته و استاتور شیاردار مانند یک استاتور بدون شیار رفتار می‌کند. از آنجایی که یافتن مؤلفه‌های چگالی شار در یک فاصله هوایی بدون شیار بسیار ساده‌تر از فاصله هوایی شیاردار است، می‌توان به جای حل رابطه پواسون و لاپلاس در یک فاصله هوایی شیاردار، این معادلات را در یک فاصله هوایی بدون شیار با حضور جریان‌هایی برابر با منفی جریان‌های سطحی دیواره‌های شیارها حل نمود. با کم‌نمودن چگالی شار ایجادشده توسط این جریان‌های سطحی از چگالی شار ناشی از آهن‌ربا در ماشین بدون شیار، چگالی شار ماشین شیاردار به دست می‌آید. البته به منظور ساده‌سازی

### ۳-۲ روابط چگالی شار و گشتاور دندانه

با اعمال شرایط مرزی (۲) و حل (۳) با استفاده از روش جداسازی متغیرها برای ماشین آهن‌ربایی مؤلفه‌های شعاعی و مماسی چگالی شار فاصله هوایی به صورت (۱۲) به دست می‌آیند.  $a_n$  و  $Y_n$  به ترتیب از (۱۳) تا (۱۴) به دست می‌آیند

$$Y_n = \frac{-\mu_s R_s^{n+1}}{R_r^{2n} - R_s^{2n}} \quad (14)$$

همچنین مؤلفه شعاعی چگالی شار به دست آمده در آهن استاتور (ناحیه سوم) در (۱۵) آورده شده که در آن تابع  $C_n(r)$  از (۱۶) به دست می‌آید

$$B_{rIII}(r, \phi, \theta_r) = \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} \frac{-\gamma \mu (r^{np} - R_o^{np} r^{-np})}{r(\lambda - R_o^{np} R_s^{-np})} n p a_n \cos(np(\phi - \theta_r)) + C_n(r) [J_n(\theta_r) \cos(n\phi) - J'_n(\theta_r) \sin(n\phi)] \quad (15)$$

$$C_n(r) = Y_n \frac{R_r^{2n} + R_s^{2n}}{R_s^{2n} - R_o^{2n}} (r^{n-1} - R_o^{2n} r^{-n-1}) \quad (16)$$

با استفاده از مؤلفه‌های چگالی شار و به کارگیری رابطه تئور تنش ماکسول، گشتاور دندانه به صورت (۱۷) به دست می‌آید

$$T_{cog}(\theta_r) = \frac{l_{stk} r^{\gamma} \gamma \pi}{\mu_s} \int B_{rII}(r, \phi, \theta_r) \cdot B_{\phi II}(r, \phi, \theta_r) d\phi \quad (17)$$

### ۳- روش‌های طراحی استاتور با هدف کاهش گشتاور دندانه

#### ۳-۱ ایجاد شیار مجازی

گشتاور دندانه به موقعیت و هندسه آهن‌ربا و شیار استاتور وابسته است، صرف نظر از این که شیار واقعی یا مجازی باشد. منظور از ایجاد شیار مجازی، ایجاد شیار بر روی پیشانی قطب استاتور است. چون سیم‌پیچ آرمیچر در این شیارها قرار نمی‌گیرد، واژه مجازی به این شیارها اطلاق می‌گردد. هدف از ایجاد شیار مجازی کاهش گشتاور دندانه و در نتیجه کاهش ریپل گشتاور الکترومغناطیسی است. در شکل ۶ نمونه‌های دندانه استاتور با یک و دو شیار مجازی نشان داده شده است. اگر در پیشانی قطب استاتور به تعداد  $N$  شیار مجازی ایجاد کنیم گشتاور دندانه به صورت (۱۸) خواهد بود [۷]

$$T_{cog} = \sum_{k=1}^{\infty} T_k \sin(kQ\theta + \frac{\gamma k \pi}{N+1}) \quad (18)$$

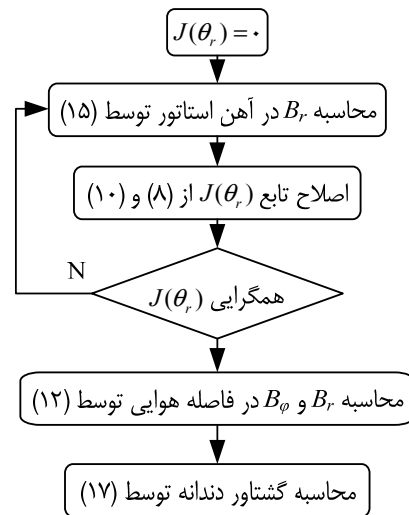
هنگامی که  $N=1$  است، (۱۸) به صورت (۱۹) ظاهر می‌شود

$$T_{cog} = \sum_{k=1,2,\dots}^{\infty} \gamma T_k \sin(kQ\theta) \quad (19)$$

$$B_{rII} = - \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} \frac{\mu_s}{r} a_n (r^{np} + R_s^{np} r^{-np}) n p \cos(np(\phi - \theta_r)) + \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} Y_n (r^{n-1} + R_r^{2n} r^{-n-1}) (J_n(\theta_r) \cos(n\phi) - J'_n(\theta_r) \sin(n\phi)) \quad (12)$$

$$B_{\phi II} = \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} \frac{\mu_s}{r} a_n (r^{np} - R_s^{np} r^{-np}) n p \sin(np(\phi - \theta_r)) + \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} Y_n (r^{n-1} - R_r^{2n} r^{-n-1}) (J_n(\theta_r) \sin(n\phi) + J'_n(\theta_r) \cos(n\phi))$$

$$\begin{cases} a_n = \frac{M_n ((np + 1) R_r^{np} R_m^{-np+1} + (\lambda - np) R_m^{np+1} - \gamma R_r^{np+1})}{\gamma (\lambda - np) (R_r^{np} - R_s^{np})}, & np \neq 1 \\ a_n = \frac{M_n (R_r^{\gamma} [\lambda - Ln(\frac{R_m}{R_r})^{\gamma}] - R_m^{\gamma})}{\gamma (R_s^{\gamma} - R_r^{\gamma})}, & np = 1 \end{cases} \quad (13)$$



شکل ۵: روندنمای یافتن توزیع مؤلفه‌های چگالی شار و جریان‌های سطحی معادل مجازی.



$N_n = 1$



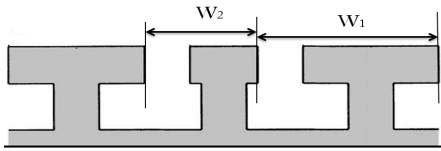
$N_n = 2$

شکل ۶: نمونه استاتور با یک و دو شیار مجازی [۷].

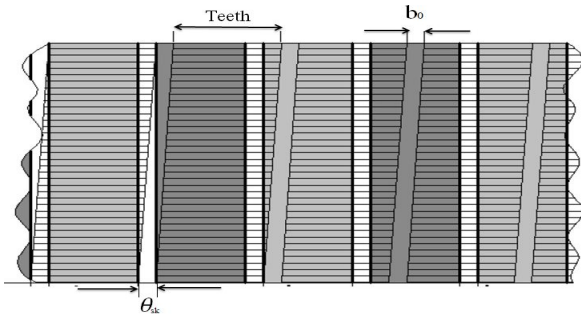
جریان‌های سطحی معادل در شرایط مرزی (۲)، نیاز به بیان این جریان به فرم سری فوریه است که در (۱۱) آورده شده است

$$\begin{aligned} J(\theta_r, \phi) &= \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} J_n(\theta_r) \sin(n\phi) + J'_n(\theta_r) \cos(n\phi) \\ J'_n(\theta_r) &= \sum_{i=1}^{Q_s} \zeta_n [J_{vi+}(\theta_r) \cos(nv_{i+}) + J_{vi-}(\theta_r) \cos(nv_{i-})] \\ J_n(\theta_r) &= \sum_{i=1}^{Q_s} \zeta_n [J_{vi+}(\theta_r) \sin(nv_{i+}) + J_{vi-}(\theta_r) \sin(nv_{i-})] \\ \zeta_n &= \frac{\gamma}{n\pi} \sin(\frac{np}{\gamma} \Delta\theta) \end{aligned} \quad (11)$$

به دلیل آن که پیش از حل مسئله و یافتن مؤلفه مماسی چگالی شار در استاتور امکان استفاده از (۸) برای یافتن توزیع دقیق و واقعی  $J(\theta_r, \phi)$  وجود ندارد، می‌بایست تابع جریان‌های سطحی در یک فرایند تکراری و با پیش‌فرض اولیه صفر (مطابق با روندنمای شکل ۵) به دست آیند.



شکل ۸: استاتور ماشین آهن‌ربای سطحی با زوج کردن دندانه‌ها.



شکل ۹: استاتور با شیارهای مورب [۱۳].

### ۲-۳ زوج کردن دندانه‌ها

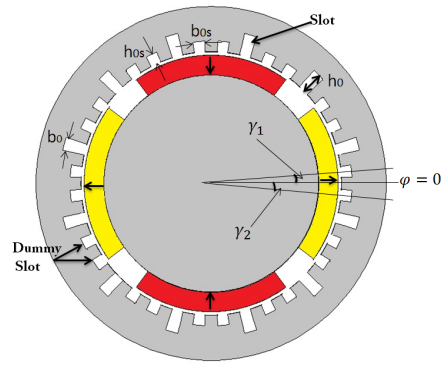
یکی دیگر از روش‌های طراحی استاتور برای کاهش گشتاور دندانه زوج کردن دندانه‌ها است. شکل ۸ استاتور ماشین آهن‌ربای سطحی با زوج کردن دندانه‌ها را نشان می‌دهد که متغیر  $\gamma$  در شکل ۸ بر حسب درجه الکتریکی و برابر نصف اختلاف پهنای دو دندانه مجاور است  $(\gamma = (W_1 - W_2) / 2)$ . در این روش دو نوع پهنای دندانه برای دندانه‌های ماشین انتخاب شده و به صورت یک در میان پهنای دندانه‌ها تغییر می‌کند. گشتاور دندانه به موقعیت و هندسه آهن‌ربا و شیار استاتور وابسته است. بنابراین روش کاهش گشتاور دندانه با استفاده از زوج کردن دندانه‌ها مشابه روش ایجاد شیار مجازی است. در روش زوج کردن دندانه‌ها بدون ایجاد تغییرات در گام شیار و تعداد آنها، لبه شیارها به صورت غیر یکنواخت مطابق شکل ۸ جابه‌جا می‌شود. البته جابه‌جایی‌های غیر یکنواخت برای یکی از فازها بوده ولی الگوی جابه‌جایی برای تمام فازها یکسان است. البته فاصله بین دو شیار مجاور باید به گونه‌ای انتخاب شود که گشتاور دندانه تا حد ممکن کاهش پیدا کند. برای مدل‌سازی روش زوج کردن دندانه‌ها تنها کافی است در مدل (۱۲) تا (۱۷)، تابع توزیع جریان‌های معادل سطحی با جایگذاری زوایای شیار به صورت (۲۲) در (۱۱) اصلاح گردد

$$v_{i+} = \frac{(2i-1)\pi}{Q_s} - \frac{b_s}{2R_s}, \quad v_{i-} = \frac{(2i-1)\pi}{Q_s} + \frac{b_s}{2R_s}, \quad i = 1, 3, \dots, Q_s \quad (22)$$

$$v_{i+} = \frac{(2i-1)\pi}{Q_s} - \frac{b_s}{2R_s} - \gamma, \quad v_{i-} = \frac{(2i-1)\pi}{Q_s} + \frac{b_s}{2R_s} - \gamma, \quad i = 2, 4, \dots, Q_s$$

### ۳-۳ مورب کردن شیار استاتور

در شکل ۹ نمای یک استاتور با شیارهای مورب نشان داده شده است. مورب کردن شیارها در حل میدان مغناطیسی تأثیر سهدبندی دارد بنابراین برای استفاده از روش تحلیلی دوبعدی ارائه‌شده در بخش ۲، استاتور را در راستای پشته ماشین به  $N_s$  قسمت تقسیم می‌کنیم و پیوستگی مورب بودن شیارها در راستای پشته ماشین را گسسته فرض می‌نماییم. هرچه  $N_s$  را بزرگ‌تر انتخاب نماییم تحلیل دقیق‌تر می‌باشد (شکل ۹). توزیع چگالی شار به طول پشته ماشین بستگی ندارد و در هر قسمت به



شکل ۷: ماشین آهن‌ربای سطحی با ۲ شیار مجازی در هر دندانه.

$$T_{cogg} = \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} 2T_k \sin(kQ\theta) \quad (19)$$

بنابراین مؤلفه‌های فرد گشتاور دندانه از جمله مؤلفه اصلی حذف می‌شوند ولی دامنه مؤلفه‌های زوج دو برابر می‌شوند. چون مؤلفه اول، اصلی‌ترین عامل هارمونیک است، حذف آن باعث کاهش قابل ملاحظه‌ای در گشتاور دندانه می‌شود. بنابراین با ایجاد شیار مجازی هارمونیک‌های مرتبه بالا گشتاور دندانه کاهش یا حذف می‌شود. روابط (۱۸) و (۱۹) بیان شده در [۷] تنها برای حالتی که فاصله بین همه شیارهای مجاور (مجازی یا واقعی) یکسان باشد صادق است. در این قسمت یک روش تحلیلی برای ماشین آهن‌ربای سطحی با شیار مجازی ارائه می‌شود و ابعاد و مکان شیار مجازی با هدف کاهش گشتاور دندانه بهینه می‌شود.

شکل ۷ ماشین آهن‌ربای سطحی با ایجاد شیار مجازی را نشان می‌دهد. دهانه باز شیار مجازی ( $b_s$ ) و عمق آن  $h_{sd}$  برابر ۲/۵ میلی‌متر در نظر گرفته شده و بقیه پارامترهای ماشین در جدول ۱ آمده است. برای در نظر گرفتن اثر شیارهای مجازی و واقعی، مکان شیارها در (۹) و توزیع جریان‌های معادل در (۱۱) به ترتیب به صورت (۲۰) و (۲۱) اصلاح می‌شوند. در (۲۰) زاویه مکان  $k$  امین شیار مجازی نسبت به وسط دندانه استاتور می‌باشد

$$v_{i+} = \frac{(2i-1)\pi}{Q_s} - \frac{b_s}{2R_s}, \quad v_{i-} = \frac{(2i-1)\pi}{Q_s} + \frac{b_s}{2R_s}, \quad i = 1, 2, \dots, Q_s \quad (20)$$

$$v_{i+} = \frac{2i\pi}{Q_s} - \frac{b_s}{2R_s} + \gamma_k, \quad v_{i-} = \frac{2i\pi}{Q_s} + \frac{b_s}{2R_s} + \gamma_k, \quad i = 0, 1, \dots, Q_s - 1$$

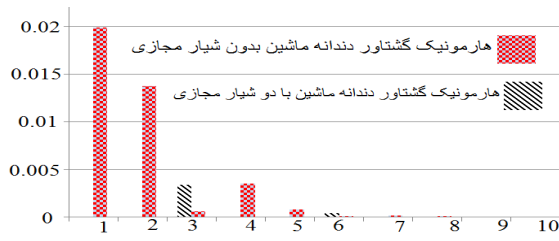
$$J(\theta_r, \phi) = \sum_{n=1,2,\dots}^{\infty} J_n(\theta_r) \sin(np\phi) + J'_n(\theta_r) \cos(np\phi)$$

$$J'_n(\theta_r) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{Q_s} \zeta_n [J_{vi+}(\theta_r) \cos(npv_{i+}) + J_{vi-}(\theta_r) \cos(npv_{i-})] \quad (21)$$

$$J_n(\theta_r) = \sum_{k=1}^N \sum_{i=1}^{Q_s} \zeta_n [J_{vi+}(\theta_r) \sin(npv_{i+}) + J_{vi-}(\theta_r) \sin(npv_{i-})]$$

$$\zeta_n = \frac{2}{n\pi} \sin\left(\frac{np}{2} \Delta\theta\right)$$

$k = 0$  برای شیار واقعی و  $k = N$  مربوط به  $N$  امین شیار مجازی است. توزیع چگالی شار و گشتاور دندانه برای ماشین با شیار مجازی با اصلاح توزیع چگالی جریان سطحی (۱۱) به صورت (۲۱) و جایگذاری آن در (۱۲) تا (۱۷) به دست می‌آید.



شکل ۱۱: شش هارمونیک اول گشتاور دندانه برای ماشین (جدول ۳).

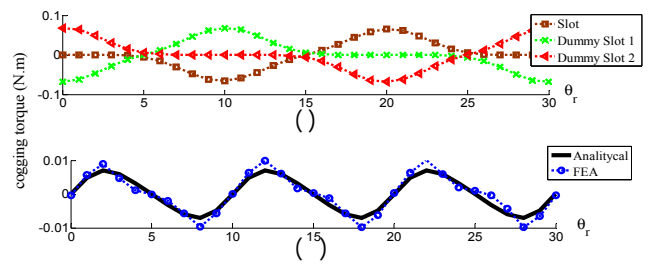
جدول ۳: مقادیر بهینه ماشین با دو شیار مجازی.

پارامتر	نماد	مقادیر بهینه
تعداد شیار مجازی	$N$	۲
مکان شیار مجازی اول نسبت به وسط دندانه	$\gamma_1$	۵ deg
مکان شیار مجازی دوم نسبت به وسط دندانه	$\gamma_2$	-۵ deg
پهنای دهانه باز شیار	$b$	۲,۵ mm
پهنای دهانه باز شیار مجازی	$b_s$	۲,۵ mm
بیشینه گشتاور دندانه	$T_{cog}$	۰,۰۰۷
مقدار مؤثر گشتاور دندانه	$T_{cog,rms}$	۰,۰۰۵۱

دندانه حاصل از تقابل بین شیارهای واقعی استاتور با آهنربای روتور و گشتاور دندانه ناشی از تقابل شیار مجازی اول و دوم دندانه‌های استاتور با آهنربای روتور نشان داده شده‌اند. این نمودارها توسط مدل تحلیلی به دست آمده‌اند و برآیند آنها گشتاور دندانه کل در ماشین را مشخص می‌نماید. مقدار برآیند گشتاور دندانه به دست آمده از روش تحلیلی با مقدار گشتاور دندانه موتور بهینه‌شده به دست آمده از روش FEA در شکل ۱۰- ب مقایسه شده‌اند. همان طور که مشاهده می‌شود، ایجاد شیار مجازی باعث شده بیشینه گشتاور دندانه از ۰,۰۰۸ N.m به ۰,۰۰۷ N.m کاهش یابد.

شکل ۱۱ شش هارمونیک اول گشتاور دندانه برای ماشین بدون شیار مجازی و با دو شیار مجازی را نشان می‌دهد. همان طور که مشاهده می‌شود با ایجاد دو شیار مجازی بر روی هر دندانه استاتور اندازه هارمونیک‌های مرتبه پایین گشتاور دندانه (هارمونیک ۱ و ۲) که دامنه قابل توجهی دارند کاهش پیدا کرده و اندازه هارمونیک‌های مرتبه بالا (۳ و ۶) که دامنه کمتری دارند افزایش پیدا کرده است.

یکی از مسایل مهم در فرآیند تولید ماشین‌ها سادگی ساخت ماشین می‌باشد. در یک طرح ساده باید میزان حساسیت رفتار ماشین نسبت به تغییر پارامترهای ساختاری کم باشد. در ادامه برای بررسی میزان حساسیت گشتاور دندانه در روش اعمال شیارهای مجازی، شبیه‌سازی‌های مختلفی به کمک مدل تحلیلی به دست آمده انجام شده است. در شکل ۱۲- الف گشتاور دندانه ماشین بهینه‌شده با شیارهای مجازی جداول ۱ و ۳ برای تغییر کوچکی در کمان آهنربا با روش‌های تحلیلی و FEA به دست آمده است. همان گونه که مشاهده می‌شود اگر ۲٪ خطا در طول کمان آهنربا (به جای  $\alpha = 0,8$  طول نسبی کمان آهنربا ۰,۷۸ یا ۰,۸۲) وجود داشته باشد، سبب افزایش ۳ برابری بیشینه گشتاور دندانه می‌شود. همچنین در مورد استاتور ماشین بهینه اگر خطای ساخت دهانه باز شیار مجازی برابر ۰,۵ میلی‌متر باشد (به جای  $b_s = 2,5 \text{ mm}$ ،  $b_s = 2 \text{ mm}$  یا  $b_s = 3 \text{ mm}$ ) و خطای موقعیت شیار مجازی یک درجه (به جای  $\gamma = 5 \text{ deg}$ ،  $\gamma = 4 \text{ deg}$  یا  $\gamma = 6 \text{ deg}$ ) باشد، گشتاور دندانه نسبت به حالت بهینه (شکل ۱۰- ب) به ترتیب سه و هشت برابر افزایش می‌یابد (شکل ۱۲- ب و ۱۲- ج). بنابراین عیب اصلی کاهش گشتاور دندانه با ایجاد شیار مجازی، حساسیت بالای گشتاور دندانه به پارامترهای ماشین



شکل ۱۰: نمودار گشتاور دندانه، (الف) ناشی از شیار واقعی و مجازی و (ب) برای ماشین بهینه با شیارهای مجازی (جدول ۳).

جدول ۲: بازه و گام تغییر متغیرهای طراحی.

متغیر	گام تغییرات	بازه تغییرات
$\gamma_k$	۱ deg	$[-(\frac{180}{Q_s} - \delta), (\frac{180}{Q_s} - \delta)] \text{ deg}$
$b$	۰,۵ mm	$[1,5 - 2,5] \text{ mm}$
$b_s$	۰,۵ mm	$[1,5 - 2,5] \text{ mm}$
$N$	۱	$[1 - 3]$

اندازه زاویه  $\theta_{ss} = \theta_{sk} / N_s$  نسبت به قسمت‌های قبلی و بعدی جابه‌جا می‌شود و  $\theta_{sk}$  زاویه انحراف شیارها است. با تقسیم طول پشته به  $N_s$  قسمت، اندازه گشتاور دندانه هر قسمت استاتور  $1/N_s$  برابر گشتاور دندانه ماشین مورب‌نشده می‌شود. همچنین نمودار گشتاور دندانه هر قسمت نسبت به قسمت قبل و بعد از آن به اندازه  $\theta_{ss}$  اختلاف فاز دارد. در نهایت با جمع‌نمودن گشتاور دندانه تولیدشده در تمام  $N_s$  قسمت در نظر گرفته شده، گشتاور دندانه برای ماشین با استاتور مورب‌شده به صورت (۲۳) ظاهر می‌شود. بنابراین مورب‌کردن شیارهای استاتور حتی اگر به صورت کور نیز انجام شود باعث کاهش گشتاور دندانه می‌شود

$$T_{cog}(\theta) = \sum_{j=1,2,\dots,N_s} \frac{l_{stk} r^{\gamma} \int_{-\pi}^{\pi} B_r(r, \varphi, \theta) \cdot B_\varphi(r, \varphi, \theta) d\varphi}{\mu_s N_s} \quad (23)$$

$$\theta = \theta_r + (N_s - 1)\theta_{ss}$$

## ۴- نتایج بهینه‌سازی

### ۴-۱ بهینه‌سازی هندسه شیارهای مجازی

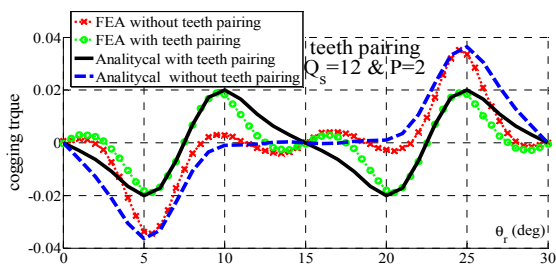
در این بخش از روش جستجوی مستقیم برای بهینه‌سازی پارامترهای ماشین با شیارهای مجازی با هدف کاهش گشتاور دندانه استفاده شده است. متغیرهای بهینه‌سازی شامل پهنای دهانه شیار واقعی، تعداد، موقعیت و پهنای دهانه شیارهای مجازی می‌باشند و بازه تغییرات آنها در فضای جستجوی جدول ۲ آورده شده است. سایر پارامترهای ماشین که در جدول ۲ نیامده‌اند مطابق مقادیر گزارش شده در جدول ۱ می‌باشند.

نتایج پارامترهای موتور بهینه به دست آمده از جستجوی مستقیم برای ماشین با ایجاد شیار مجازی در جدول ۳ آمده و متغیرهای به کار رفته برای شیارهای مجازی در شکل ۷ معرفی شده‌اند.

مقدار مؤثر گشتاور دندانه به صورت گسسته از روی نمودار گشتاور دندانه و از (۲۴) به دست می‌آید

$$T_{cog,rms} = \sqrt{\frac{\sum_{\theta=1}^{\tau} [T_{cog}(\theta)]^2}{30}} \quad (24)$$

در شکل ۱۰ مربوط به نمودار گشتاور دندانه ماشین جدول ۳ بر حسب موقعیت روتور آورده شده است. در شکل ۱۰- الف نمودارهای گشتاور



شکل ۱۴: گشتاور دندانه برای ماشین با و بدون زوج کردن دندانه‌ها.

جدول ۴: بازه و گام تغییر متغیرهای طراحی.

متغیر	گام تغییرات	بازه تغییرات
$\gamma$	۱ deg	$[-(\frac{360}{Q_s} - \delta), (\frac{360}{Q_s} - \delta)]$ deg
$b$	۰٫۵ mm	[۱٫۵ - ۳] mm
$b_s$	۰٫۵ mm	[۱٫۵ - ۳] mm

جدول ۵: مقادیر بهینه ماشین با زوج کردن دندانه‌ها.

مقادیر بهینه	نماد	پارامتر
۱۵ deg	$\gamma$	نصف اختلاف طول دو دندانه مجاور بر حسب درجه مکانیکی
۱٫۵ mm	$b$	طول دهانه باز شیار
۰٫۲۳ N.m	$T_{cogg}$	بیشینه گشتاور دندانه بهینه‌شده
۰٫۱۵۲	$T_{cogg\ rms}$	مقدار مؤثر گشتاور دندانه

جدول ۶: بازه و گام تغییر متغیرهای طراحی.

متغیر	گام تغییرات	بازه تغییرات
$\theta_{ss}$	۰٫۵ deg	[۰ - ۲] deg
$b$	۰٫۵ mm	[۱٫۵ - ۳] mm
$N_s$	۱	[۵ - ۲۵]

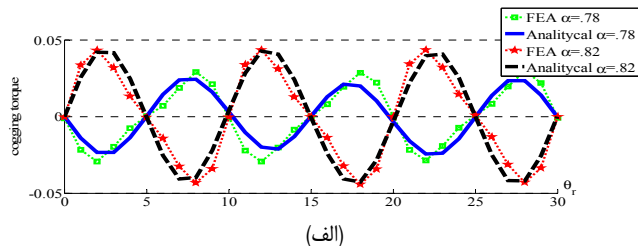
جدول ۷: مقادیر بهینه با روش مورب کردن استاتور.

مقادیر بهینه	نماد	پارامتر
۲ deg	$\theta_{ss}$	میزان انحراف هر قسمت استاتور
۱٫۵ mm	$b$	طول دهانه باز شیار
۱۵	$N_s$	تعداد تقسیمات استاتور
$2 \times 10^{-6} \approx 0$	$T_{cogg}$	بیشینه گشتاور دندانه بهینه
۰	$T_{cogg\ rms}$	مقدار مؤثر گشتاور دندانه

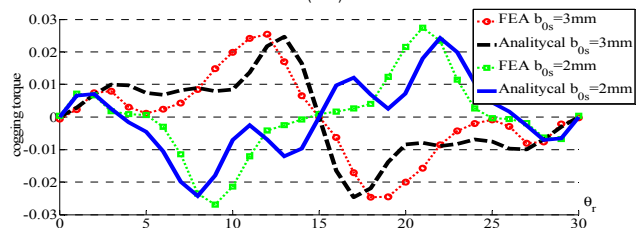
شکل ۱۴ مربوط به گشتاور دندانه برای ساختار ماشین‌های شکل ۱۳ می‌باشد. در شکل ۱۴ نمودار گشتاور دندانه به روش تحلیلی برای ماشین بدون زوج کردن دندانه‌ها و با زوج کردن دندانه‌ها آورده شده و همچنین نتایج مدل تحلیلی با FEA تأیید شده است. بیشینه گشتاور دندانه بدون زوج کردن دندانه‌ها (N.m) ۰٫۳۶ می‌باشد که با زوج کردن دندانه‌ها مقدار بیشینه گشتاور دندانه به ۰٫۲۳ (N.m) می‌رسد.

### ۳-۴ بهینه‌سازی با مورب کردن شیارهای استاتور

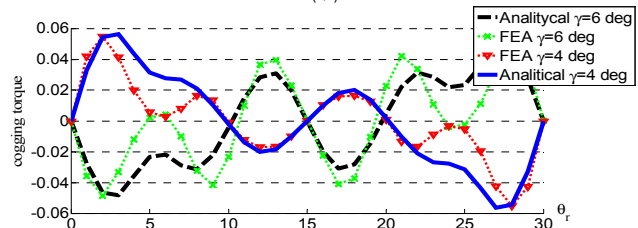
اکنون با کمک الگوریتم جستجوی مستقیم به بهینه‌سازی پارامترهای ماشین شکل ۱ با روش مورب کردن شیارهای استاتور به منظور کاهش گشتاور دندانه پرداخته شده است. بازه تغییرات پارامترهای مورد نظر در فضای جستجو در جدول ۶ سایر پارامترهای ماشین که در جدول ۶ نیامده در جدول ۱ و نتایج بهینه پارامترهای ماشین در جدول ۷ آمده است.



(الف)

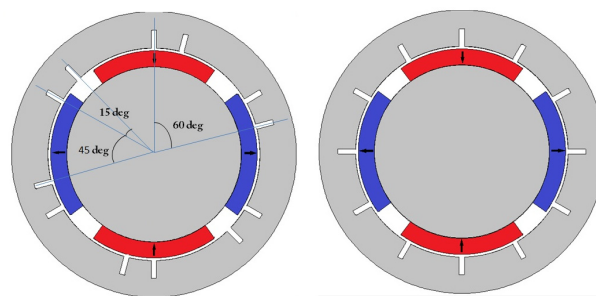


(ب)



(ج)

شکل ۱۲: حساسیت گشتاور دندانه نسبت به (الف) کمان آهن‌ربا، (ب) دهانه باز شیار مجازی و (ج) موقعیت شیار مجازی.



(ب)

(الف)

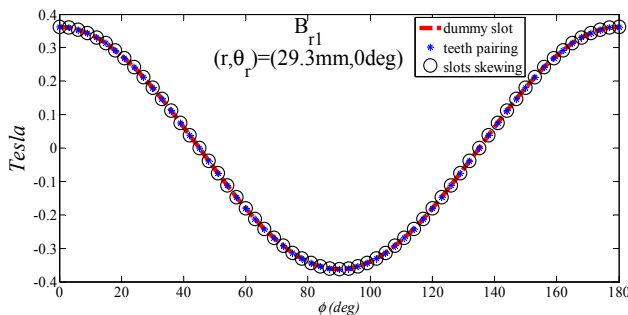
شکل ۱۳: ماشین آهن‌ربای سطحی، (الف) بدون زوج کردن دندانه‌ها و (ب) با زوج کردن دندانه‌ها.

می‌باشد. مجدداً در نمودارهای شکل‌های ۱۲-ب و ۱۲-ج اعتبار روش تحلیلی با روش المان محدود تأیید شده است. اگرچه عدم دقت ساخت سبب افزایش بیشینه گشتاور دندانه نسبت به بهینه‌ترین حالت می‌گردد اما با این حال مقدار بیشینه گشتاور دندانه در شکل ۱۲ (برای شرایط عدم دقت ساخت) نسبت به حالتی که شیار مجازی وجود ندارد (شکل ۱۰-الف) به مقدار قابل ملاحظه‌ای کوچک‌تر است.

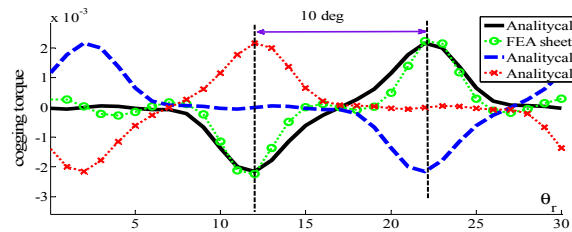
### ۲-۴ بهینه‌سازی روش زوج کردن دندانه‌ها

از روش جستجوی مستقیم برای بهینه‌سازی پارامترهای ماشین چهار قطب و دوازده شیار (شکل ۱۳-الف) با هدف کاهش گشتاور دندانه استفاده شده است. بازه تغییرات پارامترهای مورد نظر در فضای جستجو در جدول ۴ آورده شده و سایر پارامترهای ماشین که در جدول ۴ نیامده مطابق اطلاعات جدول ۱ می‌باشد.

در شکل ۱۳-ب ماشین بهینه‌شده با روش زوج کردن دندانه‌ها و به کارگیری الگوریتم جستجوی مستقیم نشان داده شده است. پارامترهای ماشین بهینه در جدول ۵ آورده شده است.



شکل ۱۵: گشتاور دندانه قسمت‌های ۲، ۷ و ۱۲ استاتور.



شکل ۱۶: گشتاور دندانه برای زاویه مختلف برای انحراف شیارها.

شکل ۱۷: نمودار هارمونیک اول چگالی شار فاصله هوایی برای ماشین آهن‌ربای سطحی با ایجاد شیار مجازی، زوج کردن دندانه‌ها و مورب کردن شیارهای استاتور.

جدول ۸: مقایسه روش‌های بهینه‌سازی.

نوع روش	بیشینه گشتاور دندانه	
	$T_1$	$T_2$
ایجاد شیار مجازی	۰٫۰۰۷	۰٫۰۰۸
زوج کردن دندانه‌ها	۰٫۰۲۳	۰٫۰۳۶
مورب کردن شیار استاتور	$2 \times 10^{-6}$	۰٫۰۳۶

که روی هر دندانه استاتور یک شیار مجازی دارد مانند نمودار ماشین با  $2Q_s$  شیار با زوج کردن دندانه‌ها می‌باشد. توانایی روش کاهش گشتاور دندانه با ایجاد شیار مجازی بیشتر از کارایی روش زوج کردن دندانه‌ها است. در طرف مقابل، اساس روش مورب کردن شیار استاتور حذف تمامی هارمونیک‌های گشتاور دندانه می‌باشد و مقدار گشتاور دندانه با این روش به صفر می‌رسد.

همچنین اهمیت دقت در ساخت در روش‌های معرفی شده مهم بوده و از طرفی فرایند ساخت در روش انحراف شیارهای استاتور نسبت به فرایند پیاده‌سازی شیارهای مجازی و زوج کردن دندانه پیچیده‌تر است. همچنین روش انحراف شیارهای استاتور سبب کاهش چشمگیری در شار ماشین و چگالی توان آن به ویژه در ماشین‌های با شیار کم می‌شود.

## ۵- تأثیر طراحی هندسه استاتور در توان خروج ماشین

توان خروجی ماشین نسبت مستقیم با هارمونیک اول ولتاژ در هارمونیک اول جریان دارد. هارمونیک اول ولتاژ نیز رابطه مستقیم با چگالی شار عبوری از فاصله هوایی دارد و بنابراین توان خروجی ماشین با نسبت هارمونیک اول جریان در هارمونیک اول چگالی شار فاصله هوایی رابطه مستقیم دارد. شکل ۱۷ نمودار هارمونیک اول چگالی شار در فاصله هوایی برای ماشین آهن‌ربای دایم با ایجاد شیار مجازی، زوج کردن دندانه‌ها و مورب کردن شیارهای استاتور را نشان می‌دهد. همان طور که در شکل ۱۷ مشاهده می‌نمایید طراحی هندسه استاتور تأثیری در نمودار هارمونیک اول چگالی شار ندارد.

شکل، موقعیت، ساختار آهن‌ربای روتور و طول فاصله هوایی در نمودار چگالی شار فاصله هوایی تأثیرگذار می‌باشد. بنابراین در طراحی هندسه استاتور با هدف کاهش گشتاور دندانه تغییرات توان خروجی ماشین نسبت مستقیم با تغییرات مقدار جریان عبوری از سیم‌پیچ استاتور دارد. ایجاد شیار مجازی و زوج کردن دندانه‌ها هیچ تأثیری در تعداد دور مؤثر سیم‌پیچ استاتور ندارد، بنابراین جریان ماشین تغییر نمی‌کند و در نتیجه توان خروجی ماشین آهن‌ربای سطحی با ایجاد شیار مجازی و زوج کردن دندانه‌ها تغییر نمی‌نماید. مورب کردن شیار استاتور تعداد دور مؤثر سیم‌پیچی را کاهش و طول رسانای هر شیار و مقاومت معادل آن را

همان گونه که گفته شد، تعداد تقسیمات استاتور در راستای محوری است و  $\theta_{ss}$  زاویه انحرافی هر شیار استاتور نسبت به شیار بعدی می‌باشد. همان طور که مشاهده می‌شود مورب کردن شیارهای استاتور، مؤثرترین روش در کاهش گشتاور دندانه می‌باشد و اساس این روش حذف تمام هارمونیک‌های گشتاور دندانه است.

با توجه به جدول ۷ بهینه گشتاور دندانه برای حالتی است که زاویه انحراف استاتور برابر با گام شیار و  $30^\circ$  درجه باشد. در شکل ۱۵ گشتاور دندانه مربوط به قسمت شماره ۲ از ۱۵ قسمت در نظر گرفته شده در استاتور آورده شده است. فاصله میان کمینه و بیشینه این نمودار برابر  $10^\circ$  درجه مکانیکی است. نمودار گشتاور دندانه هر قسمت استاتور با گشتاور دندانه قسمت مجاور آن به اندازه  $2^\circ$  درجه جابه‌جایی دارد. بنابراین هارمونیک‌های گشتاور دندانه هر قسمت استاتور توسط هارمونیک‌های دو قسمت دیگر (پنجمین قسمت بعد و قبل از خود) حذف می‌شود. برای مثال در شکل ۱۵ نمودار گشتاور دندانه قسمت ۲ توسط گشتاور دندانه قسمت ۷ و ۱۲ حذف می‌شود. جمع جبری گشتاور دندانه تمام قسمت‌های استاتور گشتاور دندانه کل را تشکیل می‌دهد که مقدار آن ناچیز می‌باشد. شکل ۱۶ گشتاور دندانه برای شیار استاتور با زاویه انحرافی متفاوت را نشان می‌دهد و این نتایج از مدل تحلیلی به دست آمده‌اند. مجدداً در روش مورب کردن استاتور نیز گشتاور دندانه به پارامترهای ماشین حساس می‌باشد و هرچه اختلاف زاویه انحرافی شیارها نسبت به مقدار بهینه انحراف ( $30^\circ$  درجه) بیشتر باشد بیشینه گشتاور دندانه افزایش می‌یابد.

## ۴-۴ مقایسه روش‌های بهینه‌سازی استاتور

به منظور مقایسه کارایی روش‌های بهینه‌سازی، کمترین مقدارهای به دست آمده در گشتاور دندانه در روش‌های مختلف با یکدیگر در جدول ۸ مقایسه شده‌اند.  $T_1$  بیشینه گشتاور دندانه برای ماشین آهن‌ربای سطحی با اعمال روش‌های معرفی شده و  $T_2$  مقدار بیشینه گشتاور دندانه برای ماشین آهن‌ربای سطحی بهینه‌نشده است.

اگرچه روش ایجاد شیار مجازی و زوج کردن دندانه‌ها باعث کاهش یا حذف تعدادی از هارمونیک‌های مرتبه پایین گشتاور دندانه می‌شود ولی دامنه تعدادی از هارمونیک‌های مرتبه بالا افزایش می‌یابد و بنابراین این دو روش نمی‌توانند گشتاور دندانه را حذف کنند ولی دامنه آن را تا حد مطلوبی کاهش می‌دهند. شیار واقعی یا مجازی از دید ایجاد گشتاور دندانه یکسان است، برای مثال نمودار بهینه گشتاور دندانه ماشین با  $Q_s$  شیار



## مراجع

- [1] L. Zhu, S. Z. Jiang, and Z. Q. Zhu, "Analytical methods for minimizing cogging torque in permanent magnet machines," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 45, no. 4, pp. 2020-2031, Apr. 2009.
- [2] T. M. Jahns and W. L. Soong, "Pulsating torque minimization techniques for permanent magnet AC motor drives: A review," *IEEE Trans. on Indust. Electronics*, vol. 43, no. 2, pp. 321-330, Apr. 1996.
- [3] D. C. Hanselman, "Effect of skew, pole count and slot count on brushless motor radial force, cogging torque and back EMF," in *Elect. Eng. Proc. Elect. Power Appl.*, vol. 44, no.5, pp. 325-330, Sep. 1997.
- [4] M. S. Islam and T. Sebastian, "Issues in reducing the cogging torque on mass-produced permanent-magnet brushless DC motor," *IEEE Trans. on Indust. Electronics*, vol. 40, no. 3, pp. 813-820, May/June. 2004.
- [5] Z. Q. Zhu and D. Howe, "Influence of design parameters on cogging torque in permanent magnet machines," *IEEE Trans. on Energy Convers*, vol. 15, no. 4, pp. 407-412, Dec. 2000.
- [6] M. Dai, A. Keyhani, and T. Sebastian, "Torque ripple analysis of a PM brushless DC motor using finite element method," *IEEE Trans. on Energy Convers*, vol. 19, no. 1, pp. 40-45, Mar. 2004.
- [7] N. Bianchi and S. Bolognani, "Design techniques for reducing the cogging torque in surface mounted PM motors," *IEEE Trans. on Ind. Applicat*, vol. 38, no. 5, pp. 1259-1265, Sep. 2002.
- [8] S. M. Hwang, et al., "Various design techniques to reduce cogging torque by controlling energy variation in permanent magnet motors," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 37, no. 4, pp. 2806-2909, Jul. 2001.
- [9] S. M. Hwang and J. B. Eom, "Cogging torque and acoustic noise reduction in permanent magnet motors by teeth pairing," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 36, no. 5, pp. 3144-3146, Sep. 2000.
- [10] Y. Lin, Y. Hu, and T. Lin, "A method to reduce the cogging torque of spindle motors," *J. of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 209, no. 1-3, pp. 180-182, Feb. 2000.
- [11] N. Bianchi and S. Bolognani, "Torque harmonic compensation in a synchronous reluctance motor," *IEEE Trans. on Energy Convers*, vol. 23, no. 2, pp. 466-473, Jun. 2008.
- [12] C. Bianchini and F. Immoilli, "Review of design solutions for internal permanent-magnet machines cogging torque reduction," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 48, no. 10, pp. 2685-2693, Oct. 2012.
- [13] N. Levin, et al., "Methods to reduce the cogging torque in permanent magnet synchronous machines," *Electronica ir Electrotechnica*, vol. 19, no. 1, pp. 23-26, 2013.
- [14] S. Taghipour Boroujeni and V. Zamani, "A novel analytical model for no-load, slotted, surface-mounted PM machines: Air gap flux density and cogging torque," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 51, no. 4, article 8104008, Apr. 2015.
- [15] D. K. Cheng, *Field and Wave Electro Magnetic*, Addison Wesley Publishing Company, 1983.

**محمد رضا علیرزاده پهلوانی** تحصیلات خود را در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد مهندسی برق به ترتیب در سال‌های ۱۳۷۷ و ۱۳۸۱ از دانشگاه علم و صنعت تهران و مقطع دکتری مهندسی برق قدرت در سال ۱۳۸۸ از دانشگاه علم و صنعت به پایان رسانده است و هم‌اکنون استاد دانشکده مهندسی برق دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: ماشین‌های الکتریکی، الکترونیک قدرت.

**وحید زمانی فرادنبه** در سال ۱۳۹۱ مدرک کارشناسی مهندسی برق گرایش الکترونیک و مخابرات دریایی خود را از دانشگاه دریانوردی و علوم دریایی چابهار و در سال ۱۳۹۳ مدرک کارشناسی ارشد مهندسی برق قدرت خود را از دانشگاه شهرکرد دریافت نمود. سال ۱۳۹۴-۱۳۹۲ به عنوان همکار تحقیقاتی با دانشگاه صنعتی مالک اشتر تهران همکاری داشته است. با احراز شرایط ستاد بنیاد نخبگان مهندس زمانی فرادنبه به عنوان سرباز نخبه، در قسمت مطالعات و تحقیقات پدافند هوایی خاتم النبیا ارتش مشغول همکاری می‌باشد. زمینه‌های تحقیقاتی مورد علاقه ایشان عبارتند از: طراحی ماشین‌های الکتریکی.

جدول پ-۱: نماد متغیرهای به کار رفته در روابط مقاله.

$R_{PM}$	شعاع مرز میان هوا و آهن‌ربا (mm)
$R_s$	شعاع داخلی استاتور (mm)
$R_o$	شعاع یوغ استاتور (mm)
$A$	اندازه برداز پتانسیل مغناطیسی (Wb/m)
$\theta_r$	موقعیت روتور (deg)
$h_{slot}$	عمق شیار (mm)
$\gamma_k$	$k$ امین شیار مجازی نسبت به وسط دندانه (deg)
$Q_s$	تعداد شیارهای استاتور
$B_r$	مؤلفه شعاعی چگالی شار (T)
$B_\phi$	مؤلفه مماسی چگالی شار (T)
$T_{cogg}$	گشتاور دندانه (N.m)
$h_m$	ضخامت آهن‌ربا (mm)
$B_{rl}$	مؤلفه شعاعی چگالی شار فاصله هوایی (T)
$B_{rll}$	مؤلفه شعاعی چگالی شار در آهن استاتور (T)
$\alpha$	نسبت کمان آهن‌ربا به کمان قطب
$\theta_{ss}$	زاویه انحرافی هر قسمت استاتور مورب‌شده
$b$	دهانه باز شیار (mm)
$b_s$	دهانه باز شیار مجازی (mm)
$\gamma$	نصف اختلاف طول دو دندانه مجاور در روش زوج کردن دندانه (deg)
$N_s$	تعداد قسمت‌های استاتور مورب‌شده
$N$	تعداد شیار مجازی

افزایش می‌دهد و بنابراین مورب کردن شیار استاتور باعث کاهش جریان عبوری از سیم‌پیچ استاتور شده و در نتیجه توان خروجی ماشین کاهش می‌یابد.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله سه روش ایجاد شیار مجازی، زوج کردن دندانه‌ها و مورب کردن شیارهای استاتور مورد بررسی قرار گرفت. اساس کار دو روش ایجاد شیار مجازی و زوج کردن دندانه‌ها در کاهش گشتاور دندانه یکسان است. با مورب کردن شیارهای استاتور گشتاور دندانه به صفر می‌رسد ولی این روش نیز به میزان انحراف شیارها حساس می‌باشد. این روش فرایند تولید را پیچیده‌تر می‌کند و هزینه آن را بالا می‌برد. مورب کردن شیار استاتور تعداد دور مؤثر سیم‌پیچی را کاهش و طول رسانای هر شیار و مقاومت معادل آن را افزایش می‌دهد. ایجاد تغییرات در هندسه استاتور باعث بهبود قابل توجهی در گشتاور دندانه می‌شود. مزیت طراحی استاتور (ایجاد شیار مجازی و زوج کردن دندانه‌ها) نسبت به طراحی روتور توان خروجی ماشین تغییر نمی‌کند ولی حساسیت گشتاور دندانه به پارامترهای ماشین در روش طراحی استاتور بالا است و این باعث می‌شود از لحاظ اقتصادی روش طراحی استاتور هزینه‌بر باشد. اگرچه روش مورب کردن شیارهای استاتور گشتاور دندانه را حذف می‌کند ولی این روش توان خروجی ماشین را کاهش می‌دهد.

## پیوست

نماد متغیرهای به کار رفته در روابط مقاله در جدول پ-۱ آمده است.